

ПРАКТИКА ДЛЯ ПРАКТИКОВ

Информационные технологии в обучении математике: решение заданий ЕГЭ группы С5

**С.А. Данелян,
Л.С. Сагателова**

Преподавательская практика показывает, что традиционная организация обучения на сегодня несколько устарела и требует внедрения в процесс обучения современных образовательных технологий, средств и форм обучения, базирующихся на электронных средствах обработки и передачи информации. Появление информационных технологий освобождает преподавателя от рутинной работы в организации учебного процесса, позволяет сделать преподавание математики более эффективным, процесс обучения — интересным и наглядным, повысить качество математического образования обучающихся.

Активное использование информационных технологий в учебном процессе — одно из направлений повышения качества математического образования старшеклассников (И.Н. Антипов, С.А. Бешенков, Т.Б. Захарова, А.А. Кузнецов, Е.С. Полат, И.В. Роберт, Т.Л. Шапошникова и др.).

Под информационными технологиями обучения понимается дидактический процесс с применением целостного комплекса компьютерных и других средств обработки информации, позволяющий на системной основе организовать оптимальное взаимодействие между учителем и учащимся с целью достижения гарантированного результата обучения. Использование информационных технологий в процессе преподавания математики позволяет непрерывно совершенствовать как содержание, так и методику преподавания математики как самостоятельной дисциплины и математики в единстве с информатикой, повышать результативность обучения (В.И. Арнольд, М.И. Башмаков, В.Г. Болтянский, Н.Я. Виленкин, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев,

Л.Д. Кудрявцев, А.Г. Мордкович, С.М. Никольский, А.А. Столяр).

Использование информационных технологий в процессе обучения математике позволяет реализовывать психолого-педагогические, дидактические и методические аспекты обучения. Психолого-педагогический аспект предполагает повышение мотивации учащихся и усиление эмоционального фона образования, широкие возможности по индивидуализации образования (использование индивидуальных домашних заданий, рефератов, системы проектов); благодаря высокой наглядности представления учебного материала, особенно при моделировании явлений в динамике, информационные технологии способствуют более качественному восприятию и запоминанию учебного материала. Использование информационных технологий, практическое применение которых неизбежно включает познавательную деятельность обучающихся, обеспечивает не только определённую систему знаний, но и необходимый развивающий эффект: формирует и развивает математическую и информационную культуру.

В методическом плане использование информационных технологий предполагает использование модульных технологий; технологий укрупнения единиц учебной информации; формирование математических понятий с использованием возможностей информатики; выбор эффективных форм проведения занятий (семинар, дискуссия, лабораторная работа, конференции); организация самостоятельной работы учащихся (классной и внеклассной). Информационные технологии позволяют осуществлять ви-

зуализацию, графическую интерпретацию, математическое моделирование изучаемых явлений и процессов; проводить математический эксперимент и математические расчёты. Они позволяют иллюстрировать динамические процессы и явления, скрытые в условиях обычного образовательного процесса; позволяют представлять информацию в занимательной форме (благодаря использованию средств мультимедиа).

Дидактический аспект реализации информационных технологий в процессе обучения математике основывается на тщательном отборе содержания обучения в соответствии с ФГОС по математике; анализе содержания программы с точки зрения технологического подхода; отборе требований к знаниям обучающихся; организации контроля знаний.

Рассмотрим преимущества использования информационных технологий в процессе обучения математике. Массовая компьютеризация школ открывает широкие возможности для использования на уроках средств и форм обучения, базирующихся на электронных средствах обработки и передачи информации. Среди программ динамической математики хочется выделить программное обеспечение GeoGebra (www.geogebra.org), разработанное для обучения в школе.

Идея GeoGebra заключается в приобретении геометрических, алгебраических и числовых представлений в интерактивном режиме. Кроме того, GeoGebra позволяет напрямую вводить и манипулировать уравнениями и координатами, работать со слайдерами для подбора необходимых параметров, обладает богатыми

возможностями работы с функциями. Созданные в программе интерактивные работы можно сохранять в виде апплетов. С её помощью можно строить графики функций, решать задачи по планиметрии и стереометрии; выполнять построения различных объектов и рассматривать их в динамике.

Программное обеспечение GeoGebra может быть эффективно использовано при обучении учащихся решению заданий с параметрами, которые считаются традиционно сложными и как показывают результаты аналитических отчетов по результатам ЕГЭ как прошлых лет, так и этого года, небольшой процент выпускников школ справляются с заданиями группы С5. Это объясняется тем, что задачи с параметром являются исследовательскими, предполагают развитое логическое мышление и сформированную математическую культуру.

Задания С5 в целом предназначены для проверки знаний на том уровне требований, который традиционен в вузах с профильным экзаменом по математике. Это задание по своей поста-

новке является алгебраическим, однако предполагает и возможность применения функциональных и наглядно-геометрических представлений в процессе решения. К примеру, в силу ограниченного количества часов преподавания математики в старшем звене, соответствующего базовому уровню преподавания (4 часа в неделю, 2,5 часа алгебры и начал анализа, 1,5 часа геометрии), учителя школ не располагают учебным временем для демонстрирования решений заданий с параметрами не только аналитическими методами, но и гораздо менее объёмными без использования компьютерных технологий графическими методами.

На рисунках «Графическая интерпретация задания С5 ЕГЭ-2010 (программа GeoGebra) 1, 2, 3» показано использование программы GeoGebra для решения заданий С5 ЕГЭ-2010, С5 ЕГЭ-2011, С5 ЕГЭ-2012.

Задание С5 (ЕГЭ-2010). Найти все значения параметра a , при которых функция $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 4x$ имеет хотя бы один максимум.

Решение. Функция $f(x)$ имеет вид:

а) при $x \geq a^2$: $f(x) = x^2 - 2(x - a^2) - 4x = x^2 - 2x + 2a^2 - 4x = x^2 - 6x + 2a^2$, поэтому её график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x = 3$;

б) при $x \leq a^2$: $f(x) = x^2 + 2(x - a^2) - 4x = x^2 + 2x - 2a^2 - 4x = x^2 - 2x - 2a^2$,

поэтому её график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x = 1$.

Наглядная презентация даёт возможность обучающимся определить характер поведения функции и наличие у неё точки максимума в зависимости от расположения прямой $x = a^2$

в области между прямыми $x = 1$ и $x = 3$ или за её пределами и получить условие $1 < a^2 < 3$, приводящее к ответу:

$$-\sqrt{3} < a < -1 \text{ или } 1 < a < \sqrt{3}$$

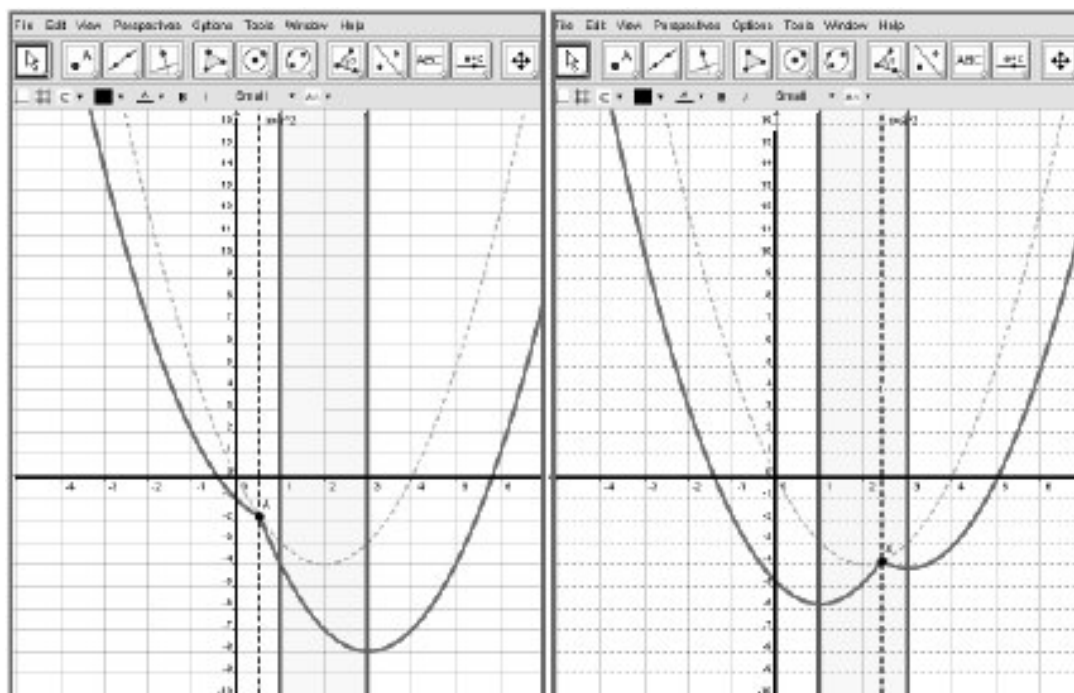


Рис. 1. Графическая интерпретация задания С5 ЕГЭ-2010 (программа GeoGebra) 1

Задание С5 (ЕГЭ-2011). Найти все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение. Если $x \geq 0$, то уравнение $(|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$ задаёт окружность $C_1(5; 4)$ с радиусом 2, а если $x < 0$, то оно задаёт окружность $C_2(-5; 4)$ того же радиуса.

При положительных значениях a уравнение $(x - 2)^2 + y^2 = a^2$ задаёт окружность $C(2; 0)$ радиуса a . Поэтому задача состоит в том, чтобы найти все значения параметра a , при каждом из которых окружность C имеет един-

ственное общую точку с объединением окружностей C_1 и C_2 . Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность C касается одной из двух окружностей C_1 и C_2 и не пересекается с другой.

Из точки C проведём луч CC_1 и обозначим A_1 и B_1 точки его пересечения с окружностью C , где точка A_1 лежит между точками C и C_1 . Так как

$$CC_1 = \sqrt{(5 - 2)^2 + 4^2} = \sqrt{65},$$

$$\text{то } CB_1 = \sqrt{65} + 2.$$

Из точки C проведём луч CC_2 и обозначим A_2 и B_2 точки его пересечения с окружностью C , где точка A_2 лежит между точками C и C_2 . Так как

ПРАКТИКА ДЛЯ ПРАКТИКОВ

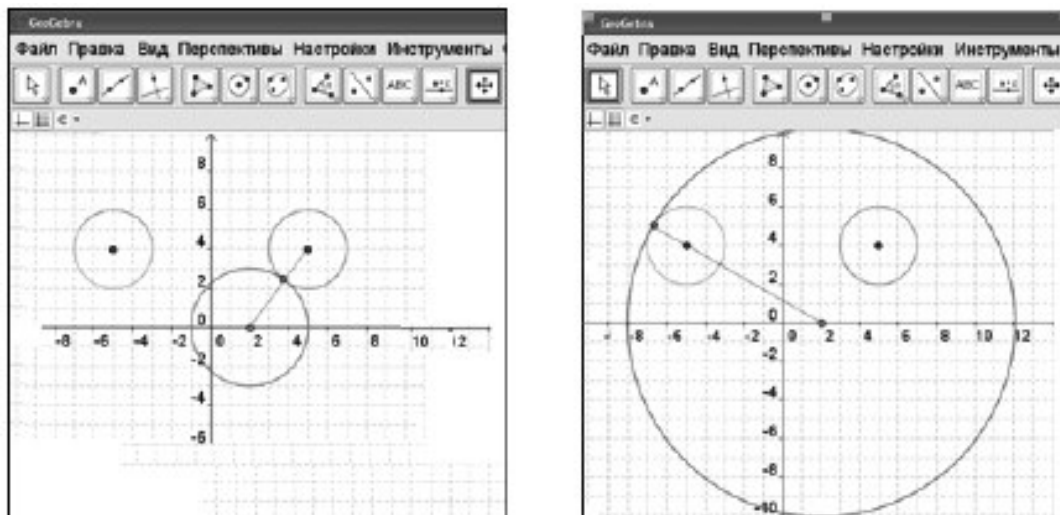


Рис. 2. Графическая интерпретация задания C5 ЕГЭ-2011 (программа GeoGebra) 2

$$CC_2 = \sqrt{(-5+2)^2 + 4^2} = 5, \\ \text{то } CA_1 = 5 - 2 = 3.$$

Ответ: $3; \sqrt{65} + 2$.

Задание C5 (ЕГЭ-2012). Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax - 1$$

на рассматриваемом на промежутке $(0; +\infty)$ имеет не более двух корней.

Решение. Строим график функции

$$y = \left| \frac{5}{x} - 3 \right|$$

на рассматриваемом промежутке $(0; +\infty)$: ветвь гиперболы с асимптотами $x = 0$, $y = -3$. Далее симметричным отображением относительно оси абсцисс части графика, расположенной в нижней полуплоскости $y < 0$, получаем график функции

$$y = \left| \frac{5}{x} - 3 \right| \text{ на промежутке } (0; +\infty).$$

Функция $y = ax - 1$ задаёт прямую, проходящую через точку с координатами $(0; -1)$ и угловым коэффициентом a . По рисунку в соответствии с условием задания определяем граничные положения прямой: 1) прямая $y = ax - 1$, проходящая через нуль функции

$$y = \left| \frac{5}{x} - 3 \right|, \text{ точку } \left(\frac{5}{3}; 0 \right).$$

Искомое значение $a_1 = \frac{3}{5}$ получа-

ем непосредственной подстановкой; 2) прямая $y = ax - 1$, касательная к графику функции

$$y = \frac{5}{x} + 3, x > 0. \text{ Искомое значение}$$

$a_2 = \frac{4}{5}$ получаем, приведя уравнение $\frac{5}{x} + 3 = ax - 1$ к квадратному $ax^2 - 4x + x + 5 = 0$ и приравняв к нулю его дискриминант $D1 = 4 - 5a$. Таким образом, получаем ответ: $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5} \right)$

Ответ: $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5} \right)$

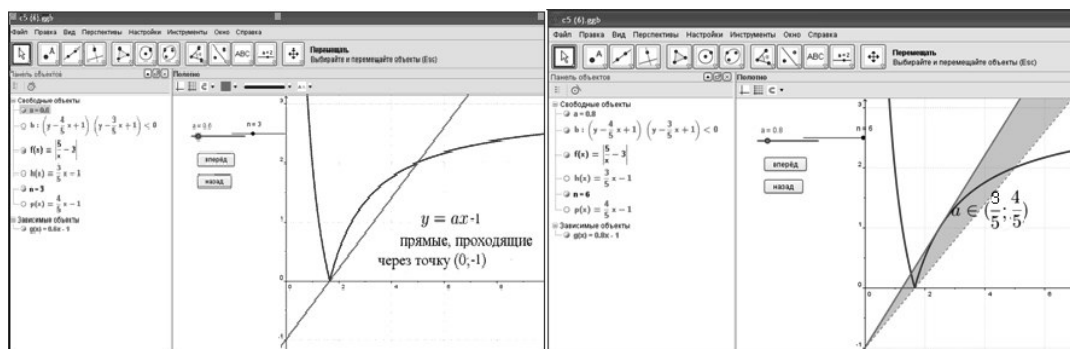


Рис. 3. Графическая интерпретация задания С5 ЕГЭ-2012 (программа GeoGebra) 3

Несложно провести сравнительный анализ графического решения, наглядно и легко дающего выпускнику возможность получения в рамках критериев ФИПИ положительного балла даже без применения аналитических выкладок, с аналитическими рассуждениями, предложенными в официальных критериях ФИПИ для экспертов.

Технология решения задач группы С5 ЕГЭ с использованием интерактивной среды программы GeoGebra применялась в 11 «А» классе гимназии № 12 Краснооктябрьского района города Волгограда в 2011–2012 учебном году (учитель С.А. Данелян). 64% учащихся в классе получили положительный результат, из них 44% учащихся удалось справиться с заданием без погрешностей. По результатам ЕГЭ-2012 по РФ, согласно аналитическому отчёту ФИПИ, за задание С5 получили 1 балл 3,1%, 2 балла 1,4%, 3 балла 0,65%, 4 балла 0,80% выпускников. Как показывают ре-

зультаты педагогического эксперимента, старшеклассники, при обучении которых учителем активно использовались информационные технологии (программа GeoGebra), оказались более успешными в освоении сложных разделов математики и более подготовленными к итоговой аттестации по математике. Это безусловно свидетельствует об эффективности использования информационных технологий в обучении математике и повышении качества математического образования старшеклассников.

Проблема использования информационных технологий в процессе обучения математике в российских школах приобретает особую актуальность с введением ФГОС нового поколения. Её решение будет способствовать не только повышению качества математических знаний старшеклассников, но и подготовке в будущем высококвалифицированных специалистов.