# ВКЛАД КАРЛА ПИРСОНА В РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Валерий Кадневский,**
д.п.н., профессор,
Омский государственный университет
им. Ф.М. Достоевского,
istoriktestov@mail.ru
**Татьяна Ширшова,**
к.п.н., доцент,
Омский государственный университет
им. Ф.М. Достоевского,
shirshova_tanya@rambler.ru

**Статья посвящена научным достижениям английского учёного Карла Пирсона и его существенному вкладу в развитие математико-статистических методов. Эти методы нашли применение в качестве важного диагностического инструмента во многих науках, в том числе, и в системе педагогических измерений.**

*Ключевые слова: биометрика, коэффициент корреляции Пирсона, кривые Пирсона, распределение Пирсона, критерий согласия Пирсона (критерий хи-квадрат), корреляционный анализ*

## Истоки научных основ теории педагогических измерений

Научные основы теории педагогических измерений закладывались на рубеже XIX–XX веков. Теория и практика педагогических измерений, основанная на математико-статистических и тестовых методах, развивались параллельно, по сути, стимулируя и ускоряя взаимное развитие. Тестовые методы первоначально утверждались в психологии, педагогике, системе профессионального отбора. Со временем многие методы были заимствованы и стали широко применяться в медицине, машиностроении, спорте. У истоков нового научного направления оказалось немало выдающихся учёных, внёсших существенный вклад в развитие и становление теории педагогических измерений. Среди них и К. Пирсон (1857–1936), учёный, представляющий британскую научную школу.

Карл Пирсон (Pearson) родился в Лондоне, в семье преуспевающего лондонского адвоката. Образование он получил в престижном Кембриджском университете (бакалавр в 1879 г., бакалавр права в 1881 г., магистр в 1882 г.). Он также изучал физику и другие науки в Гейдельбергском и Берлинском университетах. Свою профессиональную деятельность К. Пирсон начал в Лондонском университете, в должности профессора кафедры прикладной математики и механики (1884–1911). Кроме того он параллельно, в разные годы, работал профессором геометрии Грэхэм-колледжа (1891–1894), с 1903 года по 1933 возглавлял биометрическую лабораторию, а с 1907 по 1933 год лабораторию Френсиса Гальтона для изучения проблем национальной евгеники. Работа в лаборатории Френсиса Гальтона позволила ему в 1911 году получить звание профессора евгеники.

В 1896 году К. Пирсон становится членом Королевского Общества. За научные заслуги он был награжден медалью Дарвина в 1898 году, а в 1903 году медалью Хаксли, учреждённую антропологическим институтом. Кроме того Карл Пирсон был почётным доктором права Университета имени Св. Эндрю; почётным доктором наук Лондонского Университета; почётным членом Кембриджского Королевского колледжа, а также Единбургского Королевского Общества и Лондонского университетского колледжа.

Научные интересы К. Пирсона были весьма широки. В молодые годы он интересовался проблемами наследственности, евгеники, вопросами биологии и возможностями применения методов статистики для их изучения. К. Пирсон внёс вклад в развитие биологических, поведенческих и общественных наук, а предложенные им методы математической и статистической обработки результатов экспериментов востребованы современной наукой.

Он был плодовитым автором. Достаточно сказать, что только по математической статистике К. Пирсоном было опубликовано свыше 400 научных трудов.

В 1900 году К. Пирсон основал журнал «Биометрика», в котором публиковались материалы, связанные с применением статистических методов в биологии. Хотя К. Пирсон разработал статистический аппарат для биологии, он активно применяется и в других областях знаний, в том числе в психологии и педагогике.

Большое влияние на К. Пирсона оказал Френсис Гальтон (1822–1911). Пирсон был учеником и коллегой Ф. Гальтона. Под влиянием исследований Ф. Гальтона и Дж. Кеттела и полученных научных результатов К. Пирсон начал собственные исследования в области теории тестов[1].

## Определение коэффициента линейной корреляции и других статистических методов

Именно Карл Пирсон вывел применяемую до сих пор формулу определения коэффициента линейной корреляции, получившую название *коэффициента корреляции Пирсона* (1896). Таким образом, им были усовершенствованы методы корреляционного, регрессионного и факторного анализа тестов[2]. Коэффициент корреляции Пирсона активно применяется и сегодня, в частности, для обоснования надёжности и валидности тестовых результатов.

К. Пирсон разработал также метод хи-квадрат, который широко применяется в психологических и педагогических исследованиях. Таким образом, К. Пирсон внес существенный вклад в развитие статистических методов и использование этих методов в различных научных исследованиях, в том числе педагогических.

Впервые идеи К. Пирсона о корреляции и критерии хи-квадрата были опубликованы в серии из 18 книг (1893–1912) под общим заголовком «Математический вклад в теорию эволюции»[3].

Карла Пирсона в научном сообществе считают одним из основателей математической статистики. И на это есть серьёзные основания. Его научные достижения в этой области впечатляют: это и множество понятий, носящих его имя, и формулы, и таблицы, предложенные им. Следует отметить, что учёные из разных отраслей науки до сегодняшнего дня используют статистический аппарат, разработанный К. Пирсоном.

Перечень его основных достижений: стандартное отклонение (1893), метод моментов, биноминальное распределение (1895), коэффициент парной корреляции, стандартная ошибка коэффициента корреляции, парная регрессия (1895), коэффициент частной корреляции (1897), множественная регрессия (1903), коэффициент множественной корреляции (1898), экспоненциальное распределение (1895), подбор функций (1895), гетероскеда-

1 *Кадневский В., Лемиш В., Ширшова Т.* Френсис Гальтон: учёный-энциклопедист, один из первых создателей теории педагогических измерений // Педагогические измерения. 2012. № 1. С. 3–16.

2 *Хлебников В.А.* Краткий обзор развития педагогического тестирования в России. [электронный ресурс]/ В.А. Хлебников//Международный научный педагогический интернет — журнал с библиотекой депозитарием.

3 http://apd.dn.ua/pirson-karl.html

стичность (1905), гистограмма (1895), метод наименьших квадратов (1920), ранговая корреляция (1907), нелинейная регрессия (1900-е годы), асимметрия, 1894, вариация (1905), критерий согласия хи-квадрат (1900), расширение сферы использования теста хи-квадрат для проверки гипотезы о независимости переменных в таблицах сопряженности (1904) и др.

Также К. Пирсону мы обязаны употреблением таких понятий и терминов, как коэффициент вариации, стандартное отклонение, стандартная ошибка оценки, гомо- и гетероскедастичность в распределении данных, коэффициент сопряженности и др. — всего свыше 30 терминов. По его инициативе были подготовлены и изданы Таблицы для статистиков и биометров. Всего К. Пирсон опубликовал 650 научных работ, из которых около 400 относятся к математической статистике[4].

## К. Пирсон и биометрия

Стоит обратить внимание и на вклад К. Пирсона в биометрию, у истоков которой он стоял. Известно, что впервые ввел в употребление термин «biometry» Ф. Гальтон. Он же разработал и основы корреляционного анализа, положив, таким образом, начало новой науки, однако именно К. Пирсон превратил её в стройную научную дисциплину. Этому в немалой степени способствовало личное знакомство К. Пирсона с Ф. Гальтоном и его работами, состоявшееся в 1889 г.

Большое влияние на Пирсона как учёного оказал также зоолог Ф. Велдон. Помогая Ф. Велдону в анализе полученных данных, К. Пирсон ввел в 1893 году понятие среднего квадратичного отклонения и коэффициента вариации. Далее, применяя математические методы к теории наследственности Ф. Гальтона, К. Пирсон в 1898 году создаёт основы метода множественной регрессии.

В 1903 году он обобщил теорию сопряженности признаков, а в 1905 году были опубликованы основы нелинейного корреляционного анализа и методы нелинейной регрессии[5]. К. Пирсона считают не только одним из основоположников биометрии, но и фактическим основателем знаменитой школы английских биометров. Вместе с Гальтоном и Велдоном он основал быстро обретший популярность и влияние среди читателей в начале XX века журнал Biometrika. Фактически К. Пирсон был редактором этого журнала до самой своей смерти.

4 *Елисеева И.И., Соколов Я.В.* Карл Пирсон: к 150-летию со дня рождения. Вопросы статистики. 2007. № 11. С. 76–80.

5 *Леонтьев В.П.* Применение статистики в статьях и диссертациях по медицине и биологии. Часть II. История биометрии и её применения в России. Международный журнал медицинской практики. 1999, вып. 4. С. 7–19.

## Корреляционный анализ

Трудно переоценить вклад К. Пирсона в создание корреляционного метода. На сегодня он стал одним из самых применяемых статистических методов в педагогике и психологии. Термин «корреляция» впервые применил французский палеонтолог Ж. Кювье, который вывел «закон корреляции частей и органов животных». Этот закон позволяет восстанавливать по найденным частям скелета облик всего животного. В статистику этот термин ввел Ф. Гальтон, но не просто как понятие «связь» (relation), а как понятие «связь» — correlation[6]. Далее это понятие развил до отдельного научного направления, получившего название «корреляционный анализ», ученик Ф. Гальтона — К. Пирсон.

Главная задача корреляционного анализа состоит в проверке гипотез связи между переменными величинами.

Корреляционный анализ для двух величин заключает в себе:

- построение корреляционного поля и составление корреляционной таблицы;
- вычисление выборочных коэффициентов корреляции или корреляционных отношений;
- проверка статистической гипотезы значимости связи[6].

Основная функция корреляционного анализа заключается в установлении связи между двух и более изучаемых случайных величин. Корреляционная связь обладает следующими свойствами: формой, направленностью и значимостью.

Таким образом, корреляционный анализ позволяет установить направление (положительное или отрицательное), форму (линейная, нелинейная) и тесноту связи между изучаемыми признаками. На завершающем этапе проверяется уровень значимости полученных коэффициентов корреляции.

## Наиболее востребованные коэффициенты корреляции

В настоящее время используется несколько коэффициентов корреляции. Наиболее известные: коэффициент линейной корреляции Пирсона, ранговый коэффициент корреляции Спирмана и коэффициент корреляции Кендалла. Выбор коэффициента корреляции зависит от типа шкал, к которым относятся переменные (табл. 1)[7].

Подробнее остановимся на использовании коэффициента линейной корреляции Пирсона

6 *Шишлянникова Л.М.* Применение корреляционного анализа в психологии. Психологическая наука и образование. 2009. № 1. С. 98–106.

7 *Попов О.А.* Коэффициент корреляции. Статистика психологии и педагогики. http://psystat.at.ua

*Таблица 1*

| Тип шкал | | Меры связи |
|---|---|---|
| **Переменная X** | **Переменная Y** | |
| Интервальная или отношений | Интервальная или отношений | Коэффициент Пирсона |
| Ранговая, интервальная или отношений | Ранговая, интервальная или отношений | Коэффициент Спирмана |
| Ранговая | Ранговая | Коэффициент Кендалла |
| Дихотомическая | Дихотомическая | Коэффициент ассоциации Пирсона, коэффициент четырёхклеточной сопряжённости Пирсона |
| Дихотомическая | Ранговая | Рангово-бисериальный коэффициент |
| Дихотомическая | Интервальная или отношений | Бисериальная корреляция |
| Интервальная | Ранговая | Значения интервальной шкалы переводятся в ранги и используется ранговый коэффициент |

для оценки тесноты связи между двумя признаками. Его применение уместно, если:

1) рассматриваемая связь линейная;

2) обе переменные измерены в интервальной шкале.

Коэффициент линейной корреляции Пирсона вычисляется по формуле:

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)\right)^2}},$$

где $x_i$, $y_i$ — числовые значения рассматриваемых вариант признаков, $n$ — объём выборки.

При малых объёмах выборки ($n < 100$) значение коэффициента линейной корреляции Пирсона необходимо корректировать с помощью формулы:

$$r=r\left(1+\frac{1-r^2}{2(n-3)}\right).$$

Выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, как и все выборочные характеристики, является случайной величиной и при повторных измерениях может принимать другие значения. Вследствие чего возникает проблема, заключающаяся в проверке значимости выборочного коэффициента корреляции.

Будем считать, что нулевая гипотеза $h_0$ заключается в отсутствии линейной корреляционной связи между исследуемыми признаками в генеральной совокупности: $\rho = 0$. Альтернативная гипотеза $h_1$ заключается в том, что генеральный коэффициент корреляции отличен от нуля: ($\rho \neq 0$). При ограниченных выборках ($n$<100) для проверки гипотезы об отсутствии связи между исследуемыми признаками используется преобразование Фишера:

где $u = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r'}{1-r'}$, $r$ — скорректированное значение выборочного коэффициента корреляции. Проверка нулевой гипотезы заключается в вычислении значения $u$ и сопоставления его с критическим:

$$u_\alpha(n) = z_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n-3}},$$

где $z_{1-\alpha/2}$ квантили нормированного распределения:

$z_{1-\alpha/2} = 1{,}960(\alpha = 0{,}05)$

и $z_{1-\alpha/2} = 2{,}576(\alpha = 0{,}01)$.

Если эмпирическое значение $u$ попадает в область допустимых значений, то есть если выполняется условие $|u| < u_\alpha(n)$, нулевая гипотеза не отвергается. То есть линейной корреляционной связи между рассматриваемыми признаками нет. Корреляция считается значимой, если эмпирическое значение $u$ попадает в критическую область, то есть $|u| > u_\alpha(n)$.

Границы доверительного интервала для генерального коэффициента корреляции при ограниченном объёме выборки определяют как $r_1 < \rho < r_2$, где $r_1$ и $r_2$ находятся из формулы $u = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r'}{1-r'}$ для $u_1 = u - u_\alpha(n)$ и $u_2 = u + u_\alpha(n)$: $r = \frac{e^{2u-1}}{e^{2u+1}}$.

Пример. По результатам измерения ригидности ($X$) и времени решения креативной задачи ($Y$) у 16 испытуемых, требуется произвести оценку корреляционной связи. Переменная $X$ измерена в интервальной шкале (в $T$-баллах), переменная $Y$ — в секундах.

## Линейная корреляция

Решение: выборочные средние арифметические значения $\bar{x}$ и $\bar{y}$ находим по результатам первого и второго столбцов (табл. 2):

$$\bar{x} = \frac{719{,}2}{16} = 44{,}95;$$

$$\bar{y} = \frac{260{,}0}{16} = 16{,}25.$$

Выборочный коэффициент линейной корреляции есть отношение суммы пятого столбца к квадратному корню из произведения сумм шестого и седьмого столбцов:

$$r = \frac{475{,}40}{\sqrt{2260{,}10 \cdot 119{,}14}} = 0{,}916.$$

Ввиду оценки корреляции по выборке малого объёма необходима поправка:

*Таблица 2*

**Расчёт коэффициента линейной корреляции Пирсона**

| № | Испытуемые | $X_i$ | $Y_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $y_i - \bar{y}$ | $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Арбузов | 39,3 | 15,0 | –5,65 | –1,25 | 7,0625 | 31,9225 | 1,5625 |
| 2 | Веткин | 33,3 | 13,0 | –11,65 | –3,25 | 37,8625 | 135,7225 | 10,5625 |
| 3 | Дунайский | 56,6 | 20,9 | 11,65 | 4,65 | 54,1725 | 135,7225 | 21,6225 |
| 4 | Ёжиков | 62,3 | 19,0 | 17,35 | 2,75 | 47,7125 | 301,0225 | 7,5625 |
| 5 | Зубовский | 31,1 | 13,6 | –13,85 | –2,65 | 36,7025 | 191,8225 | 7,0225 |
| 6 | Карпов | 36,7 | 15,0 | –8,25 | –1,25 | 10,3125 | 68,0625 | 1,5625 |
| 7 | Лукин | 52,9 | 17,1 | 7,95 | 0,85 | 6,7575 | 63,2025 | 0,7225 |
| 8 | Мороз | 32,9 | 13,5 | –12,05 | –2,75 | 33,1375 | 145,2025 | 7,5625 |
| 9 | Носов | 35,2 | 14,2 | –9,75 | –2,05 | 19,9875 | 95,0625 | 4,2025 |
| 10 | Орлов | 62,8 | 21,3 | 17,85 | 5,05 | 90,1425 | 318,6225 | 25,5025 |
| 11 | Пригожин | 34,2 | 13,5 | –10,75 | –2,75 | 29,5625 | 115,5625 | 7,5625 |
| 12 | Русалин | 58,1 | 17,0 | 13,15 | 0,75 | 9,8625 | 172,9225 | 0,5625 |
| 13 | Сёмченко | 29,3 | 13,0 | –15,65 | –3,25 | 50,8625 | 244,9225 | 10,5625 |
| 14 | Ушаков | 59,9 | 18,2 | 14,95 | 1,95 | 29,1525 | 223,5025 | 3,8025 |
| 15 | Федулина | 49,0 | 19,2 | 4,05 | 2,95 | 11,9475 | 16,4025 | 8,7025 |
| 16 | Яблоков | 45,6 | 16,5 | 0,65 | 0,25 | 0,1625 | 0,4225 | 0,0625 |
| | **Сумма** | **719,2** | **260,0** | | | **475,4000** | **2260,1000** | **119,1400** |

$$r = 0{,}916 \cdot \left(1 + \frac{1 - 0{,}916^2}{2(16-3)}\right) = 0{,}922.$$

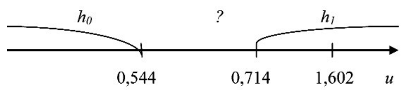
Проверим значимость коэффициента корреляции. Нулевой гипотезой $h_0$ является предположение о том, что генеральный коэффициент корреляции равен нулю ($\rho$ = 0), (), альтернативная гипотеза $h_1$ состоит в том, что генеральный коэффициент корреляции отличен от нуля ($\rho \neq 0$).

Для проверки нулевой гипотезы находим эмпирическое значение $u = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+0{,}922}{1-0{,}922} = 1{,}602$,

которое сопоставляем с критическими значениями

$$u_{0,05} = \frac{1.96}{\sqrt{16-3}} = 0{,}544;$$

$$u_{0,01} = \frac{2{,}576}{\sqrt{16-3}} = 0{,}714.$$




Эмпирическое значение попадает в критическую область, так как $|1{,}602| > 0{,}714$, что позволяет отвергнуть нулевую гипотезу. Коэффициент корреляции значимо отличается от нуля ($p$ < 0,01).

Для построения 95%-го доверительного интервала для генерального коэффициента корреляции находим $u_1$ = 1,602 – 0,544 =

$= 1{,}058$ и $u_2 = 1{,}602 + 0{,}544 = = 2{,}146$.

Границы доверительного интервала находим по формулам:

$$r_1 = \frac{e^{2\cdot 1,058} - 1}{e^{2\cdot 1,058} + 1} = \frac{e^{2\cdot 1,116} - 1}{e^{2\cdot 1,116} + 1} =$$

$$= \frac{7,2979}{9,2979} = 0,785;$$

$$r_2 = \frac{e^{2\cdot 2,146} - 1}{e^{2\cdot 2,146} + 1} = \frac{e^{4,292} - 1}{e^{4,292} + 1} =$$

$$= \frac{72,1125}{74,1125} = 0,973.$$

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о наличии тесной $(|r| > 0,75)$ прямой $(r > 0)$ линейной корреляционной связи между уровнем ригидности испытуемого и временем решения им креативной задачи. Генеральный коэффициент корреляции с вероятностью 95% лежит в интервале $0{,}785 < \rho < 0{,}973$[8].

## Хи-квадрат Пирсона

В современной науке и практике находит применение разработанный К. Пирсоном статистический критерий, получивший в честь автора название — хи-квадрат Пирсона. Он является одним из самых востребованных в психолого-педагогических исследованиях. Критерий хи-квадрат применяется в двух целях:

1) для сопоставления эмпирического распределения признака с теоретическим — равномерным, нормальным или каким-либо другим;

2) для сопоставления двух, трёх или более эмпирических распределений одного и того же признака.

Критерий хи-квадрат отвечает на вопрос о том, с одинаковой ли частотой встречаются разные значения признаков в различных распределениях. Данный метод весьма универсален, применим для статистического анализа распределения численностей разнообразных количественных материалов. Его преимущество состоит в том, что он позволяет сопоставлять распределения признаков, представленных в любой шкале, начиная от шкалы наименований. В самом простом случае альтернативного распределения «да/нет», «допустил/не допустил», «решил/не решил» и т.п.

Формула, по которой определяется критерий хи-квадрат:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_э - f_m)^2}{f_m},$$

где $f_э$ — наблюдаемые (эмпирические) численности; $f_m$ — предполагаемые (теоретические) численности. Чаще всего этот критерий используется в двух вариантах:

**1.** Как расчёт согласия эмпирического значения и предполагаемого теоретического. В этом

8 *Харченко М.А.* Корреляционный анализ: учебное пособие. Воронеж. ИПЦ ВГУ. 2008.

случае проверяется гипотеза $h_0$ об отсутствии различий между теоретическим и эмпирическим распределением.

**2.** Как расчёт однородности двух независимых экспериментальных выборок. В этом случае проверяется гипотеза $h_0$ об отсутствии различий между двумя эмпирическими распределениями.

Критерий хи-квадрат Пирсона может применяться при соблюдении следующих условий:

**1.** Объём выборки должен быть большим ($n \geq 30$). При меньшем объёме критерий даёт приближенные значения. Точность повышается с ростом объёма выборки.

**2.** Теоретическая частота для каждой ячейки таблицы не должна быть меньше пяти.

**3.** Выбранные разряды должны вычерпывать все распределения, то есть охватывать весь диапазон вариативности признаков. Группировка на разряды должна быть одинаковой во всех сопоставляемых распределениях.

**4.** Необходимо вносить поправку на непрерывность при сопоставлении распределений признаков, которые принимают два значения.

**5.** Разряды должны быть непересекающимися. Если наблюдение отнесено к одному разряду, то оно не может быть отнесено к любому другому разряду.

## Вычисление критерия хи-квадрата

Техника вычисления критерия хи-квадрата достаточно проста. Продемонстрируем это на конкретном примере, когда сравниваются две выборки, составленные из выпускников двух школ. Из первой школы сдавали экзамен 100 человек, из них 82 успешно сдали экзамен, не сдали — 18. Из второй школы сдавали экзамен 87 человек, выдержали его 44 человека, не сдали — 43. Можно ли утверждать, что подготовленность выпускников этих школ неодинакова?

В выбранном нами примере всего сдавали экзамен 187 человек. Из этого числа на долю 1-й школы приходится 53,5% (100 человек), на долю 2-й школы — 46,5% (87 человек). Можно предположить, что выпускники обеих школ подготовлены одинаково, тогда и доли сдавших и не сдавших будут такие же, как доли их представленности в общем числе экзаменующихся. Всего сдали экзамен 126 выпускников. Согласно высказанному предположению, 53,5% от этого числа учились в 1-й школе — это примерно 67,4 и 46,5% учились во 2-й школе — это примерно 58,6.

Аналогично рассуждаем относительно не сдавших экзамен. Их всего 61 человек. На 1-ю школу по предположению должно приходиться 53,5% от этого числа, то есть примерно 32,6 человека, а на долю 2-й школы — 46,5%, то есть примерно 28,4. Нулевая гипотеза, заключающаяся в том, что между выпускниками нет различия, при таком соотношении сдавших и не сдавших подтвердилась бы.

Но в данном примере мы имеем другое распределение. Количество выпускников 1-й школы, сдавших экзамен, составляет 82, а не 67,4, как можно было бы предположить, исходя из нулевой гипотезы. Соответственно количество выпускников 2-й школы, сдавших экзамен, составляет в действительности 44, а не 58,6. Точно также, сравнивая количество учащихся, не сдавших экзамен, по 1-й школе их оказалось 18, а не 32,6, а по 2-й школе — 43, а не 28,4. Таким образом, мы получаем расхождение между действительными (наблюдаемыми) распределениями и распределениями, которые могли бы иметь место, если исходить из нулевой гипотезы.

Представим сказанное в виде таблицы-графа распределения численностей. Количества, которые могли бы быть получены при нулевой гипотезе, заключены в скобки. В левом углу — буквенное обозначение клетки.

*Таблица 3*

| Школы | Число сдавших учащихся | Число не сдавших учащихся | Всего | Долевое отношение |
|---|---|---|---|---|
| 1 | А 82 (67,4) | В 18 (32,6) | 100 (100) | 53,5% |
| 2 | С 44 (58,6) | Д 43 (28,4) | 87 (870) | 46,5% |
| Всего | 126 | 61 | 187 | 100% |

Получены разности по клеткам:

А $f_А$ =82 – 67,4 = 14,6
В $f_В$ =18 – 32,6 = –14,6
С $f_С$ =44 – 58,6 = –14,6
Д $f_Д$ =43 – 28,4 = 14,6

В рассмотренном примере эмпирический критерий хи-квадрат Пирсона равен

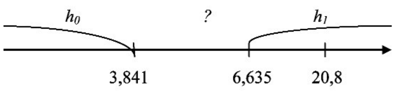
$$\chi^2_э = \frac{14,6^2}{67,4} + \frac{(-14,6)^2}{32,6} + \frac{(-14,6)^2}{58,6} + \frac{14,6^2}{28,4} =$$

$$= \frac{213.16}{67,4} + \frac{213,16}{32,6} + \frac{213,16}{58,6} + \frac{213,16}{28,4} = 3,2 + 6,5 + 3,6 + 7,5 = 20,8.$$

Для получения числа степеней свободы воспользуемся формулой: $\mu = (k - 1)(c - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$, где $k$ — число столбцов, $c$ — число строк в таблице.

По таблице уровней значимости для одной степени свободы находим критические значение критерия.
$\chi^2{}_k = 3{,}841$ при $p = 0{,}05$ и
$\chi^2{}_k = 6{,}635$ при $p = 0{,}01$.

Эти числа определяют числовую ось значимости.




Значение эмпирического критерия расположено на оси значимости в зоне значимости. Следовательно, полученная величина хи-квадрата Пирсона достаточна для отклонения нулевой гипотезы. Есть все основания для содержательного вывода о различной степени подготовленности выпускников 1-й и 2-й школ к экзаменам[9].

## Заключение

Приведённые факты и примеры свидетельствуют о том, что Карл Пирсон является выдающимся учёным, внесшим ощутимый вклад в различные отрасли науки. Ведь его можно назвать и математиком, и физиком, и биологам, и обществоведом. Но самый значительный вклад он внес, конечно, в статистику. Статистические методы, предложенные и обоснованные К. Пирсоном, и до настоящего времени являются основным инструментом в системе педагогических измерений.

В современной науке прочно утвердились такие понятия, как:
- Критерий хи-квадрат Пирсона.
- Коэффициент корреляции Пирсона и корреляционный анализ.

С именем К. Пирсона специалисты также связывают и такие понятия, как:
- Ранговая корреляция.
- Множественная регрессия.
- Коэффициент вариации.
- Нормальное распределение.

9 Применение статистических методов в психолого-педагогических исследованиях: Учебное пособие/ Сост. С.В. Нужнова. Троицкий филиал ГОУ ВПО ЧелГУ. Троицк, 2005.