

Изучение математической подготовки выпускников начальных школ России

Краснянская Клара Алексеевна, старший научный сотрудник Отдела математического образования Института общего среднего образования РАО. Тел. 246-32-48 (р).

Минаева Светлана Станиславовна, старший научный сотрудник Отдела математического образования Института общего среднего образования РАО. Тел. 246-32-48 (р).

Рослова Лариса Олеговна, старший научный сотрудник Отдела математического образования Института общего среднего образования РАО. Тел. 246-32-48 (р).

В апреле — мае 1999 г. Центр оценки качества образования Института общего среднего образования Российской Академии образования (Центр ОКО ИОСО РАО) совместно с Отделом математического образования ИОСО РАО провёл изучение математической подготовки выпускников начальной школы России. Основная цель исследования — проверить, как учащиеся овладевают основными математическими знаниями и умениями по курсу начальной школы на уровне обязательной подготовки, необходимой для дальнейшего обучения. Дополнительной целью исследования было получение информации о влиянии на состояние подготовки учащихся некоторых факторов, характеризующих особенности процесса обучения (тип школы, тип класса, программа обучения, учебники и др.)

Подобное исследование проводилось Министерством образования России и Отделом математического образования ИОСО РАО в 1993 году в двадцати регионах России. В дальнейшем при анализе итогов проверки 1999 года будут использованы результаты этого исследования, чтобы определить тенденции развития математической подготовки выпускников начальной школы.

В исследовании 1999 года приняли участие 2400 учащихся третьих и четвёртых выпускных классов из 110 общеобразовательных школ, расположенных в 37 регионах России. Проверка и оценка работ учащихся проводилась в Центре оценки качества образования РАО с помощью соответствующего программного обеспечения.

Инструментарий проверки

Состав инструментария

Для проведения проверки был использован инструментарий, отработанный в рамках ранее проведённых исследований 1992, 1993 и 1998 гг. Он содержит следующие материалы:

- тест по математике по курсу начальной школы (варианты 1 и 2);
- спецификацию теста;
- рекомендации учителю по проведению работы в классе;
- инструкцию по проведению тренировочного занятия;
- инструкцию по проведению основного тестирования;
- анкету для учителя.

В этих материалах (приложение 1) раскрываются цель и содержание работы, даются указания по организации проверки в классе, критерии оценки работ учащихся. Вопросы, включённые в анкету для учителя, позволяют получить информацию о факторах, влияющие которых на подготовку учащихся проверялось в этом исследовании.

Подходы к составлению проверочной работы. Структура и содержание работы

В соответствии с целью исследования важно было зафиксировать достижение уровня обязательной подготовки каждым учащимся, а не индивидуальные различия учащихся в более глубоком овладении учебным материалом. Иными словами, по результатам проверки предполагалось распределить учащихся на две группы: достигли — не достигли уровня

обязательной подготовки. Поставленная цель определила характер проверочных заданий, форму контроля и оценку выполнения работы. При этом учитывалась необходимость обеспечить полноту проверки и объективность оценки выполнения работ, принимался во внимание и возраст учащихся. Поэтому работа была составлена в форме теста, содержащего задания только с готовыми ответами, при выполнении которых от учеников не требуется запись решения. Это позволило включить в работу для младших школьников гораздо больше заданий по сравнению с традиционными контрольными работами и тем самым обеспечить большую полноту проверки.

Проверка достижения уровня обязательной подготовки проводилась с помощью заданий обязательного уровня. Они были составлены на материале, который включён в обязательный минимум содержания образовательной программы по математике для начальной школы, и отвечали требованиям к подготовке выпускников начальной школы. Это позволило обеспечить единые требования к учащимся, обучавшимся в различных классах и школах, по разным программам и учебникам.*

* Обязательный минимум содержания начального общего образования// Вестник образования. 1998 № 9.

Структура и содержание теста

Тест составлен в двух вариантах, различающихся по содержанию, но идентичных по сложности. На его выполнение отводится один урок. Каждый вариант содержит 28 заданий, распределённых на две части: основную и дополнительную. Основная часть включает 25 заданий обязательного уровня и ориентирована на проверку достижения учащимися уровня обязательной подготовки по курсу математики начальной школы.

В дополнительную часть теста включены три более сложных задания, выполнение которых не влияет на оценку работы ученика. Эти задания рассчитаны на тех учащихся, которые быстро справятся с основной частью работы. Их главное назначение дать возможность учащимся проявить повышенный уровень обученности. Выполнение дополнительных заданий не учитывалось при выставлении оценки за выполнение основной части теста.

К каждому заданию дано по четыре ответа, из которых только один правильный. Задание считалось выполненным верно, если ученик обвёл кружком букву, которая соответствует правильному ответу.

По своему содержанию задания теста подразделяются на следующие блоки: натуральные числа, арифметические действия с натуральными числами, текстовые задачи, числовые выражения, доли, величины, геометрические фигуры, измерение геометрических величин. Ниже приводится список умений, проверяемых заданиями каждого блока.

1. Натуральные числа:

- читать и записывать натуральные числа, представлять число в виде суммы разрядных слагаемых;
- сравнивать между собой натуральные числа, использовать знаки $>$, $<$, $=$.

2. Арифметические действия с натуральными числами:

- выполнять сложение, вычитание трёх-четырёхзначных чисел, умножение и деление на одно-двузначное число, а также действия с числами, запись которых оканчивается нулями;
- выполнять проверку правильности вычислений, находить неизвестные компоненты действий.

3. Текстовые задачи:

- используя взаимосвязь между величинами (ценой, количеством и стоимостью товара; скоростью, временем и расстоянием и др.) и значения известных величин, находить неизвестную величину;
- выражать арифметическим действием смысл отношений «больше на (в)», «меньше на

(в)» между величинами;

- решать текстовые задачи в два-три действия.

4. Числовые выражения:

- устанавливать правильный порядок выполнения арифметических действий;
- вычислять значение числового выражения в два-три действия.

5. Доли:

- понимать и использовать термины «половина», «треть», «четверть»;
- распознавать на глаз, разделена ли фигура на несколько равных частей;
- понимать смысл записи ;
- находить долю заданной величины и всю величину по известной доле при решении текстовых задач.

6. Величины:

- использовать единицы измерения: времени (час, минута, секунда), массы (килограмм, грамм), стоимости (рубль), длины (миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр), площади (кв. сантиметр, кв. метр); переходить от одних единиц к другим; понимать, какие из этих единиц целесообразно применять в конкретных случаях.

7. Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин:

- распознавать на рисунках треугольники и прямоугольники;
- измерять длину отрезка;
- вычислять периметр треугольника и прямоугольника;
- понимать смысл понятия «площадь фигуры», вычислять площадь прямоугольника.

Работа в целом охватывает все основные вопросы программы начальной школы по математике. При этом выполнение обязательной части каждого из вариантов позволяет вынести обоснованное суждение о достижении выпускниками начальной школы уровня обязательной математической подготовки. Валидность теста обеспечена тем, что он опирается на результаты многолетних исследований отдела математического образования по разработке обязательных результатов обучения и подтверждена в процессе его отработки.

Отработка заданий теста, рекомендаций по его проведению, критериев оценки его выполнения, обеспечивающих стандартизацию процедур проведения проверки и оценки результатов тестирования, проводилась в процессе экспериментальных ограниченных и массовых проверок в 1992–1993 и 1998 гг.

Предложенный в 1999 году вариант теста (приложение 1.1) отличается от тестов 1993 и 1998 годов прежде всего тем, что он ориентирован на усовершенствованный вариант обязательных требований к подготовке выпускников начальных школ, что привело к необходимости внести некоторые коррективы в текст работы (изменены редакция ряда заданий, число геометрических заданий и др.)*

* Учебные стандарты школ России. Государственные стандарты начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования. Книга 1. Книга 2 / Под ред. В.С. Леднева и др. М.: ТЦ Сфера; Прометей, 1998.

Проведение проверки и оценка работ учащихся

Чтобы обеспечить стандартизацию процедуры проведения и оценки результатов тестирования, были разработаны спецификация теста, в которой сообщались его цель, структура и содержание, а также экспериментально проверенные инструктивные материалы для лица, ответственного за проведение работы в классе. Инструктивные материалы включали рекомендации по проведению тренировочного занятия, которое проводилось по усмотрению учителя, а также рекомендации по проведению и оценке результатов основного тестирования (приложение 1). Следование этим несложным инструкциям позволяет любому проверяющему соблюдать одинаковые условия при проведении проверки и однозначно

оценить выполнение теста учащимся. Поэтому правомерно суммировать результаты по каждому классу и сравнивать их между собой, а также суммировать результаты всех учащихся, участвовавших в проверке, и использовать их для получения объективных выводов о состоянии математической подготовки всей совокупности выпускников начальной школы.

Оценка работы ученика проводилась на основе результатов выполнения только основной части теста. Дополнительные задания при этом не учитывались.

Выполнение каждого задания оценивалось с помощью шкалы: «верно», «неверно», а выполнение всего теста с помощью шкалы: «прошёл тест» («пт»), «качественно прошёл тест» («кпт»), «не прошёл тест» («нпт»).

Использовались следующие экспериментально установленные критерии выставления отметок:

верно выполнено не менее 18 из 25 заданий основной части работы — «пт»;

верно выполнено не менее 22 заданий основной части работы — «кпт»;

верно выполнено менее 18 заданий основной части работы — «нпт».

Если при выполнении работы результат, показанный учащимся, оказывается не ниже критерия, установленного для выставления отметки «пт», то ему выставляется оценка «прошёл тест», свидетельствующая о достижении им уровня обязательной подготовки по курсу математики начальной школы. Если результаты ученика не ниже критерия, установленного для отметки «кпт», то ему выставляется отметка «кпт», что позволяет сделать вывод о наличии у него прочной базовой подготовки. В том случае, когда результаты ученика не выше критерия, установленного для выставления отметки «нпт», он получает отметку «нпт», которая свидетельствует о наличии существенных пробелов в его подготовке.

После проведения тестирования в регионах работы учащихся и заполненные учителями анкеты были переданы в Центр ОКО РЛО. В Центре с помощью соответствующего программного обеспечения была выполнена обработка результатов тестирования учащихся и анкетирования учителей и оценка работ школьников. Разработанное в Центре программное обеспечение позволило получить о проведённом исследовании следующую информацию:

- сведения о школах, учителях, классах, в которых проводилось тестирование ;
- результаты выполнения каждого задания теста;
- результаты выполнения теста в целом.

Выборка учеников начальной школы

Тестирование учащихся начальной школы проходило в рамках международного исследования естественно-математической подготовки учащихся 8-го класса TIMSS-R (Third International Mathematics and Science Study-Repeat). Представительная выборка школ, составленная для проведения TIMSS-R в соответствии с требованиями, принятыми на международном уровне, послужила основой для создания выборки выпускников начальных школ России.

В каждой школе, включённой в выборку по TIMSS-R, планировалось выбрать один из выпускных классов начальной школы. Как и следовало ожидать, реальная выборка несколько отличалась от спланированной. Однако по своему объёму и составу она достаточно представительная для совокупности выпускников начальной школы. В тестировании участвовало 2400 учащихся третьих и четвёртых выпускных классов из 110 школ, выбранных по 2–4 школы в каждом из 37 регионов России (всего регионов 89).

Как и следовало ожидать, подавляющее большинство школ и классов оказались общеобразовательными. Около 2/3 школ — городские, примерно четверть — сельские и остальные расположены в посёлках городского типа.

Почти все классы работают по государственной программе, исключение составили только 8 классов (из 110), которые работают по авторской или школьной программе. Боль-

большинство классов (около 70% учащихся) работают по тематическому планированию, рассчитанному на 5 уроков математики в неделю, около 20% школ — на 6 уроков, остальные (около 6%) имеют по 4 урока. В большинстве классов (96 из 110) основным являются различные варианты учебника М.И. Моро и др. При выборе учебника мнение примерно трети учителей является решающим, примерно трети учителей — принимается во внимание, мнение остальной трети — не учитывается школой.

Далеко не все, хотя и большая часть классов (около 65% учащихся) имеют уроки продолжительностью 40 минут, а остальные — 45 минут. Около половины учащихся (54%) обучаются в больших по наполняемости классах (более 25–33 учеников), около трети (33%) — в классах, где 20–24 ученика, в остальных — число учащихся менее 20.

О квалификации учителей можно судить по их разрядам и стажу. Большинство учителей имеют высокие разряды: около 50% учителей — 13-й и 14-й разряды, 34% — 12-й, остальные — 8–11-й разряды. Около 40% учителей имеют стаж до 15 лет и примерно 25% — 25 лет и более. Почти все учителя имеют недельную нагрузку выше 18 ч: 70% — 19–24 ч, 22% — 25–39 ч.

Большинство учителей считают, что на конец года математическая подготовка их классов (104 из 110, участвовавших в проверке) является удовлетворительной и только в одном из классов — высокой. Некоторое представление о подготовке учащихся можно также получить на основе предварительных годовых отметок, выставленных учителями.

Таким образом, подготовку 98 % учащихся учителя оценили положительными отметками, из них 66 % — отметками «4» и «5». Эти данные позволяют предположить, что почти все выпускники начальной школы, включённые в выборку, достигли уровня обязательной математической подготовки, соответствующей требованиям программы, а около 2/3 из них имеют повышенный уровень обученности.

Характеристика результатов выполнения теста

По содержанию проверяемого материала задания распределяются на две группы: арифметические, составленные в основном на материале содержательной линии «Числа и вычисления», и геометрические, составленные на материале содержательной линии «Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин».

Приводим анализ результатов выполнения заданий основной части теста.

Числа и вычисления

Числа. Умение сравнивать натуральные числа продемонстрировали почти все школьники — 95% правильно определили большее из двух четырёхзначных чисел и верно использовали знак сравнения в записи результата.

Однако другие не менее важные знания и умения, связанные с записью чисел, имеют далеко не все учащиеся. Так, например, представить числа в виде суммы разрядных слагаемых, определить цифры, записанные в том или ином разряде числа, сумели 85–89% учащихся. Это свидетельствует, что около 15% будущих пятиклассников недостаточно осознанно владеют записью чисел в десятичной системе счисления или, как принято говорить в начальной школе, нумерацией чисел в пределах миллиона.

Арифметические действия. Результаты выполнения четырёх арифметических действий заметно различаются: сложение и вычитание трёх-четырёхзначных чисел выполнили почти все учащиеся (95–96%), а итоги выполнения двух других действий значительно ниже.

Так, с делением четырёхзначного числа на двузначное (5706:18) справились 82% учащихся. Отметим, что во всероссийской проверке 1993 г. аналогичное задание (4800:15) верно выполнил 81% учащихся начальной школы. Эти данные ещё раз подтверждают, что около 20% детей приходят в пятый класс с недостаточно сформированными навыками деления натуральных чисел в пределах обязательных требований.

Произведение чисел 960 и 60 верно вычислили 76% учащихся. Этот невысокий результат нельзя назвать случайным — при проверке в 1993 г. подобное задание верно вы-

полнили 59% учащихся. Анализ ответов учащихся показывает, что часть из них (около 10%) ошиблась в алгоритме умножения чисел с нулями на конце.

Большинство учащихся (93%) смогли верно определить, каким действием можно проверить правильность деления двух чисел, то есть, казалось бы, знают названия и правильно понимают взаимосвязь между компонентами действий. Однако задание («Разность чисел равна 39, вычитаемое равно 13. Найди уменьшаемое»), в котором надо было проявить знание компонентов действий и установить связь между ними, верно выполнили лишь 56% учащихся, а в задании («Найди произведение чисел 960 и 60»), около 15% вместо умножения выполнили другие действия (нашли сумму или разность). Аналогичные задания включались и в прежние проверки знаний учащихся — результаты оказывались невысокими, что говорит либо о непрочном знании названий компонентов действий и взаимосвязи между ними, либо о формальном усвоении этих знаний, неумении их использовать.

Числовые выражения. Умение вычислять значение числового выражения проверялось в два этапа: сначала умение определить порядок действий в числовом выражении, а затем — вычислить значение числового выражения в два-три действия. По сравнению с 1993 г., когда около 20% детей не смогли правильно определить порядок действий в выражении в три действия, значительно меньше учащихся допустили такую ошибку (от 3 до 10%).

Хуже обстоит дело с выполнением самих вычислений: значение выражений $3400-324:6$ и $280+1890:35$ верно нашли — 77 и 72% учащихся соответственно, а с несложной цепочкой вычислений $36+72:12:3$ справились 82% учащихся, допустив при этом ошибки как в определении порядка действий, так и в выполнении самих действий. Примерно такие же невысокие результаты характерны и для проверки в 1993 г.

Текстовые задачи. Учащимся были предложены текстовые задачи в одно, два и три действия. Результаты их выполнения имеют значительный разброс — от 55 до 91%. Примерно такой же разброс результатов — от 56 до 87% наблюдался и в 1993 г.

Понятно, что наибольшую трудность вызвали задачи, при решении которых требовалось выполнить два и более действия. С задачами в два действия справились от 70 до 80% учащихся, в три действия — 55–59%. Решение задач в три действия вызывает трудности даже у самых подготовленных учащихся (около 15% из них не справились с такой задачей). Анализ ответов показал, что значительная часть учащихся не доводит решение задачи до конца при верном ходе решения. Так, при решении задачи «В одной пачке 24 тетради, а в другой в 3 раза больше. Сколько всего тетрадей в двух пачках?» 94% учащихся правильно выполнили первое действие, выразив соответствующей арифметической операцией отношение «больше в», но довели решение до конца только 69% учащихся, а 25% ограничились выполнением только первого действия. При решении задачи в три действия около 30% учащихся при правильном ходе решения выполнили только два первых действия.

С помощью задач в одно действие проверялось умение использовать зависимость между величинами и определить соответствующую ей арифметическую операцию. С ними справились от 66 до 94%, при этом результат зависит от того, какую операцию следует выполнить. Так, например, с задачей на отношение «больше на» справились почти все учащиеся (94%), а на отношение «больше в» — 86%, при этом около 10% выполнили сложение вместо умножения. Проверка показала, что 91% учащихся умеет находить расстояние по известным скорости и времени движения, но лишь 83% смогли найти время по известным расстоянию и скорости. Похожий результат (84%) получен при решении задачи на нахождение цены по известным стоимости и количеству.

Значительные затруднения вызвало решение задач, в которых условие выражено в косвенной форме. Например, задачу: «Стул стоит 100 р., он дешевле кресла в 5 раз. Сколько стоит кресло?» верно решили 66% учащихся. Трудность связана с тем, что формулировка задачи подсказывает одно действие («дешевле» — деление), а применить надо другое (умножение). По ответам учащихся можно судить о том, что около трети (30%) учащихся неверно переформулировали задачу («Стоимость кресла в 5 раз меньше...»).

Анализ ответов свидетельствует, что существенные недочёты подготовки — стремление школьников сразу приступить к выполнению действий, не тратя особых усилий на понимание, что же именно требуется найти для ответа на вопрос задачи, а также отсутствие потребности оценить полученный результат. Одним из ярких примеров проявления этих недочётов являются итоги выполнения задания:

«Чтобы отмерить 10 м, Андрею пришлось сделать 20 шагов. Найди длину его шага». Около 40% учащихся, не вникая в условие задачи, разделили большее число на меньшее ($20:10 = 2$ м) и, получив длину шага, равную 2 м, выбрали эту величину среди других предложенных ответов.

Указанные недочёты явно свидетельствуют о существенных просчётах в методике обучения в начальной школе. Так, учащиеся часто ограничены в возможности использовать различные арифметические действия в учебниках недостаточно задач, требующих от учащихся переформулировать условие задачи, и т.п.

Доли. Проверка понимания и умения использовать термины *треть, четверть, восьмая часть* осуществлялась путём решения простых задач, в том числе с использованием геометрических моделей (круг, прямоугольник) для изображения долей. Понимание геометрической интерпретации долей продемонстрировали от 65 до 86% учащихся. 17% учащихся выбрали изображение, на котором круг разделён на неравные части.

При решении текстовых задач около 90% учащихся смогли правильно найти долю числа, но лишь 73% верно нашли число по его доле. Это свидетельствует о явном непонимании сущности понятия доли почти четвертью учащихся.

Величины. Значительная часть учащихся недостаточно прочно усвоила соотношения между единицами измерения массы, длины и особенно времени. С заданиями, в которых заданную величину требовалось представить в более мелких единицах измерения (например, 3 кг 55 г в граммах), справились 83% учащихся, в более крупных (например, 360 см в виде 3 м 60 см) — 69%.

При работе с единицами времени успешно выразили 4 мин в секундах 91% учащихся. От 6 до 15% учащихся, считая, что 1 мин = 100 с, 1 ч = 100 мин, допустили ошибку при решении задач, в которых пришлось выразить часы в минутах и минуты в секундах. Результаты проверок показывают, что эта ошибка сохраняется и в старших классах. Около 25% школьников не смогли выразить «четверть часа» в минутах.

Проверка практического умения выбрать соответствующую единицу измерения длины показала, что почти все учащиеся (93%) справляются с этим в простой ситуации («Закончи предложение: Длина карандаша равна 12...»). Однако в более сложной ситуации картина меняется. Так, при неверном решении одной из текстовых задач в ответе получалось, что длина шага мальчика равна 2 м, и около 40% учащихся посчитали этот ответ правильным.

Проверка умения справляться с измерением величин в ситуациях, близких к реальным, дала следующие результаты: определить длину шага мальчика по известным пройденному расстоянию и числу сделанных шагов смогли лишь 46% учащихся; сравнить длины шагов мальчиков, измерявших одно и то же расстояние, по числу сделанных каждым из них шагов — 52%; определить время начала тренировки, если известно, сколько времени она продолжалась и во сколько закончилась, — 70%.

Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин

Геометрические фигуры. С распознаванием знакомых фигур (прямоугольника и треугольника) в простой конфигурации справились 78% учащихся. Отметим, что в группе сильных* учащихся 96% детей справились с этим заданием, а в группе слабых — лишь 54%. Учащиеся, не справившиеся с заданием, различают либо только геометрические фигуры, находящиеся внутри заданного контура, либо только сам контур.

* Группы сильных (наиболее подготовленных) и слабых учащихся были выделены по результатам выполнения теста.

Измерение геометрических величин. С измерением отрезка в миллиметрах справились 54% учащихся, причём в группе сильных этот показатель равен 86%, а в группе слабых — 28%. Анализ результатов выполнения задания показал, что 40% детей указали на ответ, соответствующий ближайшей метке на шкале линейки, т.е. округляли величину длины отрезка до сантиметров. Эта ошибка характерна не только для слабых, но и для сильных. Около 75% учащихся (96 и 46% в сильной и слабой группах) смогли определить длину отрезка, начало которого было расположено не в начале шкалы линейки (задание 22 варианта 1). Учащиеся, не справившиеся с этим заданием, принимали за длину отрезка либо количество делений шкалы, которые расположены между его концами, включая деления, соответствующие и концам отрезка, либо деление шкалы, соответствующее одному из его концов.

Понятие «периметр многоугольника» сформировано у 89% учащихся. В то же время периметр прямоугольника смогли вычислить лишь 70%. Аналогичное соотношение наблюдается между усвоением понятий «площадь фигуры» и «площадь прямоугольника»: понятие площади сформировано у 93% учащихся, правильно же вычислить площадь прямоугольника смогли 82%. Характерные ошибки говорят о формальном подходе к решению этих задач: школьники не опираются ни на мысленный образ прямоугольника, ни на знание свойств этой фигуры. Отсюда вместо периметра прямоугольника — учащиеся находят полупериметр или площадь, а вместо площади прямоугольника — его периметр или полупериметр. Кроме того, около 8% учащихся не владеют единицами измерения площади и периметра.

Эти замечания в большей степени относятся к слабым учащимся, так как 96% сильных учеников верно находят периметр прямоугольника и 95% — его площадь, для группы же слабых учащихся эти показатели составляют 33 и 65% соответственно. Этот недочёт у значительной части учащихся сохраняется и в средней школе.

Дополнительные задания. К выполнению этих заданий приступала значительная часть учащихся — от 60 до 85%. Более высокие результаты были показаны при выполнении заданий на проверку развития пространственных представлений — 50–60%, что ещё раз подтверждает возможности младших школьников успешно изучать стереометрический материал. Около четверти учащихся продемонстрировали явные математические способности, справившись с решением нестандартных текстовых задач.

Основные недочёты подготовки учащихся

Исследование показало, что *значительная* часть материала начальной школы, на котором базируется изучение математики в 5–6-х классах, усвоена выпускниками начальной школы недостаточно прочно. В подготовке школьников выявился ряд существенных недочётов, которые вызовут определённые трудности при дальнейшем обучении:

— около 15% учащихся будут испытывать затруднения в овладении десятичной записью многозначных чисел и десятичных дробей, при округлении чисел и в выполнении арифметических действий над ними;

— почти треть учащихся из-за недостаточно осознанного владения арифметической терминологией (сумма, произведение и пр.) будет затрудняться при дальнейшем изучении арифметического материала, предполагающем довольно быстрое расширение математического языка;

— учащимся (а таких 30–45%), которые не могут проанализировать условие текстовой задачи и выполнить два-три соответствующих последовательных действия (провести двух-трёхшаговые рассуждения), будет трудно разобраться в сущности приёмов решения текстовых задач, предлагаемых в курсе математики основной школы;

— для четверти учащихся потребуется более длительный период, чтобы овладеть понятием обыкновенной дроби;

— каждый пятый учащийся не обладает элементарным геометрическим видением и не может распознать знакомые геометрические фигуры в несложных конфигурациях, что негативно скажется не только на последующем изучении геометрии, но и вообще на

восприятию ими графических объектов и информации, представленной в графической форме;

— около половины учащихся беспомощны в реальных жизненных ситуациях: они затрудняются в определении времени, не могут правильно выполнить измерения и т.д.

Характеристика влияния выделенных факторов на математическую подготовку учащихся

Условия, в которых проходит процесс обучения, в значительной степени определяются состоянием различных факторов, характеризующих особенности школы, класса, личности учителя, возможностей учащихся. Чтобы получить эту информацию, проводилось анкетирование учителей.

Вопросы анкеты были направлены к тому, чтобы получить сведения о некоторых факторах, характеризующих школу (число ступеней обучения, наличие профилей и др.), класс (тип, программа обучения математике, используемые учебники математики, наполняемость, число уроков математики в неделю и др.), а также профессиональные и личностные качества учителя (разряд, стаж и др.).

Соотнесение результатов анкетирования учителей с результатами выполнения учащимися проверочных работ позволило получить информацию о связи между состоянием изучаемых факторов и математической подготовкой выпускников начальной школы. При характеристике влияния факторов были использованы два показателя выполнения работы учащимися: «пт%» (процент тех, кто «прошёл тест» — показал достижение уровня обязательной подготовки) и «кпт%» (процент тех, кто «качественно прошёл тест» — показал наличие прочной базовой подготовки).

Характеристика состояния выделенных факторов

На вопросы анкеты ответили учителя 110 классов, участвовавших в проверке. Это позволило получить следующую информацию, характеризующую школы и классы, принявшие участие в проверке.

1. Основная часть учащихся (86%) обучается в средних школах, около 10% — в 9-летних школах, остальные 3% — в начальных. Подавляющее большинство учащихся (90%) обучается в общеобразовательных школах, остальные (10%) — в школах разного типа (гимназии, лицеи, школа-сад, с углублённым изучением иностранного языка и др.). Большая часть учащихся (около 66%) обучается в городских школах, около 20% — в сельских, остальные (14%) — в школах, расположенных в посёлках городского типа.

2. Почти все учащиеся (92%) обучаются в общеобразовательных классах, остальные (8%) — в классах разного типа (гимназический, с углублённым изучением иностранного языка и др.). Большинство учащихся — примерно две трети — заканчивают трёхлетнюю начальную школу, остальная треть — четырёхлетнюю.

Около половины учащихся (54%) обучаются в больших по наполняемости классах, где 25–33 ученика, около трети учащихся (33%) — в классах, где 20–24 ученика, остальные (13%) — в классах, где менее 20 учеников.

Около 74% учащихся имеет по 5 уроков математики в неделю, около 22% — по 6 уроков, остальные — по 4 урока. У большинства учащихся (70%) продолжительность урока равна 40 минутам, у остальных — 45 минутам.

3. О выборе учителем содержания и методов обучения позволяет судить программа и основной учебник математики, по которым работает класс. 94% обучаются по государственной программе, оставшиеся 6% — по авторской. Большинство учащихся (91%) работают по различным вариантам учебника М.И. Моро. В остальных классах используются учебники И.И. Аргинской, Л.Г. Петерсон и др., И.Б. Истоминой. Около 70% обучается по учебнику, который был выбран самим учителем или его мнение учитывалось, остальные — по учебникам, которые были навязаны учителю.

4. Основная часть учителей имеет высокую профессиональную подготовку. Так, по-

ловину учащихся (52%) обучают учителя 13–14-го разрядов, примерно треть — учителя 12-го разряда, остальных — учителя 8–11-го разрядов.

Большая часть учителей имеет значительный опыт работы. Примерно 30% учащихся обучают учителя со стажем более 25 лет, 45% — учителя со стажем 11–24 года, 15% учащихся — учителя со стажем 6–10 лет и только около 10% — учителя со стажем 1–5 лет.

80% учеников обучают учителя, имеющие нормальную нагрузку — 17–24 ч, остальных 20% обучают учителя, имеющие большую нагрузку — 25–33 ч.

Итоги изучения влияния выделенных факторов на математическую подготовку учащихся

Выявить влияние выделенных факторов на результаты обучения было побочной целью исследования. Здесь не предусматривались представительные выборки учащихся, отвечающие различным состояниям этих факторов. Это ограничило возможности выявления влияния некоторых из них на достижение учащимися уровня обязательной математической подготовки. Например, не удалось проверить влияние на состояние подготовки учащихся основного учебника математики, так как почти все классы, включенные в выборку, обучались по вариантам учебника М.И. Моро и др.; а также программы обучения, ибо почти все классы обучаются по государственной программе.

Выводы о влиянии или об отсутствии влияния некоторых *факторов на достижение учащимися уровня обязательной математической подготовки* являются правдоподобными гипотезами, которые нуждаются в проверке в рамках специальных факторных экспериментов.

1. Выявилась зависимость между месторасположением школы и математической подготовкой выпускников начальной школы. Так, процент учащихся, достигших уровня обязательной математической подготовки, и среди них процент учащихся, имеющих прочную базовую подготовку, явно выше в городских школах по сравнению с сельскими и поселковыми школами. Между двумя последними типами школ существенного различия не наблюдается.

2. Некоторое влияние на подготовку учащихся оказывает число лет обучения в начальной школе. В четырёхлетней школе результаты несколько выше по сравнению с трёхлетней школой.

3. Положительное влияние на подготовку учащихся оказывает подход к выбору основного учебника, по которому обучается класс. Результаты явно выше в тех классах, в которых работает учитель, который либо сам выбрал основной учебник, либо его мнение принималось во внимание,

4. Выявилась зависимость между состоянием подготовки учащихся и числом уроков математики в неделю. Результаты при шести уроках в неделю несколько выше по сравнению с пятью уроками. Не удалось провести сравнение с подготовкой учащихся, имеющих 4 урока в неделю, в связи с непредставительной выборкой.

5. Профессиональная подготовка учителя оказывает влияние на подготовку учащихся. У учителей, имеющих низкие разряды (8–10) результаты явно ниже, чем у учителей 12–14-го разряда. Не проявились различия между подготовкой учащихся, обучающихся у учителей, имеющих более высокие разряды — 12-й, 13-й или 14-й. Возможно, такие различия проявятся при изучении состояния повышенного уровня обученности.

6. На подготовку учащихся оказывает влияние стаж учителя. Результаты явно выше у опытных учителей со стажем более 30 лет, результаты явно ниже у учителей с небольшим стажем 1–5 лет. Не выявились различия между результатами у учителей со стажем от 6 до 30 лет.

В рамках исследования не выявлена зависимость между достижением учащимися уровня обязательной математической подготовки и продолжительностью урока математики (40 мин и 45 мин), а также недельной нагрузкой учителя.

Из-за непредставительных выборок, отвечающих состояниям ряда выделенных факторов, не удалось проверить, как влияют на подготовку учащихся: программа обучения; тип

школы (начальная, основная, средняя, общеобразовательная, профильная); тип класса (общеобразовательный, профильный); основной учебник математики.

Общие выводы

1. Около 77% выпускников начальной школы достигли уровня обязательной математической подготовки, которая может служить базой для дальнейшего обучения математике и смежным дисциплинам. Из них около 40% имеют прочную базовую подготовку по курсу начальной школы, у остальных имеются недочёты, которые могут быть скорректированы.

Учащиеся, не справившиеся с работой, а таких около 23%, имеют значительные пробелы в базовой подготовке по курсу начальной школы и будут испытывать затруднения при дальнейшем обучении.

2. Выпускники начальной школы существенно отличаются по степени овладения основными знаниями и умениями.

По результатам работы были выделены две группы — наиболее и наименее подготовленных школьников, каждая из которых включала примерно 25 % всей выборки. Более сильные школьники продемонстрировали прочное овладение большинством проверявшихся знаний и умений. Среди них от 92 до 100% верно выполнили большинство обязательных заданий теста.

Подготовка более слабой группы школьников имеет существенные недочёты. Так, около половины заданий верно выполнили от 15 до 49% этих учащихся и большинство остальных заданий — 50–85%.

3. По ряду важнейших умений (сравнение многозначных чисел, выполнение сложения и вычитания многозначных чисел, определение порядка действий, решение одношаговых задач и др.) большинство учащихся достигает уровня, отвечающего обязательным требованиям. В то же время ряд вопросов курса арифметики начальной школы, на которых базируется изучение математики в 5–6-х классах, значительной частью учащихся усвоен недостаточно прочно. К ним относятся: десятичная запись многозначных чисел; деление многозначных чисел; знание терминологии; овладение понятием доли; решение текстовых задач в два-три действия и др.

4. Результаты выполнения геометрических заданий теста указывают на то, что необходимо изменить подходы к формированию геометрических представлений в начальной школе.

Значительная часть младших школьников не обладает элементарным геометрическим видением и не может распознать знакомые геометрические фигуры даже в несложных конфигурациях.

Ошибки, допущенные учащимися, свидетельствуют также о существенных просчётах в методике формирования метрических отношений, сложившейся в начальной школе. Учащиеся не владеют необходимой терминологией, не различают правила вычисления площади и периметра прямоугольника, не владеют единицами измерения величин и испытывают серьезные затруднения при переводе одних единиц в другие и т.д. Более подробный анализ сложившейся ситуации приведен в приложении 2.

5. Младшие школьники затрудняются определить время, не могут выполнить несложные измерения и др. Это говорит о том, что полученные ими знания оторваны от их повседневной жизни. Возможно, это следствие того, что методическая система изучения математики в начальной школе недостаточно опирается на жизненный опыт учащихся.

6. Итоги проверки выявили недостатки в формировании общеучебных умений, которые сохраняются и в старших классах, в частности, умений провести анализ условия задачи, проконтролировать выполненные действия и оценить полученный результат. Одна из возможных причин появления этих недочётов в подготовке учащихся является недостаточное разнообразие задачного материала (по сюжетам, типам, по подбору данных, по формам представления данных, например, в виде различных таблиц, диаграмм). Большая

часть упражнений основного учебника для начальной школы не требует от учащихся переформулировать условие задачи, выбрать из него необходимые данные, ограничивает в возможности использовать различные арифметические действия, не создаёт условий, при которых проведение контроля и оценки полученного результата были бы необходимы.

7. Годовые отметки не позволяют с достаточным основанием констатировать достижение учащимся уровня обязательной подготовки по курсу математики начальной школы. Этот вывод особенно справедлив в отношении учащихся, имеющих отметку «3», так как около половины (55%) из них не справились с тестом. 13% школьников, имеющих отметку «4», также не справились с тестом. В отношении тех, кто имеет годовую отметку «5», можно сделать вывод, что все они достигают уровня обязательной подготовки, однако наличие прочной базовой подготовки среди них показали только около 70%.

Такая же тенденция между результатами мониторинга и годовыми отметками учащихся наблюдалась в исследованиях 1992–1999 гг., посвящённых изучению подготовки учащихся 5–11-х классов.

8. Существенные различия наблюдаются между учащимися городских и сельских школ. Процент школьников, достигших уровня обязательной подготовки, в городских школах, в посёлках городского типа и сельских школах равен 85%, 61% и 64% соответственно. Среди них прочную базовую подготовку имеют 48% (городские), 27% (поселковые) и 32% (сельские).

9. Существенно различается подготовка учащихся в классах, участвовавших в проверке. Процент учащихся, показавших достижение уровня обязательной математической подготовки, варьирует по классам от 14 до 100%. В 23 классах 100% учащихся справились с тестом, в то же время в 15 классах — менее 50%.

Процент учащихся, имеющих прочную базовую подготовку, варьирует по классам от 0 до 100%. Так, если в шести классах 100% учащихся продемонстрировали такую подготовку, то примерно в половине классов (52 из 110) таких учащихся оказалось менее 50%.

10. В рамках исследования выявилась зависимость достижения выпускниками начальной школы уровня обязательной математической подготовки от состояния следующих факторов: *месторасположения школы* (результаты значительно выше в городских школах по сравнению со школами, расположенными в сельской местности и в посёлках городского типа); *числа лет обучения в начальной школе* (результаты несколько выше в четырёхлетней школе по сравнению с трёхлетней); *числа уроков математики в неделю* (результаты несколько выше при шести уроках по сравнению с пятью уроками); *профессиональной подготовки учителя* (результаты значительно выше у учителей 12–14-х разрядов по сравнению с 8–10-ми разрядами, со стажем более 30 лет); *свобода учителя в выборе основного учебника математики* (результаты явно выше у учителей, которые либо сами выбрали основной учебник математики, либо их мнение учитывалось школой).

Итак, результаты проведённой проверки, а также других подобных исследований, включая и международные, позволяют сделать вывод о необходимости корректировки подходов к обучению математике в начальной школе. Она должна касаться изменения содержания курса, так и его идеологии, в частности необходимо увеличить геометрическую составляющую курса, усилить практическую направленность, достичь оптимального соотношения между отработкой умений и умственным развитием учащихся.

Приложения

1. Инструментарий проверки

1.1. Тест по математике по курсу начальной школы (Вариант 1). Результаты выполнения заданий теста.

1.2. Тест по математике по курсу начальной школы (Вариант 2). Результаты выполнения заданий теста.

1.3. Спецификация теста.

- 1.4. Рекомендации для учителя по проведению теста.
- 1.5. Проведение тренировочного занятия.
- 1.6. Проведение основного тестирования.
- 1.7. Анкета для учителя.
2. Некоторые причины неудовлетворительного состояния геометрической подготовки младших школьников.
3. Распределение выборки учащихся по регионам.
4. Таблицы со сведениями о составе выборки учащихся.
5. Таблицы и диаграммы с результатами выполнения теста.
 - 5.1. Результаты выполнения заданий.
 - 5.2. Результаты выполнения теста в целом.
 - 5.3. Диаграммы с результатами выполнения теста.

1.1. Тест по математике по курсу начальной школы (Вариант 1). Результаты выполнения заданий теста

Школа № _____ класс _____

(фамилия, имя)

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКЕ

за курс начальной школы

Вариант I

Выполни тренировочное задание:

Сколько месяцев в году? А. 3 Б. 4 В. 6 Г. 12

У тебя должна быть обведена буква «Г», так как в году 12 месяцев.

Теперь приступай к выполнению теста. Желаем успеха!

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

(89%)* 1. Укажи правильную запись числа 573 в виде суммы разрядных слагаемых.

- А. $500+73$
- Б. $570+3$
- В. $5+7+3$
- Г. $500+70+3$

(94%) 2. Сравни числа: 6020 и 6008.

- А. $6020 > 6008$
- Б. $6020 < 6008$
- В. $6020 = 6008$

(95%) 3. Вычисли: $7111 - 5234$.

- А. 12345
- Б. 1877
- В. 2987
- Г. 2877

(76%) 4. Найди произведение чисел 960 и 60.

- А. 1020
- Б. 900
- В. 5760
- Г. 57600

(56%) 5. Разность двух чисел равна 39, вычитаемое равно 13. Найди уменьшаемое.

- А. 3
- Б. 26
- В. 52
- Г. 42

(83%) 6. За какое время велосипедист проедет 60 км, если за 1 ч он проезжает 12 км?

- А. 5 ч
- Б. 48 ч

В. 72 ч

Г. 720 ч

(84%) 7. За несколько одинаковых альбомов заплатили 80 р. Один альбом стоит 16 р. Сколько купили альбомов?

А. 1280

Б. 96

В. 64

Г. 5

(72%) 8. Оле исполнилось 12 лет. Она моложе Лены на 4 года. Найди возраст Лены.

А. 3 года

Б. 8 лет

В. 16 лет

] Г. 48 лет

(86%) 9. Во сколько раз 3 м меньше, чем 15?

А. в 12 раз

Б. в 5 раз

В. в 18 раз

Г. в 45 раз

(94%) 10. В каком случае правильно расставлен порядок действий в примере $48 : (2 \times 6 - 4)$?

А. 1 — вычитание, 2 — умножение, 3 — деление

Б. 1 — деление, 2 — умножение, 3 — вычитание

В. 1 — умножение, 2 — вычитание, 3 — деление

Г. 1 — умножение, 2 — деление, 3 — вычитание

(77%) 11. Вычисли: $3400 - 324 \times 6$.

А. 1456

Б. 1944

В. 5344

Г. 18456

(82%) 12. Вычисли: $36 + 72 : 12 : 3$.

А. 27

Б. 54

В. 3

Г. 38

(69%) 13. В одной пачке 24 тетради, а в другой в 3 раза больше. Сколько всего тетрадей в двух пачках?

А. 96

Б. 72

В. 32

Г. 51

(55%) 14. За два мотка верёвки заплатили 40 р. В одном мотке 7 м верёвки, в другом 3 м верёвки. Сколько стоит меньший моток верёвки?

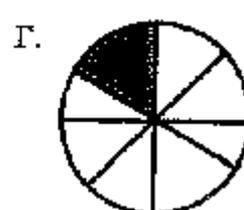
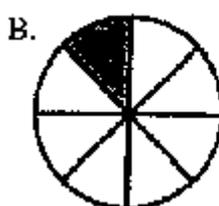
А. 120 руб.

Б. 28 руб.

В. 4 руб.

Г. 12 руб.

(65%) 15. На каком рисунке заштрихована восьмая часть круга?



(90%) 16. В люстре 18 ламп. Включили $\frac{1}{3}$ всех ламп. Сколько ламп зажглось?

- А. 3
- Б. 6
- В. 12
- Г. 54

(75%) 17. В букете 8 тюльпанов. Они составляют четверть букета. Сколько всего цветов в букете?

- А. 2
- Б. 4
- В. 12
- Г. 32

(83%) 18. Закончи предложение: «Масса взрослого человека может равняться...»

- А. 80 г
- Б. 500 кг
- В. 80 кг
- Г. 36 кг

(70%) 19. Какая из следующих записей верная?

- А. $360 \text{ см} = 36 \text{ м}$
- Б. $360 \text{ см} = 3 \text{ дм } 60 \text{ см}$
- В. $360 \text{ см} = 3 \text{ м } 60 \text{ см}$
- Г. $360 \text{ см} = 36 \text{ мм}$

(70%) 20. По утрам спортсмен 45 минут бежит на стадионе. В какое время спортсмен начал тренировку, если он закончил ее в 7.00?

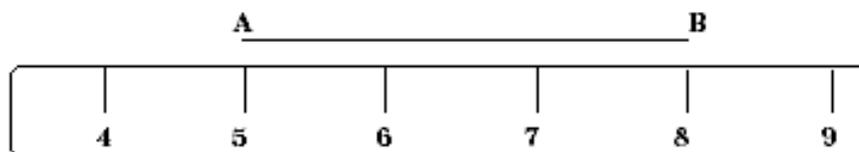
- А. 5.55
- Б. 6.15
- В. 6.55
- Г. 7.45

(52%) 21. Мальчики измерили шагами длину футбольного поля. Результаты их измерений представлены в таблице. У кого из мальчиков самый большой шаг?

Имя	Илья	Саша	Егор	Юра
Число шагов	59	67	62	55

- А. У Ильи
- Б. У Саши
- В. У Егора
- Г. У Юры

(74%) 22. Чему равна длина отрезка АВ?



- А. 3 см
- Б. 4 см
- В. 5 см
- Г. 8 см

(72%) 23. Сколько прямоугольников ты видишь на рисунке?

- А. 1
- Б. 2
- В. 3
- Г. 4

(90%) 24. Найди периметр треугольника, изображенного на рисунке. (на рисунке треугольник со сторонами 3см., 5см., 7см.)

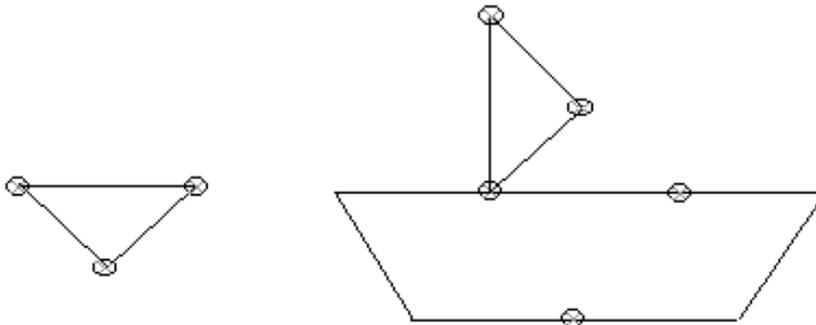
- А. 8 см
- Б. 15 см
- В. 12 см
- Г. 105 см

(82%) 25. Стороны прямоугольника равны 7 м и 2 м. Найди его площадь.

- А. 14 м
- Б. 9 м²
- В. 14 м²
- Г. 18 м²

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

(51%) 26. Сколько нужно закрасненных треугольников, чтобы из них сложить лодку?



- А. 6
- Б. 4
- В. 7
- Г. 5

(28%) 27. В пяти подъездах 10-этажного дома нужно вернуть электрические лампочки: в 2 подъездах на каждом этаже по 3 лампы, а в остальных подъездах на каждом этаже по 4 лампы. Какова стоимость всех ламп, если цена одной лампы 2 руб.?

- А. 36 руб.
- Б. 120 руб.
- В. 180 руб.
- Г. 360 руб.

(25%) 28. В такси можно посадить 4 человека. Какое наименьшее число машин надо заказать, чтобы перевезти 25 человек?

- А. 5
- Б. 6
- В. 7
- Г. 8

1.2. Спецификация теста по математике для выпускников начальной школы

Цель теста — проверить овладение основными математическими знаниями и умениями по курсу начальной школы на уровне обязательной подготовки.

Все задания теста подразделяются на следующие блоки: натуральные числа, арифметические действия с натуральными числами, текстовые задачи, числовые выражения, доли, величины, геометрические фигуры. Ниже приводится список умений, проверяемых заданиями каждого блока.

1. *Натуральные числа:*

- читать и записывать натуральные числа, представлять число в виде суммы разрядных слагаемых;
- сравнивать между собой натуральные числа, использовать знаки $>$, $<$, $=$.

2. *Арифметические действия с натуральными числами:*

- выполнять сложение, вычитание трёх-четырёхзначных чисел, умножение и деление на одно-двузначное число, а также действия с числами, запись которых оканчивается нулями;
- выполнять проверку правильности вычислений, находить неизвестные компоненты действий.

3. *Текстовые задачи:*

- используя взаимосвязь между величинами (ценой, количеством и стоимостью товара; скоростью, временем и расстоянием и др.) и значения известных величин, находить неизвестную величину;
- выражать арифметическим действием смысл отношений «больше на (в)», «меньше на (в)» между величинами;
- решать текстовые задачи в два-три действия.

4. *Числовые выражения:*

- устанавливать правильный порядок выполнения арифметических действий;
- вычислять значение числового выражения в 2–3 действия.

5. *Доли:*

- понимать и использовать термины «половина», «треть», «четверть»;
- распознавать на глаз, разделена ли фигура на несколько равных частей;
- понимать смысл записи $\frac{1}{n}$;
- находить долю заданной величины и всю величину по известной доле при решении текстовых задач.

6. *Величины:*

- использовать единицы измерения: времени (час, минута, секунда), массы (килограмм, грамм), стоимости (рубль), длины (миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр), площади (кв. сантиметр, кв. метр); переходить от одних единиц к другим; понимать, какие из этих единиц целесообразно применять в конкретных случаях.

7. *Геометрические фигуры:*

- распознавать на рисунках треугольники и прямоугольники;
- измерять длину отрезка;
- вычислять периметр треугольника и прямоугольника;
- понимать смысл понятия «площадь фигуры», вычислять площадь прямоугольника.

1.3. Рекомендации для учителя по проведению теста по курсу математики для начальной школы

Уважаемый коллега! Цель теста — проверить овладение основными знаниями и умениями по курсу начальной школы на уровне обязательной подготовки. Тест проводится в конце обучения в начальной школе или в начале 5-го класса.

Тест состоит из двух частей: **ОСНОВНОЙ** и **ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ**. В основную часть включены **25 заданий обязательного уровня**. В дополнительную — **3 более**

сложных задания, выполнение которых не повлияет на оценку работы ученика. Эти задания предназначены для тех, кто быстро справится с основной частью работы.

1. Структура теста и проверяемые умения отражены в спецификации теста.

2. Для подготовки учащихся к выполнению тестовых заданий выделяется время на каком-нибудь уроке. Необходимые рекомендации даны в инструкции «Проведение тренировочного занятия».

3. Основное тестирование учащихся проводится в соответствии с инструкцией «Проведение основного тестирования».

4. На проведение теста отводится один урок.

5. Каждому ученику даётся один из двух вариантов теста.

6. К каждому заданию даётся по 4 ответа, из которых только один правильный. Задание считается выполненным верно, если ученик обвел кружком букву, которая соответствует правильному ответу. При этом не требуется ни подробная запись решения, ни объяснение выбранного ответа.

7. *За верное выполнение любого задания основной части теста выставляется 1 балл. Выполнение дополнительных заданий не учитывается при оценке работы. За работу выставляется одна из отметок: «прошёл тест» и «не прошёл тест». В данном тесте отметка «прошёл тест» выставляется, если ученик получил за выполнение заданий основной части теста 18 или более баллов. Если число баллов менее 18, то выставляется отметка «не прошёл тест».*

8. По окончании урока просим Вас собрать работы учащихся и пронумеровать их по порядку. На титульном листе работы ученика имеется одна клетка, в которую надо записать номер, присвоенный Вами этому учащемуся.

9. Просим Вас ручкой заполнить небольшую анкету (см. Приложение 1). Эта анкета и работы учащихся скрепляются вместе и сдаются ответственному по школе в день проведения тестирования.

1.5. Проведение тренировочного занятия

За 1–2 дня до тестирования выделите 15 минут для беседы в конце урока. В начале запишите на доске следующие задания.

1. 30 яблок разложили поровну на 5 тарелок. Сколько яблок в одной тарелке?

А. 8

Б. 6

В. 25

Г. 35

2. Вычисли: 54×13 .

А. 72

Б. 602

В. 702

Г. 5562

3. Какая из следующих записей верная?

А. $99 = 101$

Б. $99 > 101$

В. $99 < 101$

4. Альбом стоит 15 руб. Книга дороже альбома на 17 руб. Сколько всего надо заплатить за альбом и книгу?

А. 32 руб.

Б. 255 руб.

В. 270 руб.

Г. 47 руб.

Обращение к учащимся

Ребята! В _____ (укажите день) вы будете писать контрольную работу по математике. Она отличается от привычных для вас работ по включённым в неё заданиям. Это тестовые задания. Несколько таких заданий записано на доске.

Сейчас я вам расскажу об особенностях тестовых заданий. К каждому из них дано по четыре ответа, из которых только один верный. Надо внимательно прочитать задание и предложенные ответы, чтобы понять, что от вас требуется сделать. Затем, выполнив задание, нужно выбрать ответ, который вы считаете правильным, и обвести кружком букву, соответствующую ему. Если вы захотите изменить свой ответ, то зачеркните этот кружок и обведите ту букву, которая, по вашему мнению, соответствует верному ответу.

В большинстве заданий, чтобы определить, какой из предложенных ответов правильный, надо решить пример или задачу.

При этом от вас не требуется запись решения или объяснение выбранного вами ответа, как вы это делали при выполнении обычных контрольных работ. Для экономии времени надо делать только такие записи, которые вам самим необходимы для получения ответа (например, вычисления).

Давайте вместе выполним тестовые задания, которые записаны на доске.

Выполните первое задание сами и на доске обведите кружком букву «Б», соответствующую верному ответу. Для выполнения остальных заданий пригласите к доске учащихся. Убедитесь в том, что все учащиеся правильно понимают, как надо отвечать на подобные задания.

После выполнения тренировочных заданий похвалите детей за проделанную работу и выскажите уверенность в том, что они успешно справятся с тестом.

Заранее благодарим Вас и Ваших учащихся за участие в исследовании по совершенствованию математического образования в России!

Проведение основного тестирования

Ознакомьте учащихся со структурой теста, особенностями его выполнения и критерием оценки.

Ребята! Вам предлагается ответить на 28 вопросов, проверяющих вашу подготовку по математике. Для этого вам дается 1 урок.

К каждому заданию дано по 4 ответа, обозначенных буквами: А, Б, В, Г.

Только один из этих ответов верный. Надо внимательно прочитать задание, выполнить его и на своём листочке с заданиями обвести кружком букву, которая, по вашему мнению, соответствует правильному ответу. Если вы захотите изменить свой ответ, то зачеркните этот кружок и обведите ту букву, которая, по вашему мнению, соответствует верному ответу.

При выполнении теста, самое главное — указать верный ответ на возможно большее число заданий.

Среди заданий будут простые и сложные, на которые вы сразу не сможете ответить. Не задерживайтесь долго на таких заданиях, не теряйте зря время. Вы сможете вернуться к ним, если у вас останется время.

При выполнении заданий от вас не требуется записывать решение или объяснять выбранный вами ответ, как вы это делали при выполнении обычных контрольных работ. Для экономии времени надо делать только такие записи, которые вам самим необходимы для получения ответа (например, вычисления). Эти записи можно делать на черновике или на свободном месте вашего листочка с заданиями.

Тест состоит из двух частей: основной и дополнительной. Постарайтесь сначала выполнить все задания основной части. Если у вас останется время, то попытайтесь решить задания дополнительной части.

Не волнуйтесь, если за урок вы не успеете ответить на все задания. Для получения по-

ложительной оценки («прошёл тест»), достаточно верно выполнить 18 из 25 заданий основной части работы.

Сейчас я вам раздам листочки. [Распределите два варианта теста так, чтобы каждый из них выполняло примерно одинаковое число учащихся.] Ребята, на листочке сверху — запишите номер школы, класс, фамилию, имя. Прочитайте тренировочное задание. Обведите букву, которая соответствует верному ответу. Все обвели букву Г?

Теперь приступайте к выполнению теста. Желаю вам успеха в работе!

Пройдите по классу и помогите тем учащимся, которые не усвоили технику выполнения тестовых заданий.

По окончании урока соберите работы учащихся. Если кто-нибудь из них захочет продолжить работу над ОСНОВНОЙ частью теста после звонка, то разрешите им закончить выполнение заданий на перемене. Для выполнения дополнительных заданий дополнительного времени не выделяйте.

Анкета для учителя

Уважаемый коллега! Просим Вас заполнить анкету:

Регион _____ район _____
город/село _____ № школы (название) _____

1. ШКОЛА

(1) основная (2) средняя (3) начальная

(Обведите кружком цифру около выбранного Вами ответа)

2. ТИП ШКОЛЫ

(1) общеобразовательная (2) гимназия (3) лицей (4) школа-вуз

(5) с углублённым изучением отдельных предметов

(6) учебно-воспитательный комплекс (7) школа-сад (8) интернат (9) другая

(Запишите, к какому типу относится ваша школа)

3. ТИП КЛАССА

(1) общеобразовательный (2) гимназический или лицейский

(3) с углублённым изучением иностранного языка (4) другой

(Запишите тип Вашего класса)

4. НАПОЛНЯЕМОСТЬ КЛАССА _____

(Запишите число учащихся по списку в журнале)

5. ЧИСЛО УРОКОВ МАТЕМАТИКИ В НЕДЕЛЮ В КЛАССЕ _____

6. ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ УРОКА МАТЕМАТИКИ

(1) 40 мин (2) 45 мин (3) другое

7. ПО КАКОЙ ПРОГРАММЕ ВЫ РАБОТАЕТЕ В КЛАССЕ

(1) по государственной (2) по школьной (3) по своей авторской (4) по программе другого автора (5) по другой

8. ВАШЕ ВЛИЯНИЕ НА ВЫБОР УЧЕБНИКОВ В КЛАССЕ

(1) никакого (2) некоторое (3) решающее

9. ОСНОВНОЙ УЧЕБНИК МАТЕМАТИКИ, ПО КОТОРОМУ РАБОТАЕТ КЛАСС

(Запишите автора учебника)

10. ВАШЕ МНЕНИЕ О ПОДГОТОВКЕ КЛАССА

(1) высокая (2) удовлетворительная (3) низкая

11. ВАШ СТАЖ _____ (Запишите полное число проработанных лет)

12. ВАШ РАЗРЯД _____

13. ВАША НЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗКА _____ (Запишите общее число уроков по всем предметам, которые Вы ведёте в этом и других классах, прибавив к ним воспитательские часы)

2. Некоторые причины неудовлетворительного состояния геометрической подготовки младших школьников

Предлагаемые ниже рекомендации могут быть полезны при разработке новых учебных материалов, целью которых является совершенствование и развитие геометрических знаний учащихся начальной школы*. Основные положения уже нашли отражение в новых учебных комплектах для 5-го и 6-го классов «Математика, 5» и «Математика, 6» под редакцией Г.В. Дорофеева и И.Ф. Шарыгина и результаты обучения свидетельствуют о достижении учащимися качественно нового уровня геометрической подготовки.

* Более подробно изложение этой точки зрения см.: *Рослова Л.О.* Геометрическая линия нового учебника для 5–6-х классов // Математика в школе 1999 №5

1. Традиционно в школе изучение геометрии начинается с измерения геометрических величин, что соответствует историческому ходу развития геометрии и не соответствует ходу развития геометрических операций у детей. Еще Ж. Пиаже отмечал, что постижение геометрии идет в направлении от «геометрии формы» к «геометрии измерений», то есть от качественных операций по изучению формы предметов, их элементов, взаимного расположения, отношений и т.д. к количественным операциям по измерению их характеристик. Овладение пространством начинается в дошкольном возрасте с усвоения топологических отношений. Ребёнку этого возраста интересен объект как таковой, ему необходимо выделить отдельный объект из окружающего мира, и осуществляет он это через выделение его контура. Здесь происходит формирование таких топологических понятий как непрерывность и связность. На младший школьный возраст приходится формирование проективных отношений — ребёнку важен не только сам объект, но и его положение в окружающем мире, формирование отношений взаимного положения: ближе — дальше, за — перед, видимо — невидимо и т.д. Кроме того, рост графической культуры требует адекватного отображения реальной ситуации на листе бумаги. Формирование же метрических отношений приходится на возраст 10–14 лет. Из этого следует, что измерение геометрической фигуры должно предваряться работой, направленной на всестороннее её изучение. Эта работа включает анализ элементов фигуры и их свойств, овладение способами графического построения и моделирования фигуры, разбиение её на другие фигуры и осознание учащимися сущности её измерения, в том числе невозможности применения известных видов измерения.

Подчеркнём, что в современной школе формирование метрических отношений начинается значительно раньше, а проективных — значительно позже названных периодов. Одним из следствий такого подхода к изучению геометрического материала является отмеченный в проведённом исследовании (как и в целом ряде других исследований, в том числе и международных) низкий уровень развития пространственного воображения школьников, неумение провести анализ заданной конфигурации (разбить целое на части и снова объединить части в целое), многочисленные ошибки при измерении геометрических величин, неумение решить простейшие задачи, связанные с измерением.

2. Мышление ребёнка возникает в форме наглядно-действенного мышления, основной специфической особенностью которого является неразрывная связь с практическими действиями, преобразующими имеющуюся ситуацию в заданную. С течением времени жизнь ставит перед ним новые, более сложные задачи, для решения которых необходимо осознание скрытых, существенных связей между явлениями. Такое изменение содержания мышления требует более совершенных форм мыслительной деятельности, которые дают возможность преобразовать ситуацию не во внешнем, практическом, а во внутреннем, мысленном, плане. Возникает новая форма мышления — наглядно-образное, способное манипулировать образами без практических действий. Сначала способность к мышлению в образах выступает как оперирование представлениями о конкретных предметах и их свойствах. Способность к оперированию образами не является непосредственным результатом усвоения ребёнком знаний и умений. Успешный переход от

наглядно-действенного к образному мышлению зависит от уровня специально организованной деятельности, в процессе же стихийного обучения наглядно-образное мышление формируется медленно.

Это и было зафиксировано в данном исследовании. Не имея опыта практического разрезания и складывания геометрических фигур, например, разрезания прямоугольника на два равных треугольника, складывания треугольника из нескольких треугольников и т.п., учащиеся испытывают затруднения при распознавании этих фигур даже в несложных конфигурациях. Работая с предметной моделью треугольника, разрезанного на два треугольника, учащийся может одним движением разделить этот треугольник на два или, наоборот, сложить из двух один, переходя при этом от целого к частям и от частей к целому. Движения, вплетённые в процесс восприятия, дополняют зрительные впечатления и способствуют созданию более полного, подвижного образа исследуемой фигуры или конфигурации, выделению присущих ей свойств и характерных признаков.

3. Психологи отмечают, что в плане умственного развития для детей младшего школьного возраста характерен переход от стадии конкретных операций к стадии формальных операций. Так, для первой стадии характерны конкретные операции над самими предметами. Ребёнок, находящийся на этой ступени развития, ещё не готов к тому, чтобы иметь дело с возможностями, которые не может воспринять непосредственно, не имеет соответствующего опыта. Поэтому неоправданно быстрый переход к формальному правилу часто приводит к тому, что оно отрывается от усвоенного понятия и этим затрудняется его практическое применение. Переходный этап должен иметь определённые временные рамки и обеспечиваться адекватным содержанием.

Например, чтобы осознанно овладеть правилом вычисления площади прямоугольника, ученик должен сам (и не один раз!) разбить прямоугольник на единичные квадраты, подсчитать число квадратов вдоль одной стороны прямоугольника, затем число таких рядов и перемножить полученные значения. При этом он должен осознать, что число квадратов в ряду равно длине одной из сторон прямоугольника, а число рядов — длине другой стороны. При неоднократном выполнении этих действий учащийся перейдёт к их свёртыванию и будет определять число единичных квадратов умножением длин сторон прямоугольника.

Анализ результатов тестирования в 1998 и 1999 годах показывает, что около 20% учащихся, владея общими понятиями площади и периметра, не могут вычислить площадь и периметр конкретного прямоугольника. В большинстве случаев это присуще «троечникам», имеющим недостаточный уровень развития логического мышления, что не позволяет им самостоятельно осуществить переход от понимания понятия площади к формальному правилу вычисления площади прямоугольника.

Часто на уроках можно наблюдать, что некоторые ученики просто не могут уследить за ходом мысли и действиями учителя, который выводит правило вычисления площади прямоугольника. Они, например, определяют число квадратов, на которые разбит исходный прямоугольник, не умножением, а пересчётом пальцем. А ведь это ключевой момент для осознания правила!

Этот же принцип приоритета практических действий должен распространяться и на подход к выводу соотношений между геометрическими величинами. Научиться осознанно, не формально, преобразовывать единицы измерения можно, выполняя эти преобразования сначала в практическом плане, например, соотношения между единицами площади устанавливать на основе линейных соотношений в ходе выполнения упражнений. Постепенно эти практические действия перейдут во внутренний план и будут выполняться мысленно.

Рассмотренные принципы формирования геометрических знаний и умений, к сожалению, не учитываются при разработке содержания и методов обучения геометрии в начальной школе. Неудивительно, что геометрическая подготовка даже сильных учащихся имеет существенные недочёты, которые, как правило, не удаётся искоренить и в старших классах.

Распределение выборки учащихся по регионам

Регион	Число школ	Число учащихся
1. Кабардино-Балкария	3	64
2. Калмыкия	4	91
3. Марий-Эл	3	58
4. Татарстан	3	68
5. Краснодарский край	3	71
6. Красноярский край	3	60
7. Хабаровский край	3	86
8. Белгородская область	4	62
9. Владимирская область	4	101
10. Вологодская область	3	60
11. Ивановская область	4	97
12. Кемеровская область	3	68
13. Кировская область	4	84
14. Ленинградская область	4	110
15. Липецкая область	2	40
16. Мурманская область	4	90
17. Нижегородская область	2	43
18. Новгородская область	2	50
19. Омская область	3	57
20. Оренбургская область	3	52
21. Орловская область	3	71
22. Пензенская область	3	73
23. Ростовская область	4	81
24. Рязанская область	1	8
25. Самарская область	2	50
26. Саратовская область	3	59
27. Сахалинская область	1	29
28. Свердловская область	6	149
29. Смоленская область	2	30
30. Тамбовская область	1	43
31. Тверская область	4	95
32. Томская область	4	82
33. Челябинская область	2	39
34. Читинская область	2	35
35. Москва	4	103
36. Усть-Ордынский округ	1	20
37. Ханты-Мансийский округ	1	21
Всего	110	2400