

Учебный проект «ШАРНИРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ»

Выполнил:

Галяутдинов Дамир, ученик 7«А» класса, МБОУ многопрофильный лицей № 20 г. Ульяновска

Руководитель:

Дружкова Лариса Викторовна, учитель физики высшей категории

Оглавление

Введение

I. История происхождения шарнирных механизмов

1. Кем быть?
2. Не всё гладко
3. Последний шаг

II. Что такое «шарнирный механизм»?

III. Шарнирные механизмы в нашей жизни

1. Шарнирные механизмы в математике

2. Применение шарнирных механизмов

Заключение

Введение

Шарнирные механизмы в повседневной жизни совсем незаметны. Люди часто сталкиваются с ними, но даже не догадываются, что перед ними. Шарнирные механизмы играют очень важную роль и в науке — в математике, геометрии, и в нашей жизни в целом.

Широкое распространение шарнирных механизмов в различных

областях техники объясняется простотой их изготовления и большой надёжностью.

К недостаткам шарнирных механизмов относятся сравнительно большие их габариты и возможность появления значительных усилий, действующих на звенья в тех положениях, когда перемещение какого-либо центра шарнира составляет с действующей силой угол, близкий к 90° . Кроме того, не все требуемые результаты преобразования движения могут быть получены с помощью шарнирных механизмов.

Я решил сделать этот проект именно для того, чтоб люди знали больше об этих замечательных устройствах, без которых не было бы прогресса в целом.

I. История происхождения шарнирных механизмов

1. Кем быть?

Если бы Джералмо Кардано спросили, чем, по его мнению, он обесмертит своё имя, то он, не колеблясь,

ответил бы: астрологией. В XIII веке она по-прежнему считалась серьёзной фундаментальной наукой, и именно ей отдавал он всего себя, именно в ней имел самые революционные идеи. Совершенство, которого достиг Джералмо в астрологии, позволило ему, например, предсказать, что сам он умрёт в возрасте сорока пяти лет. Впрочем, когда срок прошёл, а автор предсказания оставался жив, тогда он понял, что неправильно произвёл вычисления и в действительности смерть предначертана ему в семьдесят пять лет.

Если не астрология, то уж тогда медицина. Будучи незаконнорождённым, Кардано встретился с большими трудностями при получении медицинского образования, а особенно при попытке попасть во врачебную корпорацию; однако, раз попав в неё в возрасте 38 лет, он достиг невероятной славы. А когда Джералмо вылечил английского епископа, на него посыпались лестные предложения со всей Европы. Но он отверг даже приглашение датского короля и вообще бросил медицинскую практику ради другой страсти своей жизни — математики.



2. Не всё гладко

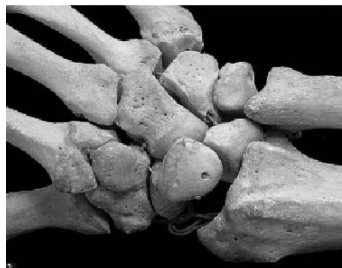
Да, математику наверняка называл бы Джералмо Кардано среди тех сфер, где его имя может снискать бессмертие. Он занимал кафедры в нескольких итальянских университетах, выпустил энциклопедию научных знаний «О разнообразии вещей», в ней среди прочего описаны первые головоломки на распутывание предметов. Занимался Джералмо и натур-

философией, и алгеброй. В 1545 г. он ввёл в научный оборот формулу для решения неполного уравнения третьей степени, получившую его имя. Выяснилось, впрочем, что формула эта была придумана другим математиком, Тартальей, который и обвинил Кардано в плагиате. В результате начавшегося скандала Джералмо был с позором изгнан отовсюду, разорён исками и в семидесятилетнем возрасте угодил в долговую тюрьму.



3. Последний шаг

Проклятый и осмеянный, Кардано не забывал о том, что главное его дело — астрология. Если его расчёты верны, то он должен умереть в семидесятипятилетнем возрасте и тем доказать: по крайней мере в этой сфере он остаётся непререкаемым авторитетом. А когда очередной, семьдесят пятый год его жизни начал угрожающе приближаться к завершению, Джералмо Кардано отказался от приёма пищи. А 1 сентября 1576 года он умер от голода



во имя доказательства собственной идеи. Наверно, перед смертью этот человек тешил себя надеждой, что его имя обретёт жизнь в веках. Он оказался прав. Имя Кардано действительно

но снискало бессмертие. Но только не благодаря его величественным изысканиям о влиянии звёзд на судьбу, а из-за мелкой вещицы, придуманной им на досуге. Джералмо как-то попросили соорудить такой подвес для корабельного компаса, чтобы прибор всегда находился в вертикальном положении, вопреки любой качке. Кардано создал шарнирный механизм, который впоследствии приспособили и для другой цели — вращения двух валов под переменным углом. Сегодня всякий автомобиль славит фанатичного итальянского астролога, салютуя ему своим карданным валом.

II. Что такое «шарнирный механизм»?

Шарнирный механизм — это механизм, звенья которого образуют только вращательные кинематические пары (шарниры).

По видам движения звеньев шарнирные механизмы подразделяются на плоские, сферические и пространственные общего вида.

В плоских шарнирных механизмах оси шарниров параллельны, и поэтому все звенья совершают плоскопараллельное движение.

Простейший плоский шарнирный механизм состоит из 4 звеньев и называется шарнирным четырёхзвенником. Сферический четырёхзвенник применяется, например, в многопоршневых насосах и в устройствах стабилизации летательных аппаратов. Частный случай сферического четырёхзвенника, в котором оси двух вращательных пар взаимно перпендикулярны, — карданный механизм.

В сферическом шарнирном механизме оси шарниров пересекаются в одной точке. Наименьшее число звеньев сферического шарнирного механизма также равно четырём.

В пространственном шарнирном механизме оси вращательных пар скрещиваются под различными углами. В общем случае пространствен-

ный шарнирный механизм должен иметь не менее 7 звеньев (пространственный семизвенник). Однако при выполнении определённых соотношений между линейными и угловыми размерами звеньев минимальное число звеньев уменьшается до четырёх (например, механизм Беннета). Пространственные шарнирные механизмы применяются в сельскохозяйственных машинах, машинах-автоматах (например, в лёгкой и пищевой промышленности) и т.д.

По способу задания требуемого движения рабочего звена шарнирные механизмы подразделяются на перемещающие, направляющие, передаточные и механизмы для движения с остановками.

Перемещающие шарнирные механизмы предназначены для перемещения рабочего звена из одного положения в другое. Число заданных положений обычно равно двум, реже — трём или четырём. Перемещающие шарнирные механизмы применяются в металлургических машинах, в машинах-автоматах пищевой промышленности для перемещения рабочих органов и др.

Направляющие шарнирные механизмы предназначены для перемещения по заданной кривой одной точки звена, не образующего кинематических пар со стойкой. Наибольшее распространение имеют шарнирные механизмы, направляющие по дуге окружности (круговые направляющие механизмы), и прямолинейно-направляющие механизмы например, Чебышева параллелограмм. Применяются также шарнирные механизмы для черчения и огибания парабол и гипербол (например, шарнирные механизмы для шлифования зеркал астрономических приборов).

Передаточные шарнирные механизмы предназначены для преобразования вращательных движений по определённому закону. Иногда их называют механизмами для вос-

произведения заданной функции. В счётно-решающих устройствах передаточные шарнирные механизмы служат для выполнения математических операций: сложения, умножения, возведения в степень и т.п. Путём специального подбора длин звеньев в шарнирных механизмах можно получить приближённое воспроизведение разнообразных функций.

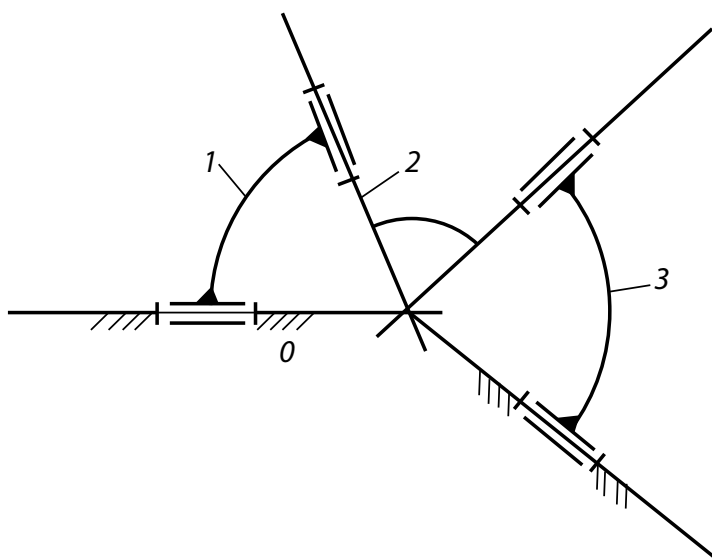
Шарнирные механизмы для движения с остановками применяются в машинах-автоматах для приведения в движение рабочего органа, который, выполнив определённую операцию, должен оставаться неподвижным в течение того времени, когда движутся другие рабочие органы.

III. Шарнирные механизмы в нашей жизни

1. Шарнирные механизмы в математике

Прямо Липкина. Со времён изобретения Джеймсом Уаттом паровой машины стояла задача построения шарнирного механизма, переводящего движение одного шарнира по окружности в движение другого шарнира по прямой. То есть спрямляющего механизма, или прямоила. Долгое время учёные и инженеры не могли решить эту задачу, строили приближённые прямоилы, где ведомый шарнир ходил не строго по прямой, но рядом, не очень далеко удаляясь от неё. А окончательно решить задачу создания прямоила помогла красивая наука математика.

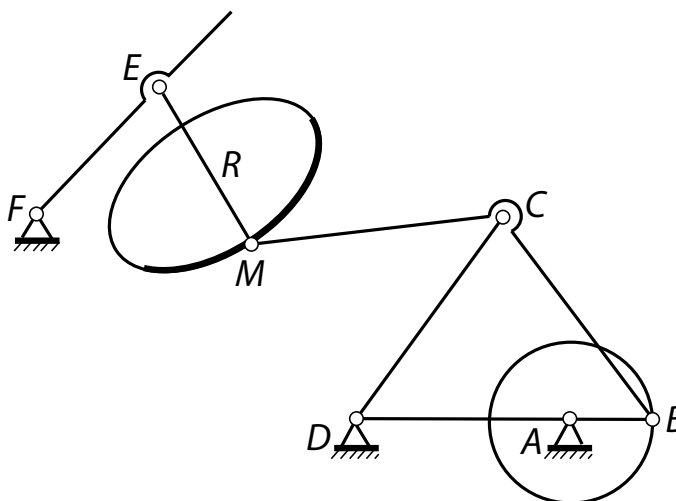
Инверсией на плоскости относительно окружности называется взаимно однозначное отображение внутренности окружности (за исключением одной точки — центра) на всю внешность окружности. Образом точки A является точка A' , лежащая на луче, выходящем из центра окружности и проходящем через точку A . Расположение на луче определяется равенством $OA \cdot OA' = R^2$. С помощью



Сферический четырёхзвенник: 0 — неподвижное звено; 1, 2, 3 — подвижные звенья.

инверсии в геометрии решается много интересных задач. Преобразование инверсии позволяет решать не только теоретические задачи.

Рассмотрим шарнирный механизм с одним закреплённым красным шарниром. К концам двух длинных звеньев, имеющих одинаковую длину, прикреплён шарнирный ромб. Этот механизм реализует инверсию относительно окружности с центром в закреплённом шарнире и радиусом, зависящим от длины звеньев механизма. С помощью нашего механизма посмотрим, какими свойствами обладает отображение инвер-



Шарнирный механизм для движения с остановками.

сии. Из самого определения инверсии понятно, что образом отрезка, лежащего на прямой, проходящей через центр инверсии, является отрезок, снова лежащий на этой же прямой. Образом отрезка, лежащего на прямой, не проходящей через центр инверсии, является дуга окружности, проходящей через центр инверсии. Окружность, не проходящая через центр инверсии и не пересекающаяся с окружностью инверсии, переводится механизмом снова в окружность. Инверсия сохраняет углы между кривыми, однако меняет их ориентацию. Такие преобразования в математике называются антиконформными (конформные — те, которые сохраняют и углы, и их ориентацию). Дуга окружности, проходящей через центр инверсии, отображается в точно прямолинейный отрезок. Именно это свойство и было использовано для построения первого в истории точного прямыла. Для того чтобы ведущий шарнир ходил строго по окружности, проходящей через центр инверсии, добавим неподвижный шарнир в центр окружности и звено, по длине равное радиусу. Тем самым ведомый шарнир всегда будет ходить по прямолинейному участку. Ввиду того, что данный тип прямыла использует свойства инверсии, их часто называют инверсорами. О построении инверсора в 1864 году в частном письме сообщил офицер инженерного корпуса французской армии Поселье. Однако он не указал никаких подробностей построения механизма. В 1868 году студент П.Л. Чебышева Липман Липкин (1846–1876) изобрёл инверсор. Его подробная статья вышла в 1870 году, и лишь в 1873 году появилась статья Поселье с описанием такого же прямыла и со ссылкой на работу Липкина. Впоследствии были построены прямыла, основывающиеся и на других математических идеях. Однако инверсор отличается красотой, хоро-

шими механическими свойствами и нашёл много применений в технике.

«Сдвиг и поворот». Шарнирный ромб, состоящий из звеньев одинаковой длины и использующий ползуны, передвигающиеся по красному неподвижному стержню, реализует на плоскости осевую симметрию. Действительно, положение одного из зелёных шарниров задаёт положение и длину противоположной стороны своего треугольника, а, находящиеся по разные стороны от стержня, всегда равны. Значит, при любом положении механизма два зелёных шарнира симметричны относительно красного стержня. Возьмём фигуру — криволинейный треугольник — и посмотрим, во что она перейдёт под действием нашего механизма. Получится симметричная фигура. Она, в том числе, равна изначальной, но по-другому ориентирована. Т.е., если считать плоскость бесконечным листом бумаги с нарисованной на нём фигурой, то чтобы совместить фигуру и её образ, необходимо сложить лист по оси симметрии, при этом у одной его половинки поменяется верх с низом. Применим теперь к уже получившемуся треугольнику наш механизм, реализующий симметрию, с осью, параллельной оси первого механизма. Получившийся треугольник имеет ту же ориентацию, что и самый первый, и получается из него параллельным переносом, т.е. сдвигом. Двойной параллелограмм с двумя красными закреплёнными шарнирами реализует это преобразование на плоскости. Итак, результатом двух осевых симметрий с параллельными осями является просто сдвиг. Верно и обратное — любой параллельный перенос можно разложить в две осевые симметрии с параллельными осями. Как нетрудно заметить, такое разложение не единственно. Такой результат последовательных отображений называется в математике композицией, а

в терминологии функций — сложной функцией. Так же, как и в аналитической записи, результат композиции можно получить, либо последовательно выполняя составляющие её действия, либо как-то преобразовав и применив уже в «упрощённом» виде. При этом преобразованный объект внешне может быть совершенно не похож на изначальные, из которых он получался. А что же будет, если оси симметрий не параллельны? Композицией двух осевых симметрий с непараллельными осями является поворот с центром в точке пересечения осей. При этом угол, на который поворачивается фигура, равен удвоенному углу между осями. Как и в случае со сдвигом, верно и обратное — любой поворот на плоскости раскладывается на две осевые симметрии. Шарнирный механизм, основанный на ромбе, реализует преобразование поворота плоскости. А теперь к плоскости применим последовательно параллельный перенос, а затем поворот. Можно ли каким-то одним преобразованием совместить исходную и конечную фигуры? Разложим использованный поворот на две симметрии. Из этой картинке видно, что этап получения серого треугольника и потом применения к нему одной симметрии можно заменить просто на одну симметрию. А такая картинка — композиция двух осевых симметрий с непараллельными осями — нам уже знакома, это есть просто поворот. Нарисуем треугольник на столе. Положив листок бумаги поверх, обведём фигуру. Поднимем листочек и опустим, чтобы он случайным образом опустился на стол, но при этом не перевернулся. Тем самым получено, как говорят математики, «в общем виде» движение плоскости — преобразование, сохраняющее расстояния и не меняющее ориентацию. Конечно, могло так случиться, что фигуры отличаются параллельным переносом, но вероятность, что листочек ляжет

так аккуратно, очень мала. Во всех других случаях это — просто поворот с некоторым центром на некоторый угол.

Парадоксальный механизм П.Л. Чебышева. Какое преобразование кривых может выполнять представленное сочленение с одним неподвижным красным шарниром? Пусть серый шарнир скользит по кривой, симметричной относительно прямой, проходящей через закреплённый красный шарнир. Можно показать, что в таком случае траектория синего шарнира будет также симметрична относительно некоторой прямой, проходящей через неподвижный шарнир. Российский математик Пафнутий Львович Чебышев исследовал вопрос, какова же может быть эта траектория. Важным частным случаем серой траектории является окружность. На практике он реализуется добавлением одного неподвижного (красного) шарнира и ведущего звена некоторой длины. Для синей же траектории двумя важными случаями является схожесть её либо с отрезком прямой, либо с окружностью или её дугой. Чебышев пишет: «Здесь мы займёмся рассмотрением случаев, наиболее простых и наичаще представляющихся на практике, а именно когда имеется в виду получить движение по кривой, которой некоторая часть, более или менее значительная, мало разнится от дуги круга или от прямой линии». Именно к выявлению наилучших параметров этого механизма, решающего перечисленные задачи, Пафнутий Львович впервые сам применяет теорию приближения функций, разработанную им незадолго до этого при изучении параллелограмма Уатта. Подбирая расстояние между закреплёнными шарнирами, длину ведущего звена, а также угол между звеньями, Пафнутий Львович получает замкнутую траекторию, мало уклоняющуюся от прямолинейного отрезка. Уклонение синей траекто-

рии от прямолинейной можно уменьшать, изменяя параметры механизма. Однако при этом будет уменьшаться и длина хода синего шарнира. Но это происходит медленнее, чем уменьшение отклонения от прямой, поэтому для практических задач можно подобрать удовлетворительные параметры. Это один из вариантов приближённого прямолинейного движения Чебышёвым. Перейдём к случаю схожести синей кривой с окружностью. Рассматривая случай, когда звенья составляют прямую, приходим к механизму, похожему на греческую букву «лямбда». С некоторыми параметрами Чебышев использовал его для построения первой в мире «стопходящей машины». При этом синяя кривая была похожа на шляпку белого гриба. Подбирая параметры лямбда-механизма по-другому, можно получить траекторию, поочерёдно касающуюся двух концентрических окружностей и остающуюся всё время между ними. Изменяя параметры механизма, можно уменьшать расстояние между концентрическими окружностями, внутри которых расположена синяя траектория. Построим лямбда-механизм, добавив неподвижный шарнир и два звена, сумма длин которых равна радиусу большей окружности, а разность — радиусу меньшей. Получившееся устройство имеет точки бифуркации или, как ещё говорят, сингулярные или особые точки. Находясь в такой точке, при одном и том же движении лямбда-механизма по часовой стрелке добавленные звенья могут начать вращаться либо по часовой стрелке, либо против. Таких точек бифуркации в нашем механизме шесть — когда добавленные звенья находятся на одной прямой. Существует большое и важное направление в математике — теория особенностей — исследование предмета через изучение его особых точек. Очень простым частным случаем является изучение поведения функции через исследова-

ние точек её максимума и минимума. Чтобы наш механизм проходил все шесть особых точек в одном наперёд выбранном направлении, маленькое звено связывают с маховиком, которое, будучи раскрученным, в какую-то сторону, выводит механизм из особой точки, вращающимся в ту же сторону. Если из точки бифуркации раскрутить маховик, так же как и ведущее звено, по часовой стрелке, то за один оборот ведущего звена маховик сделает два оборота. Если же из особой точки придать маховику движение против часовой стрелки, то за один оборот ведущего звена по часовой стрелке маховик сделает целых четыре оборота! В этом и заключается парадоксальность этого механизма, придуманного и сделанного Пафнутием Львовичем Чебышёвым. Казалось бы, плоский шарнирный механизм должен работать однозначно, однако, как видим, это не всегда так. И причиной являются особые точки.

Степени свободы. Число степеней свободы — это количество независимых параметров, однозначно определяющих положение механической системы. Рассмотрим плоский шарнирный механизм, состоящий из двух одинаковых параллелограммов, имеющих два общих закреплённых красных шарнира. Число степеней свободы такого механизма, конечно, равно двум, так как параллелограммы могут вращаться независимо друг от друга, и в качестве параметров можно, например, выбрать углы поворота параллелограммов, отсчитываемые от горизонтали. Всегда ли за конкретным механизмом «закреплено» определённое неизменное число степеней свободы? Или же бывают механизмы, у которых число степеней свободы переменное? Оказывается, бывают. Первый плоский шарнирный механизм с переменным числом степеней свободы был придуман В. Вундерлихом в 1954 году. Он состоял из двух

закреплённых шарниров и 12 звеньев. Мы же рассмотрим более простой механизм с девятью звеньями, придуманный российским математиком Михаилом Ковалёвым. Добавим к параллелограммам «средние линии» и из точки их пересечения проведём ещё одно короткое звено, оканчивающееся на другом конце закреплённым красным шарниром. Пока синий шарнир остаётся на центральной линии, соединяющей два изначальных неподвижных красных шарнира, добавленные звенья не влияют на количество степеней свободы механизма. Его положение задаётся, например, двумя углами поворота параллелограммов, отсчитываемых от горизонтали. Однако синий шарнир может уйти с центральной линии в момент, когда средние линии и маленькое звено лежат на одной прямой. И как только синий шарнир уходит с центральной линии, положение всего механизма начинает определяться лишь одним параметром! В качестве этого параметра можно выбрать, например, угол между изначальным положением добавленного короткого звена и его положением в данный момент времени.

2. Применение шарнирных механизмов

Дворники. Все видели, как быстро сметают воду «дворники» с лобового стекла машины... Но задумывались ли Вы, как они работают? Если показать механику такую систему, он скажет, что она работать не может. Единственная точка крепления, длинный рычаг (поводок) и щётка с трением, прилегающая к стеклу. Если моторчик может вращать такую систему, то он вряд ли может быстро переключиться из вращения в одну сторону во вращение в другую. Как же на самом деле устроена система вращения стеклоочистителей? Если открыть капот и снять кожухи, можно увидеть, что моторчик всё время, когда включён, вращается в одну сторону. А плоский

шарнирный механизм, называемый трапецией дворников, раздаёт вращение на стеклоочистители то в одну сторону, то в другую. Плоские шарнирные механизмы... Абстрактно — линеесочки разной длины, соединённые в концах гвоздиками. На практике встречаются на каждом углу.

Стопоходящая машина П.Л. Чебышева. Со времён изобретения Джеймсом Уаттом паровой машины стояла задача построения шарнирного механизма, переводящего движение по окружности в прямолинейное движение. Великий русский математик Пафнутий Львович Чебышев не смог точно решить изначальную задачу, однако, исследуя её, разработал теорию приближения функций и теорию синтеза механизмов. Используя последнюю, он подобрал размеры лямбда-механизма так, чтобы... Но об этом чуть позже. Два неподвижных красных шарнира, три звена имеют одинаковую длину. Из-за своего вида, похожего на греческую букву «лямбда», этот механизм и получил своё название. Незакреплённый серый шарнир маленького ведущего звена вращается по окружности, при этом ведомый синий шарнир описывает траекторию, похожую на профиль шляпки белого гриба. Расставим на окружности, по которой равномерно вращается ведущий шарнир, метки через равные промежутки времени и соответствующие им метки на траектории свободного шарнира. Нижнему краю «шляпки» соответствует ровно половина времени движения ведущего звена по окружности. При этом нижняя часть синей траектории очень мало отличается от движения строго по прямой (отклонение от прямой на этом участке составляет доли процента от длины короткого ведущего звена). На что же ещё, кроме шляпки гриба, похожа синяя траектория? Пафнутий Львович увидел сходство с траекторией движения копыта лоша-

ди! Приделаем к лямбда-механизму ногу со «стойкой». Прикрепим к тем же неподвижным осям в противоположной фазе ещё одну такую же. Для устойчивости добавим зеркальную копию уже построенной двуногой части механизма. Дополнительными звеньями согласовываются их фазы вращения, а общей платформой соединяются оси механизма. Мы получили, как говорят в механике, кинематическую схему первого в мире шагающего механизма. Пафнутий Львович Чебышев, будучи профессором Санкт-Петербургского университета, большую часть своего жалования тратил на изготовление придуманных механизмов. Он воплотил описанный механизм «в дереве и железе» и назвал его «Стопоходящая машина». Этот первый в мире шагающий механизм, изобретённый российским математиком, получил всеобщее одобрение на Всемирной выставке в Париже 1878 года.

Теорема Кемпе. Задача о трисекции угла состоит в том, чтобы разделить данный угол на три равные части. Вместе с ещё двумя классическими задачами на построение — удвоением куба и квадратурой круга — задача о трисекции угла пришла из Древней Греции и на протяжении многих столетий занимала умы людей. Неоднократно пытались решить эти три задачи с помощью освящённых евклидовой геометрией инструментов — циркуля и линейки. Между тем, уже в древности математики догадались, что при использовании только циркуля и линейки эти задачи неразрешимы, а позднее это было и доказано. Попытки расширить инструментарий оказали большое влияние на древнегреческую математику, привели и к первым исследованиям конических сечений, и к исследованию сложных кривых, и к построению интересных инструментов. Рассмотрим шарнирный механизм, яв-

ляющийся параллелограммом с двумя закреплёнными шарнирами. Из курса школьной математики вы помните, что противоположные углы параллелограмма равны. Это верно для любого параллелограмма, а значит, и для любого изгибания нашего механизма. А для любого ли изгибания? У нашей системы есть одна особая «точка» — когда все звенья ложатся на одну прямую. Из этой точки бифуркации механизм может выйти, снова став параллелограммом, а может перейти в фигуру, которая называется антипараллелограмм. Альфред Брей Кемпе — англичанин, адвокат по профессии, математик по призванию. В 1879 году публикует решение проблемы четырёх красок. Королевское математическое общество тотчас же избирает его своим членом, позднее он возведён в рыцарское звание за вклад в развитие математики. В «доказательство» Кемпе верили 11 лет. Но в 1890 году Перси Хивуд публикует работу, потрясшую математический мир: он указал принципиальную ошибку в рассуждениях Кемпе. Однако некоторые идеи его «доказательства» были правильные и через век были использованы в компьютерном доказательстве проблемы. Именно в этой особенности рассматриваемого шарнирного механизма и заключалась ошибка в рассуждениях Альфреда Кемпе, «доказавшего» в 1876 году теорему о том, что существует шарнирный механизм, который умеет подделывать вашу подпись и ничего кроме неё рисовать не умеет. Более точно — что любая ограниченная часть плоской алгебраической кривой является траекторией шарнира некоторого плоского шарнирного механизма. Сама теорема верна, однако ошибку в доказательстве Кемпе нашли лишь в 1984 году и исправили только к концу XX века. От параллелограмма антипараллелограмм унаследовал то, что две противоположные стороны равны между собой, и две накрест лежащие

стороны также равны между собой. Оказывается, у нашей фигуры есть и соотношение на углы — у антипараллелограмма они попарно равны! Прибавим к нашему антипараллелограмму более маленький, но подобный первому. У них есть один общий угол, а значит, углы при красном шарнире тоже равны. Вытягивая направляющие прямые, получаем плоский шарнирный механизм, который можно применять для построения биссектрисы любого угла. Можно прибавить ещё один подобный антипараллелограмм. По тем же соображениям его угол при красном шарнире будет равен уже двум имеющимся. Получившийся плоский шарнирный механизм является трисектором углов — решает задачу о делении произвольного угла на три равные части! На этом Кемпе останавливается, так как для его «до-

казательства» теоремы «о подписи» нужен был механизм, делящий угол именно на три части. Однако, очевидно, использованный алгоритм построения можно продолжать и дальше, получая шарнирные механизмы, точно делящие произвольный угол на любое наперёд заданное число частей.

Заключение

Выполняя проектную работу, я много узнал о шарнирных механизмах. В наше время люди, придумывая всё более сложные и новые механизмы, продолжают использовать шарнирные механизмы, из чего можно сделать вывод: данные механизмы играют большую роль в развитии техники. В приложениях я собрал много примеров этих механизмов в виде фотографий и фильмов, но и это капля в море.