МЕТАПРЕДМЕТНЫЙ ПОДХОД В СОВРЕМЕННОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ В ШКОЛЕ

Валерий Николаевич Клепиков, *ведущий научный сотрудник ФГБНУ «Институт изучения детства, семьи и воспитания» РАО, учитель математики и этики МБОУ СШ № 6 г. Обнинска, кандидат педагогических наук, Klepikovvn@mail.ru*

• метапредметный подход • метапредметные результаты • межпредметная интеграция • метапредметная экстраполяция • метапредметный синтез • математическая картина мира

В современных школьных образовательных стандартах принципиально новым является *метапредметный подход*, который заявлен, но подробно не раскрыт. Наверное, поэтому он и вызывает столь разноречивые мнения. Чтобы преодолеть разномыслие, мы исходим из того, что к метапредметности наше образование выходило постепенно, накопив весомый педагогический потенциал (развивающее обучение, межпредметные связи, эвристическое обучение, «школа диалога культур», ТРИЗ-ы, укрупнённые дидактические единицы, выявление межпредметных понятий, обнаружение метапонятий и т.п.). Благодаря метапредметному подходу в современных условиях можно подходить к решению междисциплинарных проблем, межпредметной интеграции, к формированию научного мировоззрения и научной картины мира учащихся.

Для понимания взаимосвязи предметности и метапредметности приведём такой образ: если *предметность* — это надёжное построение и обеспечение работы стартовой площадки по запуску космического корабля, то *метапредметность* — это обеспечение манёвренного и эффективного полёта корабля в космосе. А сам корабль, запущенный и населённый людьми, символизирует единство предметных, личностных и метапредметных результатов.

Метапредметный подход мы рассматриваем в контексте трёх направлений: *межпредметной интеграции*, *метапредметной экстраполяции* и *метапредметного синтеза*.

Межпредметная интеграция — это «обнаружение» и использование математических закономерностей и форм в содержании других предметов. Слово «обнаружение» взято в кавычки, потому что всё-таки стопроцентного обнаружения и применения быть не может. Просто математика благодаря своему аппарату точнее других наук отражает и выражает законы и закономерности в естественных науках. По словам Гилилео Галилея, «... книга природы написана языком математики», поэтому задача исследователя состоит в адекватной реконструкции средствами математики сущностных отношений и реальных процессов, присущих природе. При этом математическая модель (система, уравнение, функция и т.п.) бывает пригодна для нескольких процессов и явлений, совсем не похожих друг на друга внешне, но подчиняющихся одним и тем же математическим закономерностям.

Но, например, для понимания процессов в квантовой механике потенциала математического языка недостаточно. По мнению известного физика XX века В. Гейзенберга: «Было бы слишком преждевременным требовать, чтобы во избежание трудностей мы ограничились математическим языком. Это не выход, так как мы не знаем, насколько математический язык применим к явлениям»[1]. Поэтому, по мнению нобелевского лауреата, требуются ресурсы и естественного языка, и языка художествен-

[1] Философия науки. Хрестоматия / отв. ред. Л.А. Микешина. М., 2005. С. 252.

ных образов, и даже религиозных символов. Кстати, именно ему принадлежит на первый взгляд необычное высказывание: «Именно в иносказании или притче развёртываются, в конце концов, последние и самые глубокие познания»[2]. Итак, в современном «объективном» научном познании становится всё более и более сложным устранять духовный мир субъекта.

Как же обнаруживаются *интеграционные феномены*? Возьмём для примера пропорцию. Математика — это знание обычной, геометрической, арифметической, гармонической, золотой пропорции; литература — это навыки поэтических сравнений, неожиданных сопоставлений; химия — это расчёт меры смешиваемых веществ; физкультура — это чувство равновесия и эстетическое восприятие физической красоты человека; технология — это способность создать гармоничную и устойчивую конструкцию; рисование — это использование «формулы красоты», или «золотого сечения»; музыка — её ритмическая организация; этические занятия — это использование «золотого правила нравственности» в отношениях; география — использование такого понятия, как «масштаб»; биология-экология — понимание чуткого баланса природного мира. Таким образом, все перечисленные феномены из разных предметов так или иначе тяготеют к феномену пропорции или «произрастают» из мыслеформы пропорции.

Особенно часто пропорция встречается в физике: правило рычага, газовые законы, законы отражения и преломления и т.п. При этом учащиеся, привыкнув к явной форме пропорции — равенство двух отношений, где фигурируют четыре величины, затрудняются назвать прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины в формулах пройденного пути, плотности, силы тока, энергии, силы тяготения и т.д., то есть там, где фигурируют три величины или более четырёх. Это говорит о том, что, помимо явной, формальной структуры, пропорция обладает и неявными, смысловыми нюансами, которые необходимо понимать и учитывать.

Приведём занимательные примеры, связанные с пропорцией, которые любят придумывать учащиеся, так как они тяготеют к *личностным результатам*: шапка относится к голове, как перчатка — к … (руке); окружность относится к кругу, как сфера — к … (шару); корабль — в море, как Архимед — в … (ванне); Луна вращается вокруг Земли, как Земля — вокруг … (Солнца). Кстати, последнее сравнение относится к «безумной» идее Николая Коперника о том, что Земля не есть центр мироздания. Коперниканская аналогия (пропорция), составленная из понятий Земля, Луна и Солнце, стала настоящим прорывом в астрономии XVI века и в частности в понимании Солнечной системы. Как мы помним, из-за подобных идей пострадали многие учёные того времени (Бруно, Галилей и др.). Так что казалось бы безобидное на первый взгляд сравнение может привести к астрономической, мировоззренческой и научной революции.

А вот как выглядит «поэтическая пропорция» или поэтическая аналогия в притче Михаила Пришвина «Цветок и солнце»: «Мне принесли белую водяную лилию. Я дождался, когда солнечный луч попал ко мне в окно, и поставил стакан с купавой против луча. Тогда жёлтое внутри цветка вспыхнуло, как солнце, а белые лепестки стали так ярко-белы, что неровности бросили синие тени, и я понял: весь цветок как отображение солнца на небе». Вот эта «пропорция»: «жёлтое внутри цветка» относится к «солнцу», как «синие тени» — к «небу».

С элементарным метапредметным подходом или *внутрипредметной интеграцией* мы встречаемся и в школьных учебниках. Приведём пример из учебника Н.Я. Виленкина за 6-й класс. «Определите, является ли прямо пропорциональной, обратно пропорциональной или не является пропорциональной зависимость между величинами: 1) путём, пройденным автобусом с постоянной скоростью, и временем его движения; 2) стоимостью товара, купленного по одной цене, и его количеством; 3) площадью квадрата и длиной его стороны; 4) массой стального бруска и его объёмом; 5) числом рабочих, выполняющих с одинаковой производительностью труда некоторую работу, и временем выполнения этой работы; 6) стоимостью товара и его количеством, купленным на определённую сумму денег; 7) воз-

[2] *Визгин В.П.* На пути к другому. М., 2004. С. 424.

растом человека и размером его обуви; 8) объёмом куба и длиной его ребра; 9) периметром квадрата и длиной его стороны; 10) дробью и её знаменателем, если числитель не изменяется; 11) дробью и её числителем, если знаменатель не изменяется».

Как показывает анализ, пропорция, как *метапонятие,* несёт в себе множество смыслов: аналогия, сравнение, равновесие, мера, эталон, образец, стандарт, соразмерность, устойчивость, соизмеримость, ритм, соотношение, соответствие, симметрия, подобие, равенство, баланс, масштаб, порядок, прочность, целесообразность, органичность, совершенство, гармония… Математическая пропорция даёт нам яркий пример общекультурного концепта, символизирующего гармонию мира. Универсальная значимость пропорции говорит о том, что она является своеобразным архетипом человеческого сознания и способствует формированию не только математической культуры[3], но и становлению эстетической, этической, экологической, физической и других культур человека, а в результате — его общей культуры.

Таким образом, *межпредметная интеграция* подразумевает «открытие» математических феноменов (форм, идей, закономерностей и т.п.) в других предметных областях. Благодаря межпредметной интеграции происходит объединение предметов посредством внутренних механизмов в некое единое целое и, в конечном счёте, — в единую научную картину мира.

Метапредметная экстраполяция — это перенос математических знаний (методов, приёмов, подходов, понятий, геометрических образов и т.п.) в другие предметные области[4]. Перенос математических знаний в другие предметные сферы не всех устраивает. Например, не всегда соглашаются с тем, что математические методы используются для изучения гуманитарной сферы человека и гуманитарных дисциплин. По мнению С.С. Аверинцева, «…идеал эпохи — точность математической формулы. Это приводит к мысли, что филология и прочие гуманитарные науки смогут стать современными лишь при условии, что они примут формы мысли, характерные для точных наук… Проверять алгеброй гармонию не выдумка человеконенавистников из компании Сальери, а закон науки… При этом филология есть "строгая" наука, но не "точная" наука»[5].

Широкое применение метапредметной экстраполяции мы обнаруживаем уже в разговорной речи людей: «сохранить пропорцию отношений», «многогранная личность», «учесть все плюсы и минусы», «поменять вектор развития», «задать систему мировоззренческих координат», «достигнуть высокой степени взаимопонимания», «административная пирамида», «аксиомы религиозного опыта», «сменить единицу измерения», «смотреть через призму», «выстроить геометрию взаимодействия», «расширить периметр общения», «играть в современном мире осевую роль», «выступать в роли точки отсчёта», «привести взгляды к общему знаменателю» и т.п. Процитируем А.С. Пушкина: «Мы почитаем всех нулями, а единицами себя». А старец Амвросий Оптинский говорил: «Мы должны жить на земле так, как колесо вертится: только чуть одной точкой касаться земли, а остальным непрестанно вверх стремиться; а мы как заляжем на землю и встать не можем».

Метапредметная экстраполяция наблюдается и в том, что до сих пор крупнейшим «инкубатором» и поставщиком методов для различных областей науки и практики выступает именно математика. Более того, математика является гносеологическим (теория познания) идеалом науки. Вот лишь некоторые *математические методы*, которые универсальны, т.е. значимы и для других наук: количественный метод, алгоритмический метод, комбинаторный метод, логико-математический метод, дедуктивно-аксиоматический метод, вероятностно-статистический метод, метод математического моделирования, метод математического эксперимента, дифференциально-интегральный метод, фрактальный метод и др.

В культурно-историческом аспекте представляют несомненный интерес такие *математические методы*, как

[3] *Клепиков В.Н.* Математическая культура современного школьника // Школьные технологии. 2016. №1. С. 51–61.

[4] Любая передовая наука может переносить модели, разработанные в одной сфере познания, на другую и затем корректировать их, адаптируя к специфике нового предмета.

[5] Философия науки. Хрестоматия / отв. ред. Л.А. Микешина. М., 2005. С. 882.

«метод исчерпывания» (Архимед), «метод неделимых» (Кавальери), «арифметический метод бесконечного» (Валлис), «метод бесконечных рядов» (Ньютон) и другие. Потрясающим по оригинальности является метод Архимеда по вычислению площади сегмента параболы, где он уравновешивает её с площадью треугольника… используя свойства рычага! Можно сказать, что Архимед открыл формулу квадратуры параболы, но его исполненный эстетики изящный метод является *уникальным, характеризующим именно его неповторимую личность*. По сути это наглядное, даже демонстративное решение математической задачи посредством физических знаний! В этой связи совсем не удивляет, что по завещанию на его могильном камне изображена пропорция: отношения объёмов и площадей поверхностей цилиндра и вписанного в него шара.

Изучение данных методов для учащихся не будет напрасным, «историческим», «опрокинутым в прошлое», но покажет им на конкретных фактах, как можно найти *своё место* в безбрежном мире математики. Ещё раз обратим внимание на то, как *личностные результаты* нередко достигаются не на стезе чистого, формально-логического знания, а на ниве неформального, культурно-исторического, включающего в себя субъективную сторону генезиса и развития математики.

Экстраполяция математических методов особенно важна в ходе различных исследований и создания проектов, которые имеют прикладную и социальную направленность. Приведём названия (а точнее — их общую идею без излишней конкретики) некоторых детских исследований и проектов: «Золотая пропорция в архитектурных памятниках», «Моделирование современной детской площадки в условиях малого города», «Различные способы измерения высоты городских объектов», «Модель моего будущего дома», «Математическое исследование городской топографии», «Исследование динамики роста городского населения с учётом его возраста за последние пять лет», «Расчёт соответствия сложившихся условий жизнедеятельности школьников нормам экологической безопасности», «Применение тригонометрии для расчёта местоположения ближайших к Земле космических объектов», «Изучение параметров планеты “Земля” с помощью математических методов» и др.

Если говорить о *междисциплинарных проблемах*, в которых может принять участие математика, то, скорее всего, для исследования нужно выбирать не статичные и инертные «системы», а живые — растение, животное, человек, семья, общество, нация, природа и т.п., которые характеризуются такими признаками, как рост, генезис, эволюция, развитие, органика, история, жизнедеятельность, здоровьебезопасность и т.п. Именно здесь нам пригодятся знания из математики, биологии, химии, физики, экологии, медицины, психологии, этики и других дисциплин. Однако важно помнить, что понятия «живое» и «неживое» — относительные понятия: сейчас в науке существует тенденция рассматривать «живое» и «неживое» как сложные открытые системы, которые требуют плюралистического способа исследования.

Таким образом, *метапредметная экстраполяция* математических знаний в современном мире имеет огромное значение. Критерий строгости многие науки и предметы обретают благодаря использованию точного математического аппарата. При этом здесь требуется постоянная и кропотливая работа по корреляции методов и содержаний, так как нельзя одну науку полностью отождествлять с другой. Однако метапредметная экстраполяция не чужда и культурно-историческому проецированию математических феноменов, включая и различные занимательные казусы и курьёзы, на современность.

Метапредметный синтез — это сведение математических знаний в единую специальную картину мира (в контексте современности). Очевидно, что такая картина строится на базе школьной математики, но с привлечением соответствующей дополнительной информации. Построение математической картины мира тоже относится к метапредметному подходу, так как здесь требуются дополнительные философские, психологические, методологические, естественно-научные и другие знания. Более того, её нужно постоянно обновлять (реконструировать) в контексте современных научных достижений. При этом необходимо учитывать, что в естественно-научных картинах мира математические знания нередко остаются в «тени», за скобками (или упоминаются вскользь), поскольку, как считается, они являются *универсальным методом* любой «строгой» науки.

Здесь требуются уточнения общего философско-методологического характера. Различают три основные разновидности научной картины мира: 1) *общенаучную* как обобщённое представление о Вселенной, живой природе, обществе и человеке, формируемое на основе синтеза знаний, полученных в различных научных дисциплинах; 2) *гуманитарную* (социокультурную) и *естественно-научную (естественно-математическую)* картины мира как представления об обществе и природе, обобщающие достижения соответственно социально-гуманитарных и естественных наук; 3) *специальные* научные картины мира — представления о предметах отдельных наук (физическая, химическая, биологическая и т.п. картины мира).

При этом представители современной науки отчётливо понимают, что бесконечный мир как целое, с одной стороны, не охватывается ни одной из научных дисциплин, а с другой — любая наука так или иначе рассматривает мир как целое. Например, математика, изучая количественные и пространственные отношения, даёт знания о мире в целом в том смысле, что изучаемые ею отношения характерны для всех явлений, процессов и объектов в мире. И поэтому существует возможность построения математической картины мира.

Математическая картина мира конструируется с помощью понятийных диад: плоскость — пространство, равенство — неравенство, рациональное — иррациональное, отношение — пропорция, целое — часть, зависимость — функция, симметрия — антисимметрия, интеграция — дифференциация, логика — софистика, конечное — бесконечное и т.д. Возможны и триадные конструкции: одномерное — двумерное — трёхмерное, равно — больше — меньше, целое — доля — часть, отношение — пропорция — золотая пропорция, случайное — закономерное — вероятностное, последовательность — прогрессия — ряд, цифра — число — величина, симметрия — асимметрия — диссимметрия, конечное — бесконечное — континуум, соответствие — функция — закономерность и т.д. Они создают каркас и очерчивают примерную границу математической картины мира. Легко заметить, что данные понятийные конструкции имеют не только узкоспециальное (математическое), но и общекультурное значение.

Каждый блок математической картины мира характеризуется четырьмя основными показателями. Первый показатель — это *структура*: каждая порция знаний должна иметь чёткую и понятную структуру (субординация, координация, классификация, иерархия и т.п.). Второй показатель — это *функционирование*, который указывает, как и где это знание применяется, его потенциальные возможности. Третий показатель — это *развитие*: здесь имеется в виду формально-логическая смена и обогащение различных (наглядных, графических, аналитических, эволюционных и т.п.) форм знания. Четвёртый показатель — это *генезис*, под которым понимается культурно-историческая эволюция знания (ценности, смыслы, мнения, заблуждения, идеи, взгляды, анекдоты, притчи, высказывания и т.п.). При этом именно *генезис*, о котором почти не упоминается в словарях и учебниках, оживляет знания, приближает учащихся к *личностным результатам*.

Нередко какое-либо высказывание мыслителя учащимся развивается, а значит и личностно присваивается. Приведём пример. «Древнегреческий математик Фалес говорил: “Помните, что дети ваши будут обходиться с вами так же, как вы обходитесь со своими родителями”. В данном высказывании Фалес использует те знания о пропорции, в которых утверждается, что пропорция — это равенство двух отношений. Учитывая знания о пропорции, мысль Фалеса можно сформулировать и так: моё отношение к родителям будет равным отношению моих детей ко мне. Также в высказывании Фалеса присутствует золотое правило нравственности: относись к другим так, как ты хотел бы, чтобы они относились к тебе. По нашему глубокому убеждению, подлинное метапредметное знание должно нести в себе не только математический заряд, но и аксиологический (социальный, этический, эстетический и т.п.)».

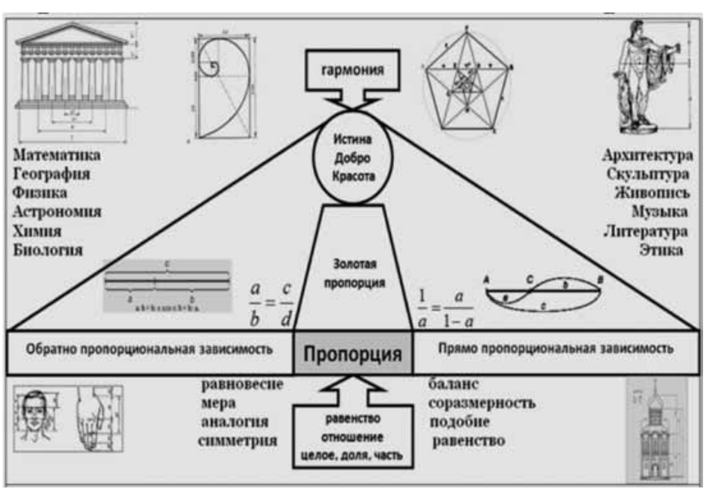
К дополнительным характеристикам блоков (модулей, комплексов и т.п.) знаний относятся следующие: целостность, непротиворечивость, системность, точность, образность (наглядность), историчность, аксиологичность (соответствие определённым нормам, идеалам и ценностям), современность, экономичность, лаконичность и т.п. В ходе строительства блоков широко используются схемы, модели, фреймы, кластеры и т.п. Громадным подспорьем по формированию математической картины мира обладают интернетовские ресурсы. Можно даже сказать, что то, что раньше было понять затруднительно (например, «золотую пропорцию», топологию, фракталы и т.п.), стало вполне наглядным, прозрачным и даже увлекательным. Приведём образец подобной схемы, в которой спрессован материал о пропорции.

Значимую роль в ходе формирования математической картины мира играют общешкольные конференции, участниками которых являются ребята разных возрастных групп. И это не случайно, ведь поднимаемые вопросы и проблемы чаще всего являются для школьного образования *сквозными (метапредметными)*. При этом очень важно, чтобы в работах ребят фигурировали и современные сведения о применении математических знаний.

Существенно в ходе подготовки к конференции выстраивать, как мы говорим, приблизительную *архитектуру вопросов*. Например, к конференции «Пропорция и гармония мира» ставились следующие вопросы: Как зарождается пропорция? Как она может изменяться, трансформироваться? Какие явления отражаются законом пропорции в жизни? Какие процессы отражает пропорция в естественно-математических науках? Какие закономерности отражает пропорция в гуманитарных науках? Какие слова являются синонимами пропорции? Всегда ли оптимальная сбалансированность объекта выражается равенством частей? Как разделить «целое» на наиболее гармоничные части? Как обычная пропорция перерождается в «золотую пропорцию»? Какие числа (константы) выражают «золотую пропорцию» и являются для нашего мироздания фундаментальными? Можно ли сказать, что «золотая пропорция» синтезирует в себе рациональное и иррациональное? Можно ли пропорцию назвать законом гармонии мира? Можно ли по аналогии с Пифагором («Всё есть число!») утверждать, что «Всё есть пропорция»?

Приведём названия и идеи конкретных общешкольных конференций.

1. *«Всё есть число».* Числовое разнообразие в математике отражает (выражает) смысловое богатство мира. Числовые закономерности позволяют понять явления окружающего мира и раскрыть глубины духовного мира человека. Древние мудрецы пришли к выводу, что вещи суть копии чисел, а числа — начала вещей. «Всё есть число», — провозгласил Пифагор.



2. *«Целое — доля — часть в математике и жизни»*. Между понятиями «целое», «доля» и «часть» существует глубинная взаимосвязь, которую можно найти как в математике, так и в жизни. Целое — это то, относительно чего мы измеряем. Часть — это то, что приобщается к «целому», и тем самым приобретает размерность. Доля — это то, что связывает «часть» и «целое». Пропорция — это гармоническое соотношение «целого», «доли» и «части».

3. *«Симметрия в науке, искусстве и жизни».* Идея симметрии (асимметрии, диссимметрии) характеризует визуально-пространственное и чувственное равновесие или его отсутствие во внешнем и во внутреннем мире человека и тем самым, помогает на эмоционально-физиологическом уровне почувствовать гармонию мира. Огромную роль данная идея играет в современном естествознании.

4. *«Пропорция и гармония мира».* Различные типы пропорций («обычная», «арифметическая», «гармоническая», «геометрическая», «золотая» и т.д.) помогают обнаружить разнообразие зависимостей явлений окружающего мира, выразить гармонию мира на языке математики, выявить закономерности духовно-нравственной жизни человека.

5. *«Софисты и софистика».* Софистические доказательства возникают тогда, когда «мерой» всего выступает только человек. Для сохранения объективного взгляда на мир человеку помогают такие структуры, как аксиомы математики, принципы логики, законы мироздания, общечеловеческая культура, абсолютные ценности и т.д.

6. *«Что есть истина».* Для постижения истины очень важно быть беспристрастным, честным, объективным, а также владеть законами правильного мышления, правилами логики, основами культуры мышления. Более того, понимать и делать коррекцию в соответствии с тем, в какой области знаний постигается истина (точные науки, естественные науки, гуманитарные науки).

7. *«Великая тайна пифагорейцев»*. Проблема несоизмеримости открыла для человечества новый взгляд на мир, с учётом как его рациональной составляющей, так и иррациональной. Гармония и красота мира есть синтез рационального и иррационального.

8. *«Наш многомерный мир»*. Как известно, мы живём в трёхмерном мире, но, например, точка — нульмерна, отрезок — одномерен, квадрат — двумерен, куб — трёхмерен. Существуют и такие странные фигуры, у которых с размерностью не так всё просто: лента Мёбиуса, треугольник Пенроузов, сферический и гиперболический треугольники, фрактал, гиперкуб и т.п., которые говорят о том, что существуют и другие возможности бытия геометрических фигур. А может и существование человека пронизано необычными измерениями, которые требуют к себе более пристального внимания?

9. *«Угловатая форма, устремлённая ввысь»*. Угловатую форму мы в первую очередь связываем с треугольником и теми фигурами, в которых треугольник является образующим элементом (тетраэдр, пирамида и т.д.). С давних времён с данной формой связывали человеческую устремлённость к идеалам, духовное восхождение. Обнаружить данную тенденцию можно, созерцая великие памятники архитектуры.

10. *«Тайны и загадки совершеннейшей формы»*. Совершеннейшая из форм, различные модификации которой выражаются окружностью, кругом, сферой и шаром, благодаря своим свойствам и признакам, является символом идеальной гармонии и полноты, надёжным ориентиром в человеческих отношениях и переживаниях.

11. *«Скалярно-векторное понимание процессов мира»*. Каждое явление имеет свой внутренний потенциал и определённую направленность на какие-либо объекты мира. Это касается и образовательных феноменов: естественно-математических, культурно-исторических, духовно-нравственных. Выявить этот потенциал и установить его направленность — одна из важнейших исследовательских задач человека и человечества в целом. Более того, лично для человека скалярно-векторное понимание мира символизирует его безграничные внутренние возможности, а также целый спектр свободного выбора и целеполагания.

12. *«Парадоксы бесконечности»*. Осваивая различные виды (актуальная, потенциальная и т.д.) математической бесконечности, человек параллельно осваивал и звёздные просторы Вселенной, и окружающий мир, и глубины своего внутреннего мира.

13. *«Царство правильных многогранников»*. Правильные многогранники являют нам идеальные модели наиболее компактного, совершенного и гармоничного существования объектов мира. Теория многогранников тесно связана с топологией, теорией гра-

фов, линейным программированием и т.д. Недаром многогранник является символом многосторонней одарённости человека.

14. *«Этот вероятностный мир»*. Идея вероятности — одна из основополагающих и интригующих идей, лежащих в фундаменте современной науки. Вероятностные идеи и методы исследований интенсивно входят практически в каждую из наук о природе и обществе. Везде, где наука сталкивается со сложностью, с исследованием сложноорганизованных систем, вероятность приобретает важнейшее значение. Вероятностные методы породили представления о новом классе закономерностей в природе — о статистических закономерностях.

15. *«Евклидова и неевклидова геометрии».* В XIX веке, благодаря работам Я. Бойяи, К. Гаусса, Н. Лобачевского и Г. Римана, оказалось, что евклидова геометрия не является единственно возможной. Вслед за ними математики создали и исследовали многие различные «геометрии», которые оказались столь же логичными, стройными и непротиворечивыми. И только в XX веке учёные доказали, что геометрия Н. Лобачевского нашла применение в специальной теории относительности А. Эйнштейна, а геометрия Г. Римана служит фундаментом для общей теории относительности. Оказалось, что взаимосвязь пространства и времени имеет непосредственное отношение к неевклидовой геометрии. Мир предстал перед человеком не столь «плоским» и «прямолинейным», как в геометрии великого Евклида.

16. *«Фундаментальные математические константы»*. Математика характеризуется не только аксиомами, теоремами, законами, алгоритмами и строжайшей логикой, но и фундаментальными константами, и др. Замечательно то, что эти постоянные определены независимо от каких бы то ни было измерений и лежат в основе многих математических и естественно-научных формул. Более того, благодаря их точным значениям наш мир выглядит именно так, а не иначе.

17. *«Графическое моделирование объектов и процессов мира»*. Парабола, гипербола, окружность, эллипс, циклоида, лемниската, спираль, эвольвента, конхоида, каустика и т.д. — существует великое множество графиков, или кривых линий. Кривые описывают великие идеи, изображения, математические выражения, используются для составления прогнозов в науке. Этим линиям свойственны гибкость и динамика, они могут быть открытыми и замкнутыми, а иногда и вовсе сводятся к простейшей из кривых — прямой линии. Кривые — это полёт математической мысли, ворота в бесконечный мир форм, образов, узоров и сюрпризов. Только кривая линия и может приблизиться к выражению бесконечной сложности жизни.

18. *«Особенности интегрально-дифференциального понимания мира».* Для понимания мира человеку приходится постоянно производить операции интегрирования и дифференцирования (в широком смысле). Интегрирование позволяет осмыслить и сохранить полноту мира (удержать его целое), дифференцирование — обнаружить ценность составляющих его частей и мгновений. Взаимообусловленность этих процессов выражается в принципах «Всё во всём», «Часть подобна целому», «Максимум и минимум тождественны» и т.д.

Ещё раз отметим, *информационно-коммуникационные технологии* позволяют качественно улучшить средства по формированию математической картины мира. Получаемая математическая картина мира выглядит лаконичной, образной, наглядной, динамичной, с анимационными элементами («изысками»). И если мы говорим о «картине», то в этой связи вспоминается высказывание английского математика Харолда Харди: «Математик, подобно художнику или поэту, создаёт образы, которые должны обладать красотой; подобно краскам или словам, идеи должны сочетаться гармонически. Красота служит первым критерием: в мире нет места безобразной математике»[6].

В школе можно проводить конкурс на лучшую личностную математическую картину мира. Каждой составляющей картины мира можно посвящать отдельную конференцию, на которой ребята предлагают своё понимание той или иной её части. На конфе-

[6] *Дуран А.* Поэзия чисел. Прекрасное и математика. М., 2014. С. 12.

Моделирование знаний педагогом (целостность, лаконичность, наглядность, завершённость, современность и т.п.)	Методическая и методологическая деятельность учителя (компетенции)
«порция знаний», «дидактическая единица», «укрупнённая дидактическая единица», «цикл знаний», «дидактический модуль», «дидактический блок», «комплекс знаний», «система знаний», «математическая картина мира» и т.п.	целеполагание, структурирование, исследование, оценивание, планирование, интерпретирование, регулирование, контролирование, управление, проектирование, моделирование, проблематизирование, прогнозирование, диалогизирование, коммуницирование и т.п.

Работа с информацией учащегося (целостность, лаконичность, наглядность, завершённость, современность и т.п.)	Метапредметная деятельность ученика
понимание предлагаемой информации (интерпретация), критическая оценка, поиск недостающей информации в различных источниках, в зависимости от целей структурирование и переструктурирование информации, систематизация знаний и т.п.	комбинирование, целеполагание, перекодирование, исследование, планирование, регулирование, контролирование, проектирование, моделирование, проблематизирование, оценивание, прогнозирование и т.п.

ренции можно моделировать и целостную математическую картину, когда каждым из возрастных потоков привносится необходимая органичная часть в соответствии с освоенным образовательным багажом. Кстати, это гораздо продуктивней, чем каждый год создавать занимательные, но совершенно разнородные математические газеты, срок жизни которых всего несколько дней.

При моделировании математической картины мира может показаться, что это легко сделать, обобщив соответствующую научную и учебную литературу. Но в этом случае получится лишь формально-логическая, схоластическая, объективная структура, отчуждённая от субъекта познания. Но для математической картины принципиальна субъектная включённость в результат деятельности (важны установки, интересы, увлечения, предпочтения, мотивация). Получаемая картина должна быть живой, развивающейся, углубляющейся, с «индивидуальным лицом». Здесь правомерна позиция — «я строю свою личную математическую картину мира».

Очень важно в ходе метапредметного подхода понимать, какими *компетенциями* оперирует учитель и какими — ученик. Следует констатировать, что согласно ФГОС второго поколения *происходит сближение мыслительной деятельности учителя и ученика*. И это нужно только приветствовать! Представим деятельность учителя и ученика в виде таблиц.

Итак, очень часто метапредметный подход связывают с общими, надпредметными, даже абстрактными знаниями методологического характера, что часто отпугивает педагогов-практиков. Нам же думается, что метапредметные обобщения прорастают из практики учителя («узелки», «точки роста», «точки сборки», «эвристические детали», «первосмыслы» и т.д.). Они скорее вызревают из глубинного опыта педагога, чем привносятся извне. Они, как «клубни среди корней», завязываются в процессе продуктивной работы, вырастают из тех «изюминок», которые наиболее значимы для его внутреннего мира. Это — точки, в которых содержательная концентрация достигает наивысшей степени обобщения и глубины. Метапредметный опыт накапливается годами, поэтому это своеобразная копилка мудрости педагога. И именно в этом педагог силён, уникален, неповторим. На сегодняшнем уровне образования многое, что сказано по поводу педагога, можно отнести и к ученику. В этой связи, на наш взгляд, одним из эффективнейших образовательных принципов может стать: к метапредметности через эвристическую конкретность (или предметность)[7]. ❑

[7] Как-то математик Уайтхед заметил: «Плодотворная концепция заключается в широком обобщении, ограниченном удачной конкретизацией».