



под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс. ОГЭ 2027

РЕШЕБНИК



$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

**НАРОДНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ**

Под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс

ОГЭ 2027

РЕШЕБНИК

✓ решения задач части 2 тестов

✓ решения задач из задачника

Издатель Мальцев Д. А.
Ростов-на-Дону

Народное образование

Москва

2027

Рецензенты: *К. Э. Каибханов*, к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Н. Н. Кириллук, учитель высшей категории

Авторы: *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

Р 47 **Математика 9 класс. ОГЭ 2027. Решебник:** учебно-методическое пособие / Под ред. Д.А. Мальцева. — Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2027. — 160 с.

ISBN 978-5-87953-809-0

Данное пособие содержит **решения заданий части 2** всех тестов с нечётными номерами книги «Математика 9 класс. ОГЭ 2027» под редакцией Д.А. Мальцева. В § 2 и § 3 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами (краткие решения и указания даны лишь к тем заданиям тестов с чётными номерами, которые существенно отличаются от соответствующей задачи предшествующего теста с нечётным номером). В § 4 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника этой книги. А в § 5 даны решения задач «Геометрического тренинга» — подборки геометрических утверждений, составленных по мотивам заданий №19 тестов книги «Математика 9 класс. ОГЭ 2027».

Все решения написаны достаточно подробно, в стиле беседы с читателем. Авторы надеются, что данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. А это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Подписано в печать с оригинал-макета 01.09.2026.

Формат 60×84 1/16. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 9. Тираж 2000 экз. Заказ №

Отпечатано с оригинал-макета в типографии ООО «Красногорская типография»
143405, Московская область, г. Красногорск, Коммунальный квартал, д. 2

Содержание

От авторов	5
§1. Решения задач учебно-тренировочных тестов	6
Решения задач теста №1	6
Решения задач теста №3	10
Решения задач теста №5	14
Решения задач теста №7	18
Решения задач теста №9	22
Решения задач теста №11	27
Решения задач теста №13	32
Решения задач теста №15	36
Решения задач теста №17	39
Решения задач теста №19	44
Решения задач теста №21	48
Решения задач теста №23	52
Решения задач теста №25	56
Решения задач теста №27	60
Решения задач теста №29	64
Решения задач теста №31	68
Решения задач теста №33	72
Решения задач теста №35	75
Решения задач теста №37	79
Решения задач теста №39	84
Решения задач теста №41	89
Решения задач теста №43	92
Решения задач теста №45	96
Решения задач теста №47	100
Решения задач теста №49	104
Решения задач теста №51	108

Решения задач теста №53	113
Решения задач теста №55	117
Решения задач теста №57	121
Решения задач теста №59	126
§2. Решения заданий 24 тестов с чётными номерами	132
§3. Указания к заданиям 25 тестов с чётными номерами	137
§4. Решения задач из задачника	146
1. Преобразования выражений	146
2. Уравнения и неравенства	147
3. Текстовые задачи	150
4. Геометрические задачи на доказательство	155
§5. Геометрический тренинг. Решения	158

От авторов

Данная книга состоит из пяти параграфов. В §1 содержатся решения заданий второй части тестов с нечётными номерами книги «Математика. 9 класс. ОГЭ 2027». В §2 и §3 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами (краткие решения и указания даны лишь к тем заданиям, которые существенно отличаются от соответствующей задачи предшествующего теста с нечётным номером). В §4 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника этой книги. А в §5 даны условия и решения задач «геометрического тренинга» — подборки геометрических утверждений, составленных по мотивам заданий №19 тестов книги «Математика. 9 класс. ОГЭ 2027», истинность которых необходимо подтвердить или опровергнуть.

Основная цель данного пособия — помочь ученику, желающему научиться решать задания второй части выпускного экзамена по математике. Поэтому авторы старались писать решения подробно, в стиле беседы с читателем. Хотя на экзамене при оформлении решений достаточно меньшей степени подробности, чем выбрана авторами, вы вполне можете «взять на вооружение» и с успехом использовать некоторые из приёмов оформления решений, используемых в этой книге. Например, ключевые слова и фразы, наподобие «следовательно», «таким образом», «так как...», «то...», помогут вам более упорядоченно излагать свои мысли. И вполне возможно, что вследствие этого вы станете совершать меньшее количество ошибок и быстрее приходить к правильному ответу.

Данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. Это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Желаем вам успехов!

§ 1. Решения задач учебно-тренировочных тестов

Тест №1

20 Решите неравенство $\frac{x^3}{x+2} \leq x$.

Решение .

Преобразуем данное в условии неравенство:

$$\frac{x^3}{x+2} - x \leq 0, \quad \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x+2} \leq 0, \quad \frac{x \cdot (x^2 - x - 2)}{x+2} \leq 0.$$

Квадратный трёхчлен $x^2 - x - 2$ имеет корни $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, поэтому $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$. Окончательно наше неравенство упрощается к виду: $\frac{x(x+1)(x-2)}{x+2} \leq 0$. Решая это неравенство методом интервалов,

см. рисунок ниже, приходим к ответу.



Ответ: $x \in (-2; -1] \cup [0; 2]$

21 В ёмкость, содержащую 100 граммов 2% раствора соли, добавили 175 граммов воды, некоторое количество соли и тщательно перемешали полученную смесь. Определите, сколько граммов соли было добавлено, если известно, что после перемешивания получился раствор, содержащий 2,5% соли.

Решение .

Обозначим через x искомое количество грамм добавленной соли. Первоначальный 2%-ый раствор содержал $0,02 \cdot 100 = 2$ гр соли. После добавления 175 граммов воды и x гр соли масса раствора стала равна

$(275 + x)$ гр, а процентное содержание соли $-\frac{2+x}{275+x} \cdot 100\%$. Так как по условию полученный раствор содержит 2,5% соли, то имеем уравнение:

$$\frac{2+x}{275+x} = \frac{2,5}{100}. \text{ Преобразовывая это уравнение, получаем: } \frac{2+x}{275+x} = \frac{1}{40},$$

$$40(2+x) = 275+x, \quad 39x = 195, \quad x = 5.$$

Ответ: 5

22 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x+1)(x-5)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Решение .

Сначала преобразуем выражение, определяющее данную в условии функцию. Заметив, что выражение $x^4 - 26x^2 + 25$ является биквадратным, разложим его на множители. Обозначая $x^2 = t$, получаем квадратный трёхчлен $t^2 - 26t + 25$, который имеет корни $t = 1$ и $t = 25$. Значит,

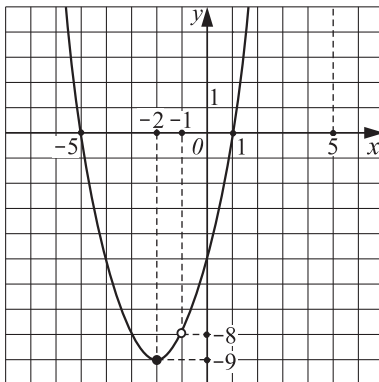
$$t^2 - 26t + 25 = (t - 1) \cdot (t - 25),$$

$$x^4 - 26x^2 + 25 = (x^2 - 1)(x^2 - 25) = (x - 1)(x + 1)(x - 5)(x + 5).$$

Таким образом, выражение, определяющее данную в условии функции, можно упростить к виду:

$$y = \frac{(x - 1)(x + 1)(x - 5)(x + 5)}{(x + 1)(x - 5)} = (x - 1)(x + 5) = x^2 + 4x - 5,$$

при $x \neq -1$ и $x \neq 5$ (в точках $x = -1$, $x = 5$ функция не определена, т.к. знаменатель дроби обращается в нуль).



Значит, графиком данной в условии функции является парабола, $y = x^2 + 4x - 5$ с выколотыми точками $x = -1$, $y = y(-1) = -8$ и $x = 5$, $y = y(5) = 40$, см. рисунок. Абсцисса вершины параболы $y = x^2 + 4x - 5$ равна $x_v = -4/2 = -2$, а ордината — $y_v = y(-2) = -9$.

Прямая $y = c$ имеет ровно одну общую точку с построенным графиком в том случае, если она проходит через одну из выколотых точек, или

через вершину параболы $y = x^2 + 4x - 5$. Поэтому все искомые значения — это $c = -9$, $c = -8$, $c = 40$.

Ответ: $-9; -8; 40$

23 В равнобедренном треугольнике ABC известны длина основания $BC = 14$ и длина боковой стороны $AB = 25$. Вписанная в треугольник ABC окружность касается боковых сторон AB и AC в точках P и K соответственно. Найдите периметр четырёхугольника $BPKC$.

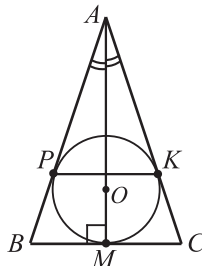
Решение .

Пусть O — центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$. Тогда прямая AO — биссектриса $\angle BAC$, а поскольку $AB = AC$, то биссектриса угла при вершине A является медианой и высотой к основанию BC .

Обозначим через M точку касания вписанной окружности со стороной BC . Тогда из перпендикулярности OM к BC (как радиуса в точку касания) и перпендикулярности AO к BC следует, что прямые AO и OM совпадают, см. данный ниже рисунок.

Так как $BC = 14$, а точка M — середина BC , то $BM = CM = 7$.

А поскольку $BP = BM$ и $CK = CM$ (как отрезки касательных), то $AP = AB - BP = 18$, $AK = AC - CK = 18$.



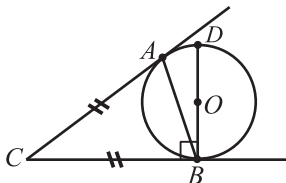
Таким образом, APK — равнобедренный треугольник, подобный треугольнику ABC с коэффициентом подобия $\frac{18}{25}$. Значит, $PK = BC \cdot \frac{18}{25} = \frac{14 \cdot 18}{25} = 10,08$, а искомый периметр четырёхугольника $BPKC$ равен $14 + 7 + 7 + 10,08 = 38,08$.

24 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной C в точках A и B . Отрезок BD — диаметр этой окружности. Докажите, что $\angle ACB = 2\angle ABD$.

Решение .

Так как BD — диаметр, а BC — касательная к окружности, то $\angle CBD = 90^\circ$. Пусть $\angle ABD = \alpha$, тогда $\angle CBA = 90^\circ - \alpha$.

Заметим, что $CB = CA$ — как отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки, см. данный ниже рисунок.

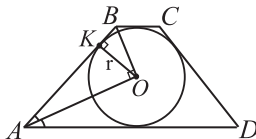


Поскольку $\angle CAB = \angle CBA$ — как углы при основании равнобедренного треугольника, то $\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle CBA = 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha) = 2\alpha$, ч.т.д.

25 Окружность радиуса 12 вписана в равнобедренную трапецию. Точка касания окружности с боковой стороной трапеции делит эту сторону в отношении 1 : 4. Найдите периметр трапеции.

Решение .

Пусть $ABCD$ — данная равнобедренная трапеция, O — центр вписанной в неё окружности, K — точка касания вписанной окружности со стороной AB , см. рисунок, и пусть $BK = x$.



Так как по условию $BK:AK = 1:4$, то $AK = 4x$. Лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC , сумма которых равна 180° , поэтому

$$\angle BAO + \angle ABO = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Следовательно, $\triangle AOB$ — прямоугольный. Так как OK — радиус, проведённый в точку касания, то $OK \perp AB$. По формуле длины высоты прямоугольного треугольника имеем: $OK = \sqrt{AK \cdot BK}$, $OK = \sqrt{4x \cdot x} = 2x$.

По условию, $OK = 12$. Значит, длина боковой стороны трапеции равна $CD = AB = AK + BK = 5x = 30$. Необходимым условием того, что в четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность, является равенство $AB + CD = BC + AD$. Отсюда получаем, что $BC + AD = 60$, а искомый периметр трапеции равен 120.