# Учить математике старшеклассников надо иначе, чем учеников начальной школы

***Андрей Александрович Остапенко,***
*профессор Кубанского государственного университета,*
*доктор педагогических наук, Ost101@mail.ru*

*• процессы усвоения знаний • процессы освоения умений • содержание школьной математики • системность в видении мира • системное ядро предмета •*

С профессором В.В. Гузеевым мы неоднократно писали о том, что процессы усвоения знаний и освоения умений имеют разную психологическую природу. Так, оптимально, если *усвоение знаний будет осуществляться концентрированно во времени и системно* (от общего к частному) *по структуре содержания*. *Освоение же умений природосообразно вести распределённо во времени и фрагментарно* (от частных умений к общим) *по содержанию* — от простых навыков к сложным.

Содержание школьной математики предполагает и усвоение знаний (и представлений), и освоение навыков (и умений). Причём *в содержании начального математического образования явно преобладают умения и навыки, а в старших классах — знания и представления*. Так, после начальной школы ребёнок по преимуществу должен *уметь* считать, складывать, вычитать, умножать, делить, что-то решать. А старшеклассник уже должен *знать* аксиомы, теоремы, правила и формулы. Соотношение между объёмами усваиваемых математических знаний (представлений) и навыков (умений) с возрастом смещается к преобладанию первых. Если в начальной школе преобладают тренинговые процессы нарешивания, то у старшеклассников доминируют процессы осмысления. Соответственно изменению этого соотношения *должна изменяться и организация математического образования*: от фрагментарности к системности, от распределённости во времени к концентрированности.

Должна-то, должна, но не тут-то было! Структура урока математики в старшей школе мало чем отличается от структуры урока в начальной школе. Разве что сложностью заданий. Старшеклассников всё так же учим «понемногу чему-нибудь и как-нибудь». Всё то же линейное попараграфное изложение учебного материала с последующим обобщением фрагментарных знаний.

Можно ли себе представить изучение химии без начального ознакомления с периодической системой Д.И. Менделеева? Можно ли допустить мысль, чтобы учитель, начиная преподавать курс физической географии, не показал глобус и карту мира? А вот математики почему-то могут! Видимо, потому, что у них нет математического «глобуса» и математической «таблицы Менделеева». Хотя, совершенно очевидно, что изучение системных курсов алгебры и геометрии (а не начальной арифметики) *должно начинаться с изучения системного ядра предмета*, которое впоследствии будет постоянно «маячить» перед глазами и «держать» целое.

Но, увы, в школьной математике это наглядное ядро (этот «глобус») практически никто не разрабатывал (разве что академик П.М. Эрдниев). В кабинете математики не висят таблицы, по степени системности и целостности напоминающие таблицу Менделеева. В привычных комплектах школьных таблиц по математике преобладают фрагментарные сведения (формулы сокращённого умножения, таблицы синусов или косинусов, etc.). Содержание математического образования старшей школы попараграфно «нашинковано на мелкой тёрке», а учебное время раздроблено поурочно так же, как и у первоклассников. Итог очевиден — отсутствие целостности и системности в видении мира и математическом его описании. Повсеместный переход на тестовые формы контроля эту ситуацию только усугубляет.

А между тем ещё хорошо памятен опыт конспектно-системной наглядности учителя Шаталова и опыт укрупнения математических знаний академика Эрдниева. Оба и поныне работают (первый в Донецке, второй в Элисте), но почти забыты учительством на всём постсоветском пространстве. И это несмотря на то, что их опыт и опыт их последователей давали высокие результаты системности математического образования. Если соединить воедино опыт создания опорных конспектов как образной наглядности В.Ф. Шаталова[1] (а он создавал конспекты, не укрупняя материал), опыт укрупнения дидактических единиц П.М. Эрдниева[2] (а он особо не был озабочен созданием образной наглядности), а потом полученный дидактический «гибрид» укрупнённого опорного конспекта умножить опытом создания многомерных дидактических структур В.Э. Штейнберга[3], то мы получим стройную педагогическую ***технику графического сгущения*** (уплотнения, концентрации, компрессии) ***учебных знаний*** как часть нового направления в педагогике — дидактического дизайна[4]!

Эта техника графического сгущения состоит из трёх этапов: кодирования (почти по Шаталову), укрупнения (почти по Эрдниеву) и структурирования (отчасти по Штейнбергу). Все приёмы этой техники многократно описаны[5]. Главное состоит в том, что она позволяет создавать графическую опорную крупномодульную наглядность, позволяющую держать «перед глазами» содержательное ядро целого курса либо большого его раздела. Приведём примеры создания такой наглядности для преподавания математики. Один — из школьной алгебры, другой — из геометрии.

*Пример первый.* Полная линейно-матричная модель «Математические действия и их свойства, функции и их графики» (рис. 1). Эта «картинка» постоянно находится в кабинете математики и «держит» целостность и системность этой части математических сведений.

*Пример второй.* Таблично-матричная модель по теме «Объёмы и площади боковых поверхностей фигур» (рис. 2). Целостное и системное преподавание этой темы можно обеспечить с помощью применения крупномодульной наглядности, охватывающей в единую графическую опору несколько параграфов школьной геометрии.

Пунктиром на рисунке изображены линии сгиба. Так, при горизонтальном складывании мы можем изучать только объёмы, а при вертикальном — только площади.

При полной развёртке таблицы видны все темы раздела.

Эта опора может использоваться как учителем в плакатном формате А1, так и учеником в формате А4 или А5. Её использование удобно как при объяснении нового материала, так и при его обобщении. При этом следует заметить, что эффективность применения такого типа наглядности при изложении новой темы в начале изучения раздела, естественно, выше, чем в конце изучения при обобщении.

Однако ещё раз заметим, что описанные приёмы работают только при наличии учи-

[1] **Шаталов В.Ф.** Эксперимент продолжается. М.: Педагогика, 1989.

[2] **Эрдниев П.М.** Укрупнение дидактических единиц как технология обучения. В 2-х ч. Ч. 1. М.: Просвещение, 1992.

[3] **Штейнберг В.Э.** Дидактические многомерные инструменты. Теория, методика, практика. М.: Народное образование, Школьные технологии, 2002.

[4] **Ткаченко Е.В., Манько Н.Н., Штейнберг В.Э.** Дидактический дизайн — инструментальный подход // Образование и наука. 2006. № 1. С. 58–65.

[5] **Грушевский С.П., Касатиков А.А., Остапенко А.А.** Техника графического уплотнения учебной информации // Школьные технологии. 2004. № 6. С. 89–103.

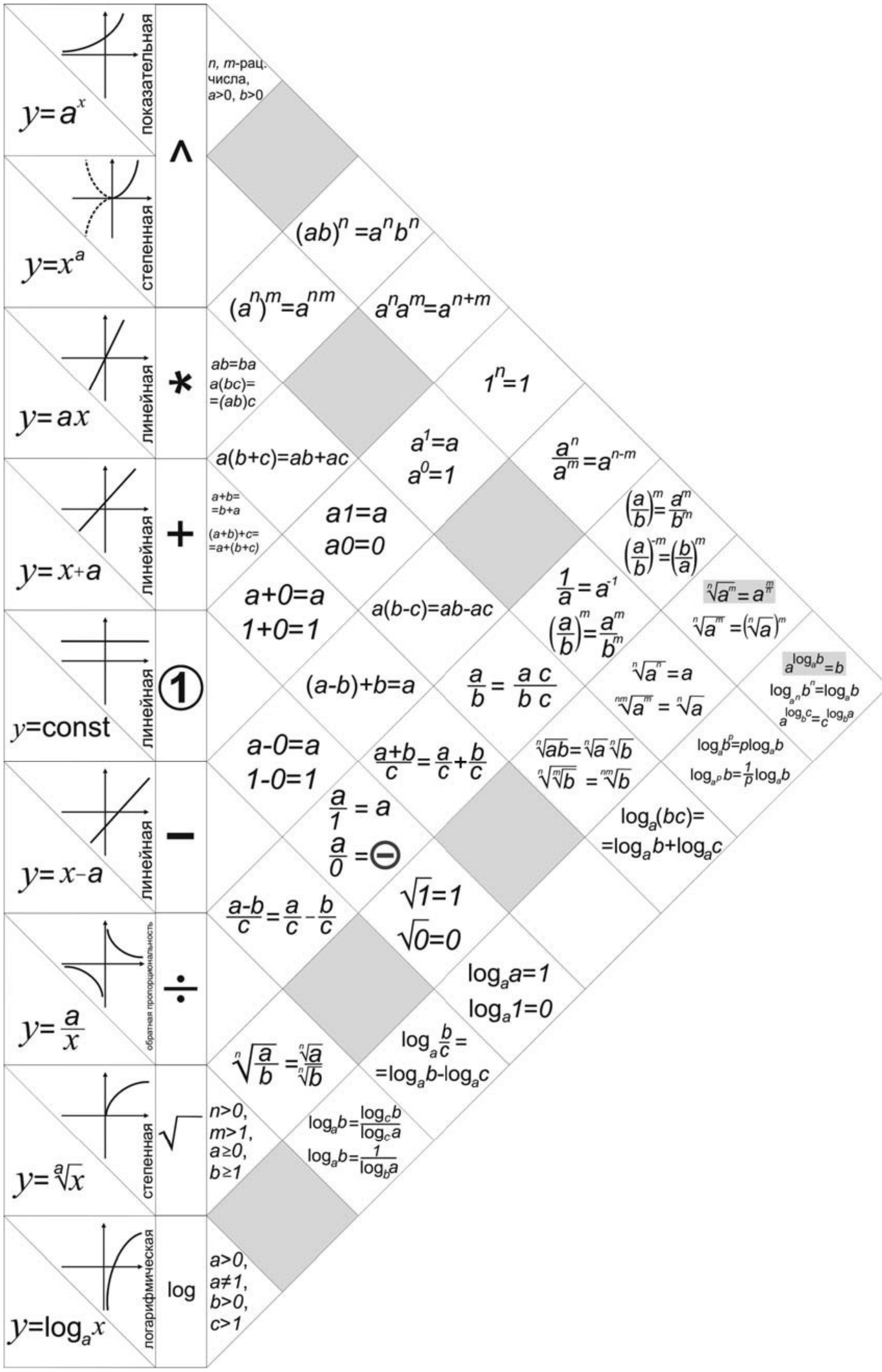
y=a^x
показательная
^
y=x^a
степенная
y=ax
линейная
*
y=x+a
линейная
+
y=const
линейная
1
y=x-a
линейная
–
y=a/x
обратная пропорциональность
÷
y=ⁿ√x
степенная
√
y=log_a x
логарифмическая
log
n, m-рац. числа, a>0, b>0
(ab)^n=a^n b^n
(a^n)^m=a^nm
a^n a^m=a^n+m
ab=ba
a(bc)=(ab)c
1^n=1
a(b+c)=ab+ac
a^1=a
a^0=1
a^n/a^m=a^n-m
a+b=b+a
(a+b)+c=a+(b+c)
a1=a
a0=0
(a/b)^m=a^m/b^m
(a/b)^-m=(b/a)^m
a+0=a
1+0=1
a(b-c)=ab-ac
1/a=a^-1
(a/b)^m=a^m/b^m
ⁿ√a^m=a^m/n
ⁿ√a^m=(ⁿ√a)^m
(a-b)+b=a
a/b=ac/bc
ⁿ√a^n=a
ⁿᵐ√a^m=ⁿ√a
a^log_a b=b
log_a^n b^n=log_a b
a^log_b c=c^log_b a
a-0=a
1-0=1
(a+b)/c=a/c+b/c
ⁿ√ab=ⁿ√a ⁿ√b
ⁿ√ᵐ√b=ⁿᵐ√b
log_a b^p=plog_a b
log_a^p b=1/p log_a b
a/1=a
a/0=⊖
log_a(bc)=log_a b+log_a c
(a-b)/c=a/c-b/c
√1=1
√0=0
log_a a=1
log_a 1=0
ⁿ√(a/b)=ⁿ√a/ⁿ√b
log_a b/c=log_a b-log_a c
n>0, m>1, a≥0, b≥1
log_a b=log_c b/log_c a
log_a b=1/log_b a
a>0, a≠1, b>0, c>1

*Рис. 1*

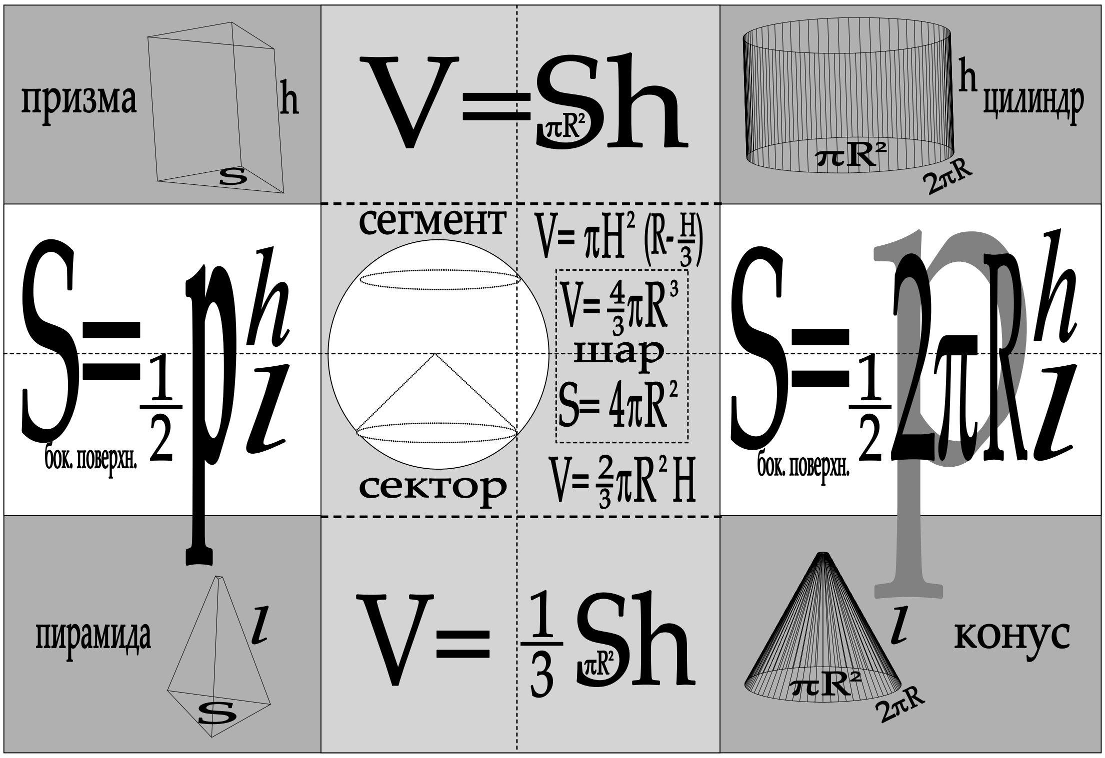


*Рис. 2*

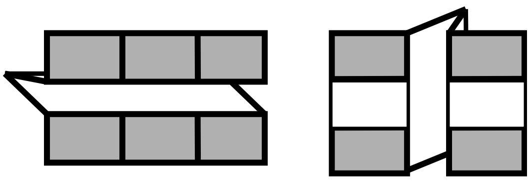

*Рис. 3*

теля, способного ярко работать с подобной наглядностью и обладающего системным математическим мышлением. Именно учитель своей внутренней увлечённостью может «зарядить» такие таблицы зримой мыслью, в противном же случае безразличный взгляд ученика оставит и их без внимания.

Описанный подход многократно успешно апробирован, в частности в Азовском лицее Краснодарского края. А подобная наглядность детально разработана как для математики, так и для других дисциплин[4]. ❑

---

[4] **Грушевский С.П., Остапенко А.А.** Сгущение учебной информации в профессиональном образовании. Монография. Краснодар: Кубанск. гос. ун-т, 2012. 188 с.