Под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА
9 класс
ОГЭ 2025
РЕШЕБНИК

✓ *решения задач части 2 тестов*

✓ *решения задач из задачника*

Издатель Мальцев Д.А.
Ростов-на-Дону

Народное образование
Москва
2024

ББК 22.1
Р 47

ББК 22.1

Рецензенты: *К. Э. Каибханов,* к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Н. Н. Кирилюк, учитель высшей категории

Авторы: *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

Р 47 **Математика 9 класс. ОГЭ 2025. Решебник**: учебно-методическое пособие / Под ред. Д.А. Мальцева. — Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2024. — 168 с.

ISBN 978-5-87953-697-3

Основная цель данной книги — помочь ученику, желающему научиться решать наиболее сложные задачи предстоящего выпускного экзамена по математике.

Данное пособие содержит **решения заданий части 2** всех тестов с нечётными номерами книги «Математика 9 класс. ОГЭ 2025» под редакцией Д.А. Мальцева. В § 2 и § 3 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами (краткие решения и указания даны лишь к тем заданиям тестов с чётными номерами, которые существенно отличаются от соответствующей задачи предшествующего теста с нечётным номером). В § 4 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника этой книги. А в § 5 дана подборка геометрических утверждений, составленных по мотивам заданий №19 тестов книги «Математика 9 класс. ОГЭ 2025», истинность которых необходимо подтвердить или опровергнуть.

Все решения написаны достаточно подробно, в стиле беседы с читателем. Авторы надеются, что данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. Это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

ISBN 978-5-87953-697-3

ББК 22.1

Содержание

От авторов

Данная книга состоит из пяти параграфов. В §1 содержатся решения заданий второй части тестов с нечётными номерами книги «Математика. 9 класс. ОГЭ 2025». В §2 и §3 даны краткие решения и указания к некоторым из заданий 24 и 25 тестов с чётными номерами (краткие решения и указания даны лишь к тем заданиям, которые существенно отличаются от соответствующей задачи предшествующего теста с нечётным номером). В §4 приведены решения всех задач с нечётными номерами из задачника этой книги. А в §5 даны условия и решения задач «геометрического тренинга» — подборки геометрических утверждений, составленных по мотивам заданий №19 тестов книги «Математика. 9 класс. ОГЭ 2025», истинность которых необходимо подтвердить или опровергнуть.

Основная цель данного пособия — помочь ученику, желающему научиться решать задания второй части выпускного экзамена по математике. Поэтому авторы старались писать решения подробно, в стиле беседы с читателем. Хотя на экзамене при оформлении решений достаточно меньшей степени подробности, чем выбрана авторами, вы вполне можете «взять на вооружение» и с успехом использовать некоторые из приёмов оформления решений, используемых в этой книге. Например, ключевые слова и фразы, наподобие «следовательно», «таким образом», «так как..., то...», помогут вам более упорядоченно излагать свои мысли. И вполне возможно, что вследствие этого вы станете совершать меньшее количество ошибок и быстрее приходить к правильному ответу.

Данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. Это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Желаем вам успехов!

§ 1. Решения задач учебно-тренировочных тестов

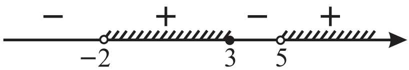
Тест №1

20 Решите неравенство $\dfrac{x-3}{x^2-3x-10} \geqslant 0$.

Решение.

Данное неравенство будем решать «методом интервалов». Разложим на множители знаменатель дроби из левой части неравенства: уравнение $x^2-3x-10=0$ имеет корни $x_1=-2$, $x_2=5$, значит, $x^2-3x-10=$ $=(x+2)(x-5)$.

Таким образом, исходное неравенство преобразуется к виду: $\dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)} \geqslant 0$. Отметим на числовой оси нули числителя и знаменателя, а затем расставим поочерёдно знаки «$+$» и «$-$» в полученных интервалах, см. рисунок.



Точки $x=-2$ и $x=5$ — выколотые, поскольку в этих точках знаменатель обращается в нуль (дробь не определена). По рисунку видим, что решением неравенства являются $(-2;3]\cup(5;+\infty)$.

Ответ: $(-2;3]\cup(5;+\infty)$

21 В ёмкость, содержащую 100 граммов 2% раствора соли, добавили 175 граммов воды, некоторое количество соли и тщательно перемешали полученную смесь. Определите, сколько граммов соли было добавлено, если известно, что после перемешивания получился раствор, содержащий 2,5% соли.

Решение.

Обозначим через x искомое количество грамм добавленной соли. Первоначальный 2%-ый раствор содержал $0{,}02\cdot 100=2$гр соли. После добавления 175 граммов воды и xгр соли масса раствора стала равна $(275+x)$гр, а процентное содержание соли – $\dfrac{2+x}{275+x}\cdot 100\%$. Так как по условию полученный раствор содержит 2,5% соли, то имеем уравнение:

$\dfrac{2+x}{275+x}=\dfrac{2{,}5}{100}$. Преобразовывая это уравнение, получаем: $\dfrac{2+x}{275+x}=\dfrac{1}{40}$, $40(2+x)=275+x,\ 39x=195,\ x=5.$

Ответ: 5

22 Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-26x^2+25}{(x+1)(x-5)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Сначала преобразуем выражение, определяющее данную в условии функцию. Заметив, что выражение x^4-26x^2+25 является биквадратным, разложим его на множители. Обозначая $x^2=t$, получаем квадратный трёхчлен $t^2-26t+25$, который имеет корни $t=1$ и $t=25$. Значит,

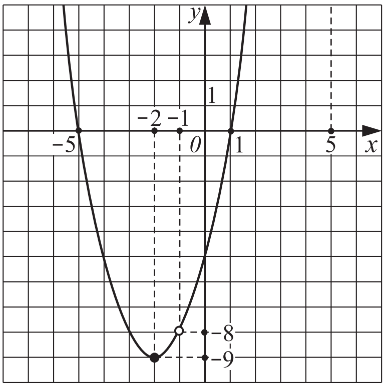
$$t^2-26t+25=(t-1)\cdot(t-25),$$

$$x^4-26x^2+25=(x^2-1)(x^2-25)=(x-1)(x+1)(x-5)(x+5).$$

Таким образом, выражение, определяющее данную в условии функции, можно упростить к виду:

$$y=\frac{(x-1)(x+1)(x-5)(x+5)}{(x+1)(x-5)}=(x-1)(x+5)=x^2+4x-5,$$

при $x\neq-1$ и $x\neq5$ (в точках $x=-1$, $x=5$ функция не определена, т.к. знаменатель дроби обращается в нуль).



Значит, графиком данной в условии функции является парабола, $y=x^2+4x-5$ с выколотыми точками $x=-1$, $y=y(-1)=-8$ и $x=5$, $y=y(5)=40$, см. рисунок. Абсцисса вершины параболы $y=x^2+4x-5$ равна $x_в=-4/2=-2$, а ордината — $y_в=y(-2)=-9$.

Прямая $y = c$ имеет ровно одну общую точку с построенным графиком в том случае, если она проходит через одну из выколотых точек, или через вершину параболы $y = x^2 + 4x - 5$. Поэтому все искомые значения — это $c = -9$, $c = -8$, $c = 40$.

Ответ: $-9; -8; 40$

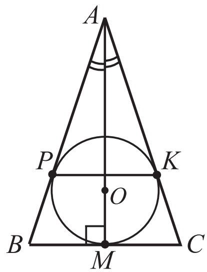
23 В равнобедренном треугольнике ABC известны длина основания $BC = 14$ и длина боковой стороны $AB = 25$. Вписанная в треугольник ABC окружность касается боковых сторон AB и AC в точках P и K соответственно. Найдите периметр четырёхугольника $BPKC$.

Решение.

Пусть O — центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$. Тогда прямая AO — биссектриса $\angle BAC$, а поскольку $AB = AC$, то биссектриса угла при вершине A является медианой и высотой к основанию BC.

Обозначим через M точку касания вписанной окружности со стороной BC. Тогда из перпендикулярности OM к BC (как радиуса в точку касания) и перпендикулярности AO к BC следует, что прямые AO и OM совпадают, см. данный ниже рисунок.

Так как $BC = 14$, а точка M — середина BC, то $BM = CM = 7$.
А поскольку $BP = BM$ и $CK = CM$ (как отрезки касательных), то $AP = AB - BP = 18$, $AK = AC - CK = 18$.



Таким образом, APK — равнобедренный треугольник, подобный треугольнику ABC с коэффициентом подобия $\dfrac{18}{25}$. Значит, $PK = BC \cdot \dfrac{18}{25} = \dfrac{14 \cdot 18}{25} = 10{,}08$, а искомый периметр четырёхугольника $BPKC$ равен $14 + 7 + 7 + 10{,}08 = 38{,}08$.

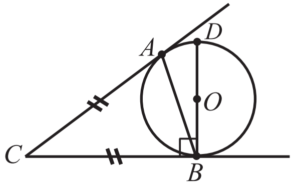
24 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной C в точках A и B. Отрезок BD — диаметр этой окружности. Докажите, что $\angle ACB = 2\angle ABD$.

Решение.

Так как BD — диаметр, а BC — касательная к окружности, то

$\angle CBD = 90^\circ$. Пусть $\angle ABD = \alpha$, тогда $\angle CBA = 90^\circ - \alpha$.

Заметим, что $CB = CA$ — как отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки, см. данный ниже рисунок.

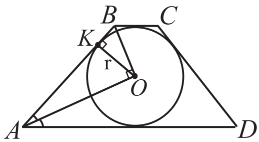


Поскольку $\angle CAB = \angle CBA$ — как углы при основании равнобедренного треугольника, то $\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle CBA =$
$= 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha) = 2\alpha$, ч.т.д.

25 Окружность радиуса 12 вписана в равнобедренную трапецию. Точка касания окружности с боковой стороной трапеции делит эту сторону в отношении $1 : 4$. Найдите периметр трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ – данная равнобедренная трапеция, O – центр вписанной в неё окружности, K – точка касания вписанной окружности со стороной AB, см. рисунок, и пусть $BK = x$.



Так как по условию $BK : AK = 1 : 4$, то $AK = 4x$. Лучи AO и BO – биссектрисы углов BAD и ABC, сумма которых равна 180°, поэтому

$$\angle BAO + \angle ABO = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Следовательно, $\triangle AOB$ — прямоугольный. Так как OK — радиус, проведённый в точку касания, то $OK \perp AB$. По формуле длины высоты прямоугольного треугольника имеем: $OK = \sqrt{AK \cdot BK}$, $OK = \sqrt{4x \cdot x} = 2x$. По условию, $OK = 12$. Значит, длина боковой стороны трапеции равна $CD = AB = AK + BK = 5x = 30$. Необходимым условием того, что в четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность, является равенство $AB + CD = BC + AD$. Отсюда получаем, что $BC + AD = 60$, а искомый периметр трапеции равен 120.