Как смоделировать решение геометрической задачи

Хабибуллин К.Я.

В формировании и развитии мыслительных способностей учащихся большое значение имеет воспитание навыков математического моделирования. Это связано с тем, что требования, предъявляемые к математике со стороны практики с точки зрения тех потребностей в ней, которые испытывают современная наука, производство, экономика, существенно изменились. В динамично изменяющемся обществе наука, производство и экономика нуждаются в людях, умеющих строить математические модели различных процессов и явлений на всевозможных уровнях. Если будущим рабочим, экономистам, агрономам не придётся, вероятно, ни решать квадратные уравнения, ни доказывать равенства треугольников, ни использовать логарифмы, то строить те или иные математические модели им, безусловно, придётся.

Что же следует понимать под математическим моделированием? В методической литературе [1] процесс математического моделирования подразделяется на 3 этапа:

1) выявление в ситуации или явлении существенных факторов и отбрасывание несущественных;

2) построение схемы взаимосвязи существенных факторов ситуации или явления;

3) получение из построенной схемы необходимых выводов.

Смоделируем по этому плану решение одной геометрической задачи. Как известно, решение геометрических задач вызывает наибольшие затруднения при изучении математики. Одной из причин этого является тот факт, что решение геометрической задачи практически не поддаётся алгоритмизации. При традиционном словесно-символическом способе решения и оформления решения геометрической задачи учащимся сложно увидеть тот стержень, который скрепляет всё решение в единое целое. Поэтому вниманию читателей предлагается схематичный способ решения и оформления решения геометрической задачи. При этом способе решение задачи находится перед глазами учащихся в виде схемы, состоящей из ячеек, связанных друг с другом линиями со стрелками, показывающими направление связи между суждениями [2].

Задача 1. *На сторонах равностороннего треугольника ABC отложены равные отрезки AD, BE и CF. Точки D, E, F соединены отрезками. Докажите, что треугольник DEF — равносторонний [3] (рис. 1).*

Проанализируем это решение, исходя из вышеуказанных требований к моделированию. Полученная схема может быть принята за модель решения предложенной задачи, при построении которой учитываются все три этапа процесса моделирования. Во-первых, указаны утверждение, которое необходимо доказать, и условия задачи (первый этап моделирования), во-вторых, построена схема взаимосвязи всех необходимых для решения умозаключений (второй этап), и, в-третьих, по этой схеме можно проанализировать всё решение как в той же последовательности, так и в обратном порядке (третий этап). Подробнее остановимся на втором и третьем этапах решения задачи. Процесс построения схемы заключается в установлении связей между заданными условиями и выводными суждениями из свойств данных фигур. Для наглядности эти связи даются в виде некоторых фигур (в данном случае — прямоугольники), связанных линиями со стрелками. Стрелки указывают на направление этих связей, т.е. указывают на основание и заключение силлогизмов, из которых состоит решение. Например, рассмотрим первую и вторую связки в решении данной задачи

В этих связках проиллюстрированы определение (равенство сторон) и свойство (равенство углов) равностороннего треугольника. Аналогично могут быть разобраны и другие связки. Все связки в схеме решения задачи пронумерованы, что позволяет организовать комментирование учащимися самого процесса решения. При этом под комментированием имеется в виду указывание используемых определений, аксиом и теорем. Например, четвёртая связка показывает равенство треугольников по второму признаку (по двум сторонам и углу между ними). Такая работа учащихся помогает учителю проверить у учащихся знание теории и умение преобразовать схематично-символическую форму решения в словесную. Кроме этого, учащиеся по построенной схеме могут проводить анализ решения, его проверку. Проверка решения может осуществляться по схеме повторными рассуждениями по направлению стрелок или обратными рассуждениями против направления стрелок [4].

Построенная таким способом модель решения геометрической задачи способствует формированию у учащихся наглядно-образного мышления и умению от него переходить к логическому мышлению и наоборот, что особенно необходимо при изучении геометрии. Следует отметить, что процесс построения схемы последовательно по логическим связкам позволяет некоторым образом алгоритмизировать решения геометрических задач, по крайней мере, на наглядном уровне. Поиск оптимального решения путём построения наглядно-логических цепочек является аналогией “метода пошаговой детализации”[5], языком которого являются ячейки с соответствующей информацией. Прямоугольники выбраны в роли ячеек из эстетических соображений, хотя для этой цели могут использоваться и другие фигуры.

Кроме представленной динамической модели решения геометрической задачи применяются полустатичные модели [6]. К таким моделям относятся карточки с готовой схемой каркаса решения с пустыми ячейками. На этих карточках вместе со схемой задаются чертёж, утверждение, которое необходимо доказать, и условие. Учащимся нужно последовательно заполнять пустые ячейки, являющиеся основаниями и заключениями силлогизмов, и после этого прокомментировать каждый свой шаг. Рассмотрим образец такой карточки-схемы решения следующей задачи для учащихся 7-го класса [3].

Задача 2. *Треугольник ADE — равнобедренный, DE — основание. Докажите, что если BD=CE, то AB=AC (рис.2).*

Рассмотрим решение этой задачи [6]. Заполняем пустые клетки необходимыми следствиями из условий и потом поясняем каждый шаг (рис.3).

Прокомментируем решение задачи по логическим следованиям, которые на схеме пронумерованы.

1. Определение равнобедренного треугольника (у равнобедренного треугольника две стороны равны).
2. Свойство равнобедренного треугольника (углы при основании равнобедренного треугольника равны).
3. Равенство треугольников по первому признаку (по двум сторонам и углу между ними).
4. Свойство равных треугольников (в равных треугольниках соответствующие стороны равны).

Такая форма моделирования решения геометрической задачи особенно удобна и полезна для учащихся 7-го класса, делающих первые шаги в решении геометрических задач. Жёсткая заданность последовательности рассуждений в предложенной карточке даёт возможность обучить школьников логически грамотному построению решения задач.

Использованная литература

1. *Виленкин Н.Я., Блох А.Я., Таварткаладзе Р.К.* Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике // Современные проблемы методики преподавании математики. М.: Просвещение, 1985. С. 201—221.
2. *Хабибуллин К.Я.* Дидактические материалы по геометрии с использованием граф-схем // Школьные технологии. 1998. № 1. С. 115–122.
3. Геометрия: Учебник для 7–9-х классов средней школы / *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф.* и др. М.: Просвещение, 1982. С. 49.

4. *Эрдниев П.М.* Преподавание математики в школе (Из опыта обучения методом укрупнённых упражнений). М.: Просвещение, 1978. С. 59.
5. *Болтянский В.Г.* Алгоритмизация внешняя и содержательная // Математика в школе. 1989. № 2. С. 28–32.
6. *Хабибуллин К.Я.* Граф-схемы в геометрии // Математика в школе. 1999. № 4. С. 23–24.