Использование теории П.Я. Гальперина в технологии учебных циклов

Левитас Герман Григорьевич — профессор кафедры, доктор педагогических наук.

Точная информация в рамках действующей российской программы сообщается на всех учебных предметах. Поэтому с технологиями их передачи должны быть знакомы все учителя-предметники и руководители образования. Одна из таких технологий, обоснованная теоретически (две докторские и десяток кандидатских диссертаций) и опробованная в многолетнем массовом эксперименте, — технология учебных циклов. Она построена на психологической теории П.Я. Гальперина, показавшего, как происходит сам процесс присвоения точных знаний учащимися, каким образом точная информация встраивается в мышление.

По Гальперину, каждое новое умственное действие человек осваивает поэтапно. На первом этапе он *ориентируется* в новом для него действии, узнаёт, какие известные ему операции и в какой последовательности нужно осуществить. (При этом из трёх типов ориентировки в технологии учебных циклов используется вначале второй тип, что, как правило, приводит к тому, что учащиеся научаются строить её самостоятельно, то есть овладевают третьим типом ориентировки.)

На втором этапе человек совершает эти операции, проверяя правильность каждого шага: как говорит Гальперин, совершает новое действие в материальном (или материализованном) виде. На последнем этапе человек приучается выполнять новое действие быстро, *автоматически*, проверяя только конечный результат (это называется *действием во внутреннем плане*).

В соответствии с этим Гальперин предложил обучать алгоритмам умственных действий по этапам:

1) провести ориентировку учащихся в новом действии;

2) организовать материальное выполнение действия;

3) перевести действие во внутренний план.

Переход к действию во внутреннем плане весьма непрост, и Гальперин указал его этапы: внешняя речь и внутренняя речь.

Теория Гальперина в наши дни общеизвестна. Тем не менее советую прочитать прекрасную книгу П.Я. Гальперина и С.В. Кабыльницкой «Экспериментальное формирование внимания» (М.: МГУ, 1974).

Чтобы изучать материал этим методом, требуется много времени, поэтому не удастся использовать теорию Гальперина в полном объёме для каждого изучаемого алгоритма. К тому же среди учащихся имеются дети, способные самостоятельно «перескакивать» через этапы формирования умственных действий, а значит, использовать эту теорию в полном объёме педагогически неоправданно.

Понимая «методы обучения» как множество приёмов и способов, необходимых для учения вне зависимости от внешних условий (числа детей в классе, способа подачи информации и пр.), мы можем сказать, что в технологии учебных циклов методы обучения — это система заданий, построенная в соответствии с требованиями теории Гальперина.

Применительно к изучению точной информации в школе эту теорию можно использовать так.

1) Для всякого нового элемента точной информации определяются адекватные ей действия и проводится **ориентировка** учащихся в этих действиях. Это происходит при объяснении нового материала и его первоначальном закреплении. Результат этой работы — *знание* о новой информации.

2) По наиболее важным и трудным элементам знаний проводится отработка действий в **материализованном** плане (с осуществлением пошагового контроля). Результат этой работы — *умение* выполнять новые действия.

3) Осуществляется переход к работе в **свёрнутой** форме (с контролем по конечному результату). Тем самым отрабатывается навык выполнения нового алгоритма.

4) В случаях сбоя для всех или некоторых учеников организуется полная отработка новых действий (дополнительные домашние задания или (и) дополнительные занятия).

Остановлюсь лишь на первой части этой процедуры — выработке действий, адекватных новому знанию.

Анализ теоретической части курса с точки зрения ученика психолог Л.М. Фридман назвал психолого-педагогическим анализом курса.

Расскажу, как проводится психолого-педагогический анализ теоретического курса школьной математики. Полагаю, что и всякая точная информация любого школьного курса может быть проанализирована аналогичным образом.

Теоретический текст учебника математики состоит из разных фрагментов. Если выделить ту часть, которая подлежит усвоению, то её можно чётко разделить на *аксиомы, определения, теоремы* (с доказательствами или без них), *алгоритмы умственных действий* (с обоснованиями или без них), *методы и приёмы умственных действий, не являющиеся вполне алгоритмизованными*.

В школе аксиомы, определения, теоремы, алгоритмы и методы не всегда называются именно этими словами. В 5–6-х классах всё это многообразие называется словом «правило», в более старших классах употребляются такие слова, как «свойство», «признак», «следствие», «лемма». И это верно: все эти слова употребляются в математической науке. И в классе их необходимо называть так, как они названы в учебнике. Но учитель должен понимать, что на самом деле можно выделить пять и только пять классов всех значимых математических предложений, которые содержатся в теоретическом тексте школьных учебников.

Весь остальной материал в теоретических текстах учебников — это либо повторение пройденного, либо связь с другим материалом (используется обычно для мотивации), либо примеры применения нового материала. Впрочем, пример примеру рознь. Иногда в примере демонстрируется новый метод, о котором в теоретическом тексте не говорится ни слова. Именно так обычно вводятся методы избавления дроби от иррациональности в знаменателе.

Приведённая классификация значимых предложений позволяет выработать технологию их отработки в учебном процессе. Особенно важно, что эта технология единообразна по отношению к наиболее массовым видам математических предложений — определениям и теоремам.

Большинство *определений* в математике (по мнению В.Г. Болтянского, к нему относятся все определения школьной математики) может быть представлено в виде

$T(x) \Leftrightarrow A(x) \wedge B(x),$ (1)

где T(x) — предикат «x может быть назван термином T», A(x) — предикат «x относится к родовому понятию A», B(x) — предикат «x обладает видовыми свойствами B».

Овладеть таким определением — значит овладеть умением применять в конкретных случаях переходы от одной части (левой или правой) формулы (1) к другой её части. Поэтому действиями, адекватными определению, как установили П.Я. Гальперин и М.Б. Волович, являются действия вида

$A(x) \wedge B(x) \Rightarrow T(x)$ (1’)

и действия вида

$T(x) \Rightarrow A(x) \wedge B(x).$ (1’’)

Первые из них называются действиями *распознавания*. Выполняя их, мы распознаём, можно ли данный объект x назвать (пользуясь только определением) термином T.

Вторые действия называются *выведением следствий*. В них делаем выводы (те, которые позволяет сделать определение) из факта принадлежности (или непринадлежности) объекта x к термину T.

Задания на распознавание можно дать, демонстрируя учащимся объекты (наглядные пособия, надписи на доске и т.д.), часть которых относится к T, и ставя вопрос: какие из этих объектов относятся к T и почему?

Как отметила Е.Б. Арутюнян, хороший вариант задач на выведение следствий — задачи на построение. В самом деле, когда мы строим объект x, не зная никаких его признаков, кроме тех, которые упомянуты в определении, мы поневоле должны использовать конъюнкцию $A(x) \wedge B(x)$. Слово «построение» следует понимать здесь достаточно широко. Это и построение треугольника, удовлетворяющего определению «равнобедренный треугольник», и выписывание чисел от 3 до 7, удовлетворяющих определению «чётное число». Можно употребить модификацию задачи на построение: не строить объект, а рассказать о его построении. Например: «Вася построил параллелограмм, а Петя построил не параллелограмм. Что можно сказать о фигурах, построенных ими?»

Задания на распознавание и на выведение следствий достаточны для отработки определений потому, что всякая работа с определением сводится к тому, чтобы выполнить именно эти задания. Либо нам известно, что данный объект обладает (или не обладает) совокупностью свойств из правой части формулы (1), и мы делаем отсюда вывод о принадлежности (или непринадлежности) объекта к T, а отсюда — вывод о возможности (или невозможности) использовать знания о T. Либо, наоборот, мы знаем, что данный объект относится (или не относится) к T, и делаем выводы о его свойствах A и B.

Заметим, что не всякое определение удобно представлять в форме (1). Но ведь не всякое определение надо подвергать полной отработке. Так что по поводу таких определений, которые неудобны для этого, учитель должен решать, идти ли ему на неудобства, связанные с таким представлением определения, или отказаться от подробной отработки.

Большинство *теорем* школьного курса математики сопровождается доказательствами. Но ясно, что к доказательству можно обращаться лишь тогда, когда усвоено содержание теоремы, её формулировка. Поэтому вполне правомочно говорить отдельно об отработке формулировки теоремы, не касаясь проблем, связанных с доказательством. Это тем более верно, что некоторые теоремы школьного курса в этом курсе не доказываются.

Что же делают с теоремой люди, знающие её? Две и только две операции:

1) распознают, применима ли теорема к тому или иному объекту, и если да, то

2) делают вывод об объекте на основании этой теоремы. Такими должны быть действия ученика, усвоившего теорему, а значит — задания, адекватные формулировке изучаемой теоремы. Учитель демонстрирует ученикам набор объектов и задаёт именно этот вопрос: «К каким из указанных объектов относится данная теорема (правило, признак, следствие, лемма и пр.) и что можно о нём сказать на основании её?»

Например, изучая теорему Пифагора, уместно предъявить учащимся несколько треугольников, у которых известны величины углов. Некоторые из них — прямоугольные. Нужно спросить: к каким из них применима теорема Пифагора? Учащиеся должны ответить, что теорема Пифагора относится к прямоугольным треугольникам, а значит, к таким-то из данных треугольников она не применима, а к таким-то применима. После этого учитель требует применить эту теорему к избранным треугольникам, то есть сказать, что у них квадрат большей стороны равен сумме квадратов других двух сторон.

Изучая обратную теорему Пифагора, нужно предъявить треугольники, у которых известны длины сторон. У некоторых из них стороны такие, что квадрат одной из них равен сумме квадратов двух других сторон. Учитель спрашивает, к каким треугольникам применима обратная теорема Пифагора. Ученики объясняют, что обратная теорема Пифагора относится к треугольникам, у которых выполняется вышеназванное соотношение сторон. Они находят такие треугольники и делают вывод: эти треугольники — прямоугольные.

Когда формулировка усвоена, можно приступить к *доказательству* теоремы. Научить доказывать теоремы нельзя (иначе не было бы недоказанных теорем). А вот знакомить учеников с разными методами доказательства теорем — очень полезно. И лучшее из таких знакомств — анализ готового доказательства. Анализируя готовые доказательства, нужно обсуждать возможные их модификации, отдельные шаги, пробовать доказать теорему иначе, словом — делать обсуждение доказательства поучительным. Известен совет, данный Альтшулером молодым рационализаторам: «Читайте патенты. Кто прочитает сто патентов, способен сделать новое рационализаторское предложение, кто прочитает пятьсот — способен на изобретение, а кто тысячу — способен на открытие».

Перейдём к работе с *алгоритмами*. Человек, знающий алгоритм, умеет выполнять две операции: 1) *распознавать ситуацию*, в которой данный алгоритм может быть с пользой применён, и 2) *использовать данный алгоритм* в такой ситуации.

Освоение этих операций и составляет действие, адекватное усвоению алгоритма. Итак, при обучении алгоритму учитель должен продемонстрировать учащимся несколько объектов и дать задание: установить, какие из представленных объектов подчиняются данному алгоритму (правилу), и применить его к этим объектам.

Отработка *приёмов и методов рассуждений*, не являющихся алгоритмами, — дело более трудное, требующее специальной процедуры для каждого отдельного случая. Но таких методов в курсе математики немного, и мы нашли решение этой проблемы для каждого из них. При этом имелось в виду, что эти методы принципиально не могут приводить к цели при решении любой задачи (чем и отличаются от алгоритмов). И не существует способа научить их выполнять во всех случаях, когда они принципиально применимы. Хороший пример — метод математической индукции. В нём всё ясно: и последовательность шагов, и существо каждого шага. Однако всем известно, как трудно бывает этим методом решать задачи.

Чему же мы учим, когда учим методу, а чему — когда учим алгоритму? Можно сказать так: когда учим алгоритму, мы учим решать по этому алгоритму любые задачи, которые по нему можно решить. А когда учим методу, мы учим именно самому методу, и притом на нетрудных задачах. Иными словами, мы учим умению и навыкам решать задачи по алгоритмам и учим знанию методов и умению решать ими нетрудные задачи.

Отсюда следующий подход к обучению методам, не являющимся алгоритмами. Нужно предъявить точное описание метода, привести пример его применения и дать учащимся потренироваться на специально подобранных примерах.

Изучение в школе *аксиом* — сложная проблема, не нашедшая до сих пор удовлетворительного решения. Начнём с того, что само определение аксиомы, бытующее в школьных учебниках, по существу, ненаучно. Аксиома определяется как предложение, не доказываемое (или не требующее доказательства).

Между тем не доказываются в школе многие теоремы. Не доказаны и некоторые теоремы в большой математической науке, но от этого они не стали аксиомами. Правильное, научное представление об аксиоме невозможно без представления о системе аксиом (аксиоматике). Математики изучают системы аксиом на непротиворечивость, независимость и полноту, что совершенно недоступно даже ученикам математических классов. А аксиома определяется как одно из утверждений аксиоматики. Для школы, разумеется, остаётся работа с аксиомами как основой для доказательства теорем и решения задач. Остаётся особо ответственное отношение к точности формулировок аксиом. Например, известно, что даже аксиому о параллельных школьники трактуют очень вольно, считая, что в ней утверждается существование параллели, а не только её единственность. Словом, преподавая в классе аксиому, нужно обеспечить работу по её заучиванию наизусть и применению её для обоснования других утверждений.

Почти все аксиомы школьной алгебры вводятся в начальной школе: коммутативность (переместительность) и ассоциативность (сочетательность) сложения и умножения, дистрибутивность (распределительность) умножения относительно сложения, свойства нуля при сложении и единицы при умножении. В 5-х и 6-х классах к ним добавляются аксиомы о противоположных и обратных числах. Тем самым в 5–6-х классах дети знакомятся со всеми девятью аксиомами поля. В 7-м классе преподаются аксиомы планиметрии, а в 10-м — аксиомы стереометрии. Существует простой способ организовать работу с аксиомами. Их нужно демонстрировать на настенных таблицах. Каждая аксиома для лёгкости ссылок должна иметь на таблице свой номер. Все аксиомы из курса алгебры опубликованы в сериях таблиц, изданных для 4-х, 5-х и 6-х классов, и имеются в кабинете математики любой школы. Таблицы с аксиомами геометрии нужно сделать самостоятельно. Каждая из них должна посвящаться отдельной аксиоме. Размеры таблицы невелики: около 200х300 мм (формат А4). На каждой должен быть чертёж, хорошо различимый с любого рабочего места в классе, а в углу необходимо дать точный текст аксиомы.

На примере разработки первого шага применения теории Гальперина в технологии учебных циклов видно, что эта работа вполне технологична. Она преследует тактические цели, диагностические и операциональные.

Выбор именно этой теории из всех известных авторам технологии был вызван именно тем, что теория Гальперина не просто описывает процедуру получения новых знаний, но и указывает, как в соответствии с ней организовать обучение.