Разные способы проверки текстовых задач в 5–6-м классах

Ира Целищева,
доцент кафедры математики и методики обучения Шуйского государственного педагогического университета,
Светлана Зайцева,
доцент кафедры математики и методики обучения Шуйского государственного педагогического университета, кандидат педагогических наук

Один из видов заданий курса математики — «сюжетные» текстовые задачи, которые сложно поддаются формализации и соответственно алгоритмизации решения. С текстовыми задачами дети знакомятся ещё в дошкольном возрасте, их решению отводится значительное место в различных программах по математике начальной школы. В основной школе ученики продолжают знакомиться с новыми видами текстовых задач и оттачивают умения решать задачи знакомого вида, предполагающие более сложные арифметические вычисления, чем в начальной школе.

Многие учителя математики отмечают тот факт, что в случае правильно решённой задачи классом они не считают нужным обратить внимание учащихся на анализ и оценку результата и тем более тратить время на организацию проверки её решения. Однако, как известно, проверка позволяет не только убедиться в правильности решения задачи, но и способствует более глубокому, осмысленному пониманию её математического содержания, осознанию связей между данными величинами, представленными в задаче, и искомыми. Именно в результате проверки многие ученики, действуя до этого по стандартному алгоритму, наконец, понимают и осознают ход её решения. Практика показывает, что при организации учебной деятельности в процессе решения текстовых задач основными учебными действиями должны стать моделирование, контроль и самоконтроль.

Проверить решение задачи — значит установить, что оно правильно или ошибочно. Выпускники начальной школы, в соответствии с требованиями современного образовательного стандарта, должны владеть четырьмя способами организации проверки решения текстовых задач:

- решение задачи другим способом;
- составление и решение обратной задачи;
- установление соответствия между числами, полученными в результате решения задачи, и данными числами;
- прикидка ответа.

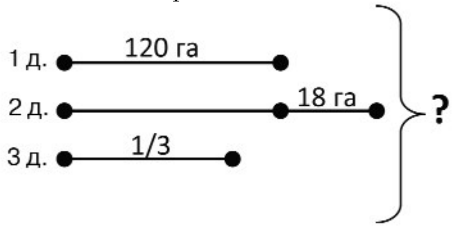
Однако, организуя проверку решения задачи, важно понимать, что не все способы применимы к каждой задаче.

Рассмотрим особенность и применение каждого из указанных способов на примере арифметических задач 5–6-х классов.

Решение задачи другим способом

Решение задачи несколькими способами — один из путей проверки правильности полученного результата. При этом сопоставление найденных решений и выделение из них наиболее рациональных способствуют воспитанию у учащихся гибкости математического мышления.

В первый день вспахали 120 га пашни, во второй день на 18 га больше, в третий день — $^1/_3$ всей пашни. Сколько гектаров пашни вспахали за три дня?



Решение:

1 способ:

Всю пашню примем за 1.

1) 120 + 18 = 138 (га) — вспахали во второй день.

2) 120 + 138 = 258 (га) — вспахали за два дня.

3) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ — такую часть вспахали за два дня.

4) $258:\frac{2}{3}=\frac{258\cdot 3}{2}=387$ (га)

Ответ: 387 гектаров вспахали за три дня.

2 способ:

1) 120 + 120 = 240 (га) — столько вспахали бы за 2 дня, если во второй день вспашут столько же, сколько в первый день.

2) 240 + 18 = 258 (га) — вспахали за два дня.

3) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ — такую часть вспахали за два дня.

4) $258:\frac{2}{3}=\frac{258\cdot 3}{2}=387$ (га)

3 способ:

1) 120 · 2 = 240 — столько вспахали бы за 2 дня; если во второй день вспашут столько же, сколько в первый день, то за два дня вспахали бы в два раза больше, чем в первый день.

2) 240 + 18 = 258 (га) — вспахали за два дня.

3) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ — такую часть вспахали за два дня.

4) $258:\frac{2}{3}=\frac{258\cdot 3}{2}=387$ (га)

Решая задачу разными способами, мы получили один и тот же ответ, значит, мы задачу проверили.

Составление и решение обратной задачи

Составить обратную задачу — значит преобразовать задачу так, чтобы искомое число этой задачи стало данным числом, а одно из данных чисел стало искомым.

Исходная задача считается решённой правильно, если в результате решения обратной задачи мы получим число, которое принимали за неизвестное.

Таким образом, для успешного выполнения проверки решения задачи способом составления обратной задачи по отношению к данной и её решения необходимо осуществить ряд последовательных действий:

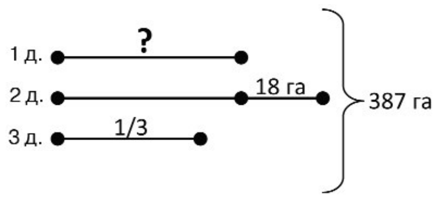
- подставить найденное число в решённую задачу,
- выделить новое искомое в данной задаче,
- составить новую задачу по отношению к данной,
- решить составленную задачу,
- соотнести полученный результат с тем данным, которое исключили, т.е. приняли за искомое.

Если при этом числовые значения окажутся одинаковыми, то можно говорить о правильности решения задачи. Задач, обратных данной, можно составить столько, сколько данных чисел в исходной задаче. Описанный способ проверки применим к любой задаче. Однако не всегда обратная задача посильна ученикам начальных или 5–6-х классов по способу решения. Некоторые задачи решаются составлением уравнений. Поэтому учитель в таких случаях указывает на то, какое число взять за искомое (обозначить неизвестным).

К большинству задач можно составить несколько обратных задач. Число обратных задач зависит от количества данных в условии задачи.

Рассмотрим проверку решения той же задачи составлением обратных к ней задач.

Обратные задачи можно получить, преобразовав модель, например:



В первый день вспахали несколько гектаров пашни. Во второй день на 18 га больше, чем в первый день. В третий день — $^1/_3$ всей пашни. За три дня вспахали 387 га пашни. Сколько гектаров пашни вспахали за первый день?

Решение:

1) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

2) $387\cdot\frac{2}{3}=258$ (га)

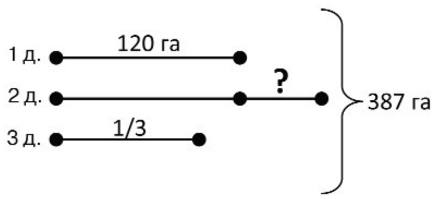
3) 258 – 18 = 140 (га)

4) 240 : 2 = 120 (га)

Ответ: 120 гектар вспахали за первый день.

Результат решения соответствует данному исходной задачи.

Вторая обратная задача:



В первый день вспахали 120 га пашни, во второй день на несколько гектаров больше, в третий день — $^1/_3$ всей пашни. На сколько больше гектаров пашни вспахали во вто-

рой день, чем в первый, если за три дня вспахали 387 га?

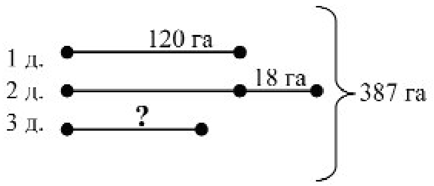
Решение:

1) $287 \cdot \frac{1}{3} = 129$ (га) — вспахали за третий день;
2) 387 – 129 = 258 (га) — вспахали за первые два дня;
3) 258 – 120 = 138 (га) — вспахали за второй день;
4) 138 – 120 =18 (га) — на столько больше вспахали во второй день, чем в первый.

Ответ: на 18 га больше вспахали во второй день, чем в первый.

Результат решения соответствует данному исходной задачи.

Третья обратная задача:



В первый день вспахали 120 га пашни, во второй день на 18 га больше, чем в первый день. За три дня вспахали 387 га. Какую часть пашни вспахали за третий день?

Решение:

1) 120 + 18 = 138 (га) — вспахали за второй день
2) 387 – 138 = 249 (га) — вспахали за первый и третий день;
3) 249 – 120 = 129 (га) — вспахали за третий день;
4) 129 : 387= $^1/_3$ (часть) — такую часть вспахали в третий день.

Результат решения соответствует данному исходной задачи.

Примечание: обратные задачи к данной также допускают несколько способов решения.

Практика показывает, что ученики и некоторые учителя при составлении задачи, обратной данной, допускают грубые ошибки. За исходные данные обратной задачи они принимают результаты некоторых действий в решении данной задачи. Например, к задаче:

«С участка собрали 4 мешка картофеля, по 50 килограммов в каждом. Этот картофель разложили для хранения в 10 ящиков поровну. Сколько положили килограммов в каждый ящик?» они составляют следующую обратную задачу: *«С участка собрали 200 кг картофеля и разложили поровну в 10 ящиков. Сколько картофеля положили в каждый ящик?»*.

Оказывается, что для некоторых задач составление и решение обратной задачи является не только целесообразным, но и единственно возможным способом проверки. Например, для задачи: «Из пачки взяли 18 тетрадей, после этого в пачке осталось в 2 раза меньше, чем было. Сколько тетрадей было в пачке?»

Многие учащиеся при решении этой задачи испытывают затруднения и решают её в два действия:

18 + 18 : 2=27 (т.)

Такое решение нами наблюдалось на открытом уроке в начальной школе, причём ни один из присутствующих учителей не заметил ошибку в решении. Легко обнаружить и устранить ошибку помогла бы проверка решения задачи. Составим обратную задачу: «В пачке было 27 тетрадей. Взяли 18 тетрадей. Во сколько раз меньше осталось тетрадей, чем было?»

Решение:

1) 27 – 18 = 9 (т.)
2) 27 : 9 = 3 (раза)

Получим, что осталось тетрадей в 3 раза меньше, чем было. Значит, задача решена неверно. Такая проверка даёт возможность убедиться в том, что в рассуждении была допущена ошибка. После этого следует снова вернуться к анализу задачи и подвести учащихся к правильному решению.

Установление соответствия между числами, полученными в результате решения задачи и данными числами

Этот способ разными учителями понимается по-разному. Так, в методике математики под редакцией М.А. Бантовой сказано, что при проверке решения задачи этим способом выполняют арифметические действия над числами, которые получатся в ответе на вопрос задачи. Если при этом получатся числа, данные в условии задачи, то задача решена правильно .

Этот способ используется, в основном, для проверки решения составных задач с пропорциональными величинами. Покажем его применение на примере такой задачи: *«С двух полей собрали 27,9 т картофеля. С первого поля собранный картофель увезли на 5 машинах, со второго — на 4 таких же машинах. Сколько картофеля собрали с каждого поля в отдельности?»*

Решение:

1) 5 + 4 = 9 (м)
2) 27,9 : 9 = 3,1 (т)
3) 3,1 · 5 = 15,5 (т)
4) 3,1 · 4 = 12,4 (т)

Проверка:

Для проверки достаточно выполнить одно действие.

15,5 + 12,4 = 27,9 (т). Проверка показала, что действительно с двух полей собрали 27,9 тон картофеля.

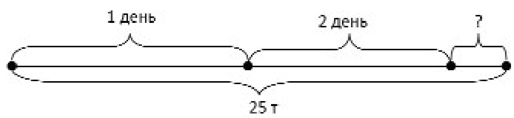
Установление соответствия искомого числа области своих значений (прикидка ответа)

Особенность этого способа состоит в том, что до решения задачи устанавливается область значений искомого числа, т.е. больше или меньше какого-то из данных чисел должно быть искомое число. После решения задачи определяется, соответствует ли полученный результат установленной области значений. Если он не соответствует установленным границам, значит, задача решена неправильно. Однако этот способ проверки помогает заметить ошибочность решения, но не позволяет утверждать, что задача решена правильно, как в предыдущих способах проверки. Этот способ является дополнительным и не исключает других способов проверки решения задач.

Применим описанный способ проверки к следующей задаче:

«Для посева было приготовлено 25 т семян. В первый день на посев израсходовали $^4/_9$ всех семян, а во второй — $^4/_7$ остатка. Сколько семян осталось после двух дней посева?»

Решение:



1) $25\frac{1}{5}\frac{4}{9}=\frac{126}{5}\cdot\frac{4}{9}=\frac{126\cdot 4}{5\cdot 9}=\frac{56}{5}$ (т)

2) $25\frac{1}{5}-\frac{56}{5}=\frac{126-56}{5}=\frac{70}{5}=14$ (т)

3) $14\cdot\frac{4}{7}=8$ (т)

4) 14 – 8 = 6 (т)

Ответ: 6 т семян осталось после двух дней посева.

Проверка:

1) До решения устанавливаем, что семян должно остаться меньше, чем было, то есть меньше, чем $25\frac{1}{5}$ тонн.

2) Проверяем: $6 < 25\frac{1}{5}$, следовательно, задача решена правильно.

Рассмотрим тот случай, когда проверка данным способом позволяет сделать вывод о том, что задача решена не правильно.

Задача. *В двух хранилищах было 1000 ц картофеля. Когда из каждого хранилища взяли картофеля поровну, в одном из них осталось 345 ц, а в другом — 389 ц. Сколько картофеля взяли из каждого хранилища?*

Пример ошибочного решения:

1) 1000 : 2 = 500 (ц)
2) 500 – 345 = 155 (ц)
3) 500 – 389 = 111(ц)

В этом случае ошибочное решение получено вследствие того, что ученик спутал два понятия: «было поровну» и «взяли поровну».

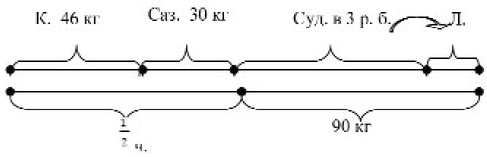
Для проверки правильности ответа необходимо акцентировать внимание детей на таких моментах:

1) сформулируйте ответ задачи;
2) сколько ответов имеет эта задача?
3) почему их получилось два (155 ц и 111 ц)?
4) можно ли считать, что задача решена правильно?

Некоторые задачи, решённые алгебраическим способом, составлением уравнения, полезно проверить, решив её арифметическим способом, и сравнить, какой из этих способов более рациональный.

Решим **задачу:** *«В столовую привезли карпов, сазанов, судаков и лещей. Карпов было 46 кг, сазанов 30, а судаков в 3 раза больше, чем лещей. Когда половину всей рыбы израсходовали, осталось ещё 90 кг. Сколько килограммов судаков привезли в столовую?»*

Решение.



$90 \cdot 2 = 180$ (кг)

Примем за x всех лещей, тогда судаков будет $3x$.

Составим уравнение и решим его:

$$x + 3x + 46 + 30 = 180$$
$$4x = 104$$
$$x = 26$$

26 кг лещей
$26 \cdot 3 = 78$ кг судаков.

Проверку задачи можно осуществить решением её арифметическим способом:

1) 46 + 30 = 76 (кг)
2) $90 : \frac{1}{2} = 180$ (кг)
3) 180 – 76 = 104 (кг)

Всех лещей примем за одну часть, тогда судаков будет 3 таких части.

4) 1 + 3 = 4 (ч)
5) 104 : 4 = 26 (кг)
104 – 26 = 78 (кг)

Оба способа решения позволили получить в результате одни и те же значения, следовательно, задача решена правильно.

Мы советуем учителям шире использовать в работе с детьми различные способы проверки текстовых задач и убеждены в том, что работа по проверке решения задачи приучает учеников к самоконтролю, делает работу учащихся более осознанной и творческой. А время, отведённое по плану на решение серии однотипных задач, более продуктивно потратить на проверку одной задачи, находя при этом различные способы её решения и составляя и решая обратные к ней задачи. С методикой организации работы по решению текстовых задач в начальной школе, в преемственном плане, можно познакомиться в нашем методическом пособии[1].

[1] Методика обучения математике в начальной школе / С.А. Зайцева, И.Б. Румянцева, И.И. Целищева. М.: ВЛАДОС, 2008. 192 с.)