

ОСНОВЫ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА. Квантованный текст с заданиями в тестовой форме

Мадина Исмаилова,

Казахский национальный медицинский университет
им.С.Д. Асфендиярова
модуль мед. биофизики и биостатистики,
madina.ismailova.73@mail.ru

Введение

Дисперсионный анализ (ДА) — это группа статистических методов, позволяющих выявить влияние отдельных факторов.

Дисперсионный анализ был разработан в 20-х годах XX столетия английским математиком и генетиком Рональдом Фишером.

Границы применимости

Дисперсионный анализ предполагает, что выборки извлечены из совокупностей, распределенных по нормальному закону.

Это метод анализа для сравнения средних выборочных более чем двух групп.

Базовые понятия ДА

Фактором называют то, что оказывает влияние на конечный результат.

Уровнем фактора называют его конкретную реализацию.

Откликом называют значение измеряемого признака.

В зависимости от количества изучаемых факторов различают *однофакторный* и *многофакторный* дисперсионный анализ.

Основная идея

Основная идея дисперсионного анализа состоит в разложении общей выборочной дисперсии на две составляющие: факторную и остаточную. И при сравнении значений этих дисперсий выносится решение о влиянии фактора.

Факторная дисперсия (ФД)

Факторная или межгрупповая дисперсия — это выборочная дисперсия, которая соответствует влиянию фактора на изменчивость средних групповых значений.

Обозначается $MS_{\text{факт}}$.

Формула вычисления ФД

$$MS_{\text{факт}} = \frac{SS_{\text{факт}}}{k-1},$$

$k-1$ — это *число степеней свободы* факторной дисперсии, k — количество групп (количество уровней фактора).

$$SS_{\text{факт}} = r \sum_{j=1}^k (\bar{x}_{\text{гр}j} - \bar{x})^2 - \text{факторная}$$

сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней.

Остаточная дисперсия (ОД)

Остаточная или внутригрупповая дисперсия — это выборочная дисперсия, обусловленная случайными причинами и не влияющая на изменчивость групповых средних.

Обозначается $MS_{\text{ост}}$.

Формула вычисления ОД

$$MS_{\text{ост}} = \frac{SS_{\text{ост}}}{k(r-1)},$$

$k(r-1)$ — *число степеней свободы* остаточной дисперсии, k — количество групп, r — количество значений в каждой группе.

$$SS_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^r (x_{i1} - \bar{x}_{\text{гр}1})^2 + \sum_{i=1}^r (x_{i2} - \bar{x}_{\text{гр}2})^2 + \dots + \sum_{i=1}^r (x_{ik} - \bar{x}_{\text{гр}k})^2 - \text{остаточная}$$

сумма квадратов отклонений значений признака от групповых средних.

Общая дисперсия

$$MS_{\text{общ}} = \frac{SS_{\text{общ}}}{n-1} - \text{общая дисперсия}$$

Методика

Методика



персия, $n - 1$ — число степеней свободы общей дисперсии, n — суммарное количество значений во всех k группах.

$$SS_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^r (x_{ij} - \bar{x})^2 \text{ — общая}$$

сумма квадратов отклонений значений выборок от общей средней.

Для введенных сумм квадратов справедливо равенство

$$SS_{\text{общ}} = SS_{\text{факт}} + SS_{\text{ост}}.$$

Смысл формул

Если фактор А оказывает влияние на признак X, то в выборке он изменяет групповую среднюю, и эта групповая средняя будет отличаться от общей средней тем сильнее, чем больше воздействие фактора. А чем больше различие групповой средней и общей средней, тем больше и величина $SS_{\text{факт}}$. Имеет место прямая зависимость степени воздействия фактора и величины $SS_{\text{факт}}$.

1. ПОЗВОЛЯЮТ ВЫЯВИТЬ ВЛИЯНИЕ ФАКТОРА

- 1) закон Гаусса
- 2) критерий Фишера
- 3) критерий Стьюдента
- 4) критерий Уилкоксона
- 5) дисперсионный анализ
- 6) критерий Манна–Уитни
- 7) нормальное распределение

Преобразованный вид формул

Для вычисления SS формулы можно преобразовать к более простому виду.

$$SS_{\text{общ}} = R - \frac{T^2}{n},$$

где $R = \sum_{j=1}^k R_j$, $R_j = \sum_{i=1}^r x_{ij}^2$,

$$T = \sum_{j=1}^k T_j = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^r x_{ij}.$$

$$SS_{\text{факт}} = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^k T_j^2 - \frac{T^2}{n}.$$

$$SS_{\text{ост}} = SS_{\text{общ}} - SS_{\text{факт}}.$$

Вашему вниманию предлагаются задания, в которых могут быть 1, 2, 3 и большее число правильных ответов. Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ БЫЛ РАЗРАБОТАН

- 1) Гауссом
- 2) Фишером
- 3) Стьюдентом
- 4) Смирновым
- 5) Уилкоксоном
- 6) Колмогоровым

В

- 1) 20-х
- 2) 30-х
- 3) 40-х
- 4) 50-х

ГОДАХ

- 1) XX
- 2) XXI
- 3) XIX
- 4) XVI
- 5) XVII
- 6) XVIII

СТОЛЕТИЯ

3. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА

ПРИ СРАВНЕНИИ

- 1) средних двух
- 2) средних трёх
- 3) дисперсий двух
- 4) средних более чем двух
- 5) дисперсий более чем двух

ВЫБОРОК,

- 6) подчиняющихся
- 7) не подчиняющихся

НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

4. {Фактор, отклик} — ЭТО

- 1) то, что оказывает влияние на изменение средних выборочных
- 2) то, что оказывает влияние на конечный результат
- 3) значение наблюдаемой переменной
- 4) значение измеряемого признака

Методика

Методика

ПЕД	
	измерения

Дополнить:

5. Получены данные о плодовитости мышей при облучении рентгеновскими лучами:

Группы	Число мышат от 4-х самок			
	Контроль	10	12	11
Доза 100 p	8	10	7	9
Доза 200 p	7	9	6	4

{Дозы облучения, число мышат, группы} ЯВЛЯЮТСЯ _____.

6. ИДЕЯ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА СОСТОИТ В РАЗЛОЖЕНИИ ВЫБОРОЧНОЙ ДИСПЕРСИИ НА

- 1) общую и факторную
- 2) общую и остаточную
- 3) общую и межгрупповую
- 4) факторную и остаточную
- 5) межгрупповую и внутригрупповую

ДИСПЕРСИИ

Установить соответствие:

7. ДИСПЕРСИЯ

- 1) факторная
- 2) остаточная

СТЕПЕНЬ РАССЕЙВАНИЯ

- а) межгрупповая
- б) внутригрупповая

Ответы: 1__, 2__.

Установить правильную последовательность:

8. МЕЖГРУППОВАЯ ДИСПЕРСИЯ – ЭТО

- выборка
- влияние
- дисперсия
- соответствие
- изменчивость
- значение
- среднее
- группа
- фактор

9. ДИСПЕРСИЯ, КОТОРАЯ ИЗМЕНЯЕТСЯ ПОД ВЛИЯНИЕМ СЛУЧАЙНЫХ ПРИЧИН

- 1) общая
- 2) факторная
- 3) межгрупповая
- 4) внутригрупповая
- 5) генеральная
- 6) остаточная

10. ЕСЛИ ВЕЛИЧИНА {велика, невелика}, ТО РАЗЛИЧИЕ В СРЕДНИХ ГРУППОВОЙ И ОБЩЕЙ

- 1) большое
- 2) небольшое

ПОТОМУ ЧТО ВЛИЯНИЕ ФАКТОРА

- 1) значительно
- 2) незначительно

Методика

Методика