

Место и роль метапредметной деятельности в обучении математике

Сергей Рувимович Коголовский,

профессор кафедры математики, информатики и физики Шуйского педагогического университета, кандидат физико-математических наук, askogal@yandex.ru

• надпредметный характер математики • продуктивное моделирование • поисково-исследовательская деятельность • надпредметная деятельность • фундаментальные математические понятия •

Математика, являющаяся, по утверждению В.И. Арнольда, частью физики¹, изначально существенно отличалась от физики своим *надпредметным* характером, то есть радикальными абстрагированиями от предметной данности, формируя и развивая продуктивные модели самих способов исследования разнообразных систем.

«Само»-рефлексивность математики, состоящая в том, что её средства, методы, приёмы, способы сами становятся её предметами, привела к уникальному характеру её языка, её предмета и методов. В силу этого математика, продолжая развиваться как «часть физики», обретает новое качество: продуктами её развития становятся и общие способы продуктивного математического моделирования, а тем самым общие формы (мета-формы) и способы (мета-способы) поисково-исследовательской деятельности.

Процессы превращения методов математической деятельности в её предмет подобны «непрерывному превращению материально-поэтического субстрата, сохраняющего своё единство и стремящегося проникнуть внутрь себя самого» (О. Мандельштам). Они рождают эффективные и масштабные её «средства производства», предстающие в форме фундаментальных понятий математики как носителей широкого комплекса познавательного-преобразующих функций. Рациональная форма представления таких понятий, их рациональное существо, их «строгость» открывает широкие возможности моделирования одних из них други-

ми, имеющими иную природу, моделирования одних теорий в рамках других теорий, а тем самым осуществляет «подпитку» одних теорий другими.

Такая форма открывает возможности продуктивного моделирования абстрактных теорий конкретными, общих — частными и несёт возможности далеко идущего развития математической деятельности. Реализация этих возможностей и привела к преобразению математики. Сегодня математика предстаёт не только как продолжающая активно развиваться «часть физики», но и как не менее активно развивающаяся область методологии науки, обогащающая её язык, её концептуальный аппарат и «технические» средства, как носитель широко используемых эффективных орудий поисково-исследовательской деятельности. Сегодня как никогда ранее она отвечает имени «μάθημα» и «πιστήμη».

Общепризнанна особая роль математики как учебного предмета, состоящая в том, что её изучение несёт развитие способностей к поисково-исследовательской деятельности. Конечно, этому способствуют и предметы гуманитарного цикла, и биология, и химия, и физика. Но обучение физике способствует освоению и разви-

¹ «Математика — часть физики. Физика — экспериментальная, естественная наука, часть естествознания. Математика — это та часть физики, в которой эксперименты дешёвы. **Арнольд В.И.** О преподавании математики // Успехи математических наук. 1998. т. 53, вып. 1(319).

Тожество Якоби (вынуждающее высоты треугольника пересекаться в одной точке) — такой же экспериментальный факт, как то, что Земля кругла (т.е. гомеоморфна шару). Но обнаружить его можно с меньшими затратами».

тию, прежде всего и главным образом таких форм и способов поисково-исследовательской деятельности, которые отвечают физической проблематике. Аналогичное верно и для других учебных предметов. При всём значительном прогрессе в обучении математике за последние десятилетия аналогичное остаётся верным и для неё как лишь «части физики», поскольку она продолжает представлять в обучении как «часть физики» и общее интеллектуальное развитие школьников происходит лишь как эпифеномен такого обучения. То же верно и в отношении преподавания математики в вузах, и даже на математических факультетах педагогических вузов.

Сегодня осознана необходимость такого образования, которое направлялось бы на развитие способностей к разнообразным формам поисково-исследовательской деятельности, на формирование способностей к порождению знаний и проектированию новых способов их употребления. Этому и гуманитарной направленности образования² отвечает такое обучение математике, которое ведёт к приобщению учащихся к характерным для неё формам деятельности как к продуктивным *моделям общих форм и способов поисково-исследовательской деятельности*. Такое обучение не может не предполагать возрастания роли теоретического начала. Его «эпицентром» должно быть обращение к фундаментальным математическим понятиям.

Но обращение к таким понятиям ещё не означает, что учебная деятельность обретает теоретический уровень. Для этого сами эти понятия должны стать предметом изучения, то есть для этого должна осуществляться *надпредметная* деятельность. Более того,

для этого должна осуществляться более высокого уровня *метапредметная* деятельность, направленная на постижение способов действий, участвующих в надпредметной деятельности. (Надпредметная деятельность и более высокие уровни метапредметной деятельности сами мо-

гут иметь многоуровневый характер³. Степень такой многоуровневости характеризует уровень теоретической деятельности.) Освоение математической деятельности теоретического уровня, освоение теоретического мышления не может не предполагать метапредметной деятельности, её освоения. Более того, такая деятельность представляет существо теоретического мышления в математической деятельности в силу метапредметной природы, метапредметного существа последней.

Фундаментальные математические понятия являются «отражениями» не «внешнего мира», а развивающихся способов самого «отражения». В этом объяснение их роли носителей метапредметного начала. В этом и объяснение необозримой широты их применения. В этом продуктивность такого обучения математике, стержневым началом которого является формирование, освоение и развитие фундаментальных математических понятий и как ведущего предмета, и как «средств производства» математической деятельности. Такое обучение ведёт учащихся к освоению математической деятельности как представляющей продуктивные модели общих форм и способов поисково-исследовательской деятельности. Такое обучение ведёт их к освоению теоретического уровня мышления.

Осуществление процессов восхождения к фундаментальным математическим понятиям — это и приобщение учащихся к продуктивным образцам поисково-исследовательской деятельности стратегического уровня. Осуществление таких процессов, отправляющееся от задач, к ним приводящим, помогает воспринять существо этих понятий, «скрываемое» их абстрактной формой. Эти задачи с самого начала показывают и способы применения таких понятий, и необходимые направления их исследования, и ведут к осознанию необходимости разнообразных форм их работоспособного представления.

Важно и то, что фундаментальное понятие становится продуктивным «посредником» между понятиями, ситуациями, значимыми задачами, послужившими его истоками. Оно «сближает» их, открывая возможность их взаимного моделирования. Тем самым не только в нём самом, но и в понятиях,

² **Когаловский С.Р.** Школа нового поколения и принцип природосообразности // Школьные технологии. 2013. № 5. С. 169–177; **Лобок А.М.** Школа нового поколения: философия, ориентиры, приоритеты // Школьные технологии. 2012. № 6. С. 28–40.

³ С представлениями о метапредметной деятельности естественно соотнести три уровня абстракции (=моделирования), рассматриваемые в следующей работе: **Пиаже Ж.** Психогенез знаний и его эпистемологическое значение // Семиотика. М.: Радуга, 1983. С. 90–101.

частных по отношению к нему, выявляется надпредметное начало. Более того, всё предметное содержание математики (которое само имеет надпредметную природу) пронизывается надпредметным началом, состоящим в его соотносённости с общими формами и общими механизмами математической деятельности, в том, что оно представляет эти общие формы и механизмы. Таким образом, выступая и как «часть физики», и как методология поисково-исследовательской деятельности, математика функционирует в форме взаимодействий и взаимопревращений этих её «ипостасей».

Невозможно не признать ценности идеи метапредмета и её реализации в работах Ю.В. Громыко, направленной на приобщение учащихся к таким формам и способам. *«Метапредметы — это предметы, отличные от предметов традиционного цикла», соединяющие в себе «идею предметности и одновременно надпредметности, идею рефлексивности по отношению к предметности. Что это означает? Обычно учащийся, работая с материалом физики, химии, биологии, истории и т. д., запоминает важнейшие определения понятий (подчёркнуто нами). На уроках по метапредметам он ... прослеживает происхождение важнейших понятий, которые определяют данную предметную область знания. Он как бы заново открывает эти понятия. И через это как следствие перед ним разворачивается процесс возникновения того или другого знания, он “переоткрывает” открытие, некогда сделанное в истории, восстанавливает и выделяет форму существования данного знания. Но это только первый уровень работы ученика. Осуществив работу на разном предметном материале (например, на материале биологии, литературы и химии), он делает предметом своего осознанного отношения уже не определение понятия, но сам способ своей работы с этим понятием на разном предметном материале. Создаются условия для того, чтобы ученик начал рефлексировать собственный процесс работы: что именно он мыслительно проделал, как он мыслительно двигался, когда восстанавливал генезис того или другого понятия (из биологии или из химии, из истории или из физики). И тогда ученик обнаруживает, что, несмотря на разные предметные материалы, он в принципе про-*

дельвал одно и то же, потому что он работал с одной и той же организованностью мышления...»⁴. Осваиваемые метапредметные знания и умения становятся праксиологическими знаниями. Важно и то, что они превращаются в метакогнитивные механизмы, то есть в механизмы управления ходом текущей интеллектуальной деятельности. Это ведёт к её развитию.

И далее: *«Метапредметы — это новая образовательная форма, которая выстраивается поверх традиционных учебных предметов. Это — учебный предмет нового типа, в основе которого лежит ... принцип рефлексивного отношения к базисным организованностям мышления — “знание”, “знак”, “проблема”, “задача”»⁵. Представляется, что базисные организованности мышления — это не только базисные предметы мышления, но и базисные формы самого мышления и что к ним естественно относиться и общие формы математической деятельности.*

Процитированный текст естественно соотносится со следующим: *«Формирование строгого понятия, отправляющегося от протопонятия, от размытых представлений, являющихся его истоком, представляет собой процесс “деконструкции” этих представлений, процесс отделения способа действий от его “тела”. Становясь предметом исследования, он становится процессом “деконструкции” самого способа мышления, отделения этого способа мышления от его “тела”, от тех способов действия, из которых он строится, от тех тактик внимания, которые его направляют, от той конкретной цели, к которой он направлен. Так рождается “внутренний” метасистемный компонент системы обучения математике, деятельность которого направлена на постижение специфики математической деятельности, на постижение её природы, её методологии. Он, в свою очередь, открывает возможность формирования “внешнего” метасистемного компонента, (работа) деятельность которого направляется на исследование связей с системами обучения другим предметам, на раскрытие родства их методологий, единства законов их развития. И это открывает возможность*

⁴ Громыко Н.В. Метапредметный подход как ядро российского образования. <http://uch.znate.ru/docs/1733/index-4587.htm>

⁵ Там же.

превращения математического развития учащихся в их общее умственное развитие»⁶.

Этот текст показывает не только близость отношений к идее метапредмета, но и существенное различие в понимании способа её воплощения в обучении: в нём утверждается, что метапредметная деятельность должна реализовываться в обучении не только как «образовательная форма, выстраиваемая *поверх* традиционных учебных предметов». Пронизывание обучения такой деятельностью, способствующее формированию и развитию механизмов такой деятельности учащихся является необходимым средством успешного освоения предметного содержания курса математики, а потому — и необходимым средством приобщения учащихся к метапредметам как к более высокой образовательной форме.

Сами механизмы метапредметной деятельности являются эффективными «средствами производства» деятельности на предметном уровне, средствами прорастания в ней *самой* деятельности метапредметного уровня. И поэтому обучение математике должно быть построено так, чтобы не только при изучении метапредметов, но уже при изучении важнейших понятий, определяющих ту или иную предметную область математического знания, учащийся «*прослеживал их происхождение*», то есть активно участвовал в процессах учебной деятельности, направленных на формирование таких понятий.

Но этого мало: обучение математике должно быть построено так, чтобы важнейшие понятия, определяющие ту или иную предметную математическую область, выступали не только как продукты метапредметной деятельности, но и как её орудия. (О реализуемости и продуктивности такого подхода к обучению школьников говорит и имеющийся опыт их обучения. Формы реализации такого обучения и дидактические принципы, на которых оно строится, методика его реализации и демонстрирующие её сценарии занятий излагаются в работах, указанных в примечании⁷. В меньшей степени такой подход продуктивен в обучении студентов вузов: предлагается ещё более радикальный подход к воплощению идеи метапредмета, который воплощался в ШГПУ не только в самом курсе математики, но и в лекциях-диалогах, проводившихся и двумя преподавателями математики, представлявшими разные методические позиции, и двумя преподавателями разных учебных предметов⁸.)

Пронизывание обучения метапредметной деятельностью ведёт к развитию механизмов понимания, необходимому для снятия трудностей, с которыми сталкивается обучение математике. Метапредметные представления входят в механизмы понимания, и уже надпредметная деятельность ведёт к их развитию, к вызреванию механизмов культурного понимания в смысле В.П. Зинченко. Метапредметная деятельность более высокого уровня ведёт к более высоким уровням понимания. Она способствует рождению *творческого понимания в смысле В.П. Зинченко*⁹ и тем самым — формированию способностей к порождению новых знаний.

«Расстояния» между понятиями, изучаемыми сегодня в основной школе, и «житейскими понятиями», или протопонятиями, являющимися их истоками, малы, освоение таких понятий не предполагает радикального пересмотра наличествующего опыта учащихся, его перестроек. Иначе дело обстоит, например, с понятиями предела, непрерывности, касательной, являющимися моделями своих истоков, не во всём им «адекватными». Их введение посредством определений, к тому же имеющих высокий уровень логической сложности и скрывающих их деятельностное существо, их «мета»-ро-

⁶ Коголовский С.Р., Солдатова В.В. Мета-интеграция как средство совершенствования подготовки учителей // Инновации в психолого-педагогической теории и практике. Материалы международной научной конференции. Шуя: Изд-во ШГПУ, 2001. С. 333–335.

⁷ Коголовский С.Р. К методологии преобразующего обучения (Обучение школьников математике). LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011; Коголовский С.Р. К проблеме модернизации математического образования. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012; Коголовский С.Р. Понятие модели и математика. Ч. II // Школьные технологии. 2013. № 5. С. 65–74.

⁸ Коголовский С.Р., Солдатова В.В. Мета-интеграция как средство совершенствования подготовки учителей // Инновации в психолого-педагогической теории и практике. Материалы международной научной конференции. Шуя: Изд-во ШГПУ, 2001. С. 333–335.

⁹ Зинченко В.П. Психологические основы педагогики. М.: Гардарики, 2002.

ли — роли средств и прямых орудий освоения общих форм и способов поисково-исследовательской деятельности, вызывает у учащихся большие трудности и не позволяет осваивать их во всей их полифункциональности.

Природосообразным и эффективным средством освоения таких понятий является восхождение к ним как к продуктам развития протопонятий, то есть осуществление процессов формирования их как «уточнений» протопонятий, как их продуктивных моделей. («И через это как следствие перед <учащимися> разворачивается процесс возникновения того или другого знания»¹⁰.) Такие процессы, как процессы развивающейся метапредметной деятельности, ведут к формированию и освоению механизмов метапредметной деятельности более высокого уровня, несущих преобразование деятельности на предметном уровне.

По крайней мере, в старшей школе восхождение от надпредметного уровня к более высокому уровню метапредметной деятельности возможно и целесообразно уже на «предметной» (на «физической») содержательной базе. Осуществляя надпредметную деятельность на разном предметном материале (геометрия, начала анализа, начала теории вероятностей), ученик «делает предметом своего осознанного отношения» и логику процессов формирования понятий, представляющих разные предметные области, и способ системной работы с этими понятиями как носителями широкого комплекса познавательно-преобразующих функций. В результате «создаются условия для того, чтобы ученик начал рефлексировать собственный процесс работы и обнаруживал, что, несмотря на разные предметные материалы, он в принципе проделывал одно и то же, потому что он работал с одной и той же организованностью мышления...»¹¹. Он «распредмечивает» этот материал, постигая через него, постигая в нём «первомеханизмы» поисково-исследовательской деятельности и рождаемые ими, их совместной работой новые её механизмы.

Обучение математике, направленное на приобщение учащихся к общим формам и способам поисково-исследовательской

деятельности как целого, не может не следовать принципу от неразвитого целого — к развиваемому и преобразуемому целому¹². Метапредметная деятельность несёт в себе следование этому принципу.

Бытующие системы обучения мало способствуют развитию механизмов метапредметной деятельности: работа в этом направлении если и осуществляется, то лишь в рамках усвоения того или иного предметного содержания как привязываемая к этому содержанию, как частный методический приём, и потому эти механизмы теряют метапредметный характер. Или такая работа осуществляется «проходным» образом, и потому развитие этих механизмов не достигает того уровня, при котором обучение математике в должной мере способствовало бы общему интеллектуальному развитию учащихся, их приобщению к общим формам и способам поисково-исследовательской деятельности.

Систематическая работа по формированию у школьников начальных механизмов метапредметной деятельности^{13,14} нуждается в разработке отвечающих ей методических средств. Речь должна идти, прежде всего, о средствах развития первомеханизмов математической деятельности как механизмов метапредметной деятельности. Представляется, что сосредоточение на метапредметной стороне дела, рассматриваемой в наивной предметной форме, уход от поспешного формирования понятий, даже таких, которые представляли бы напрашивающиеся продуктивные обоб-

¹⁰ Громько Н.В. Метапредметный подход как ядро российского образования. <http://uch.znate.ru/docs/1733/index-4587.htm>

¹¹ Там же.

¹² Коголовский С.Р. К проблеме модернизации математического образования // Школьные технологии. 2011. № 6. С. 93–99; Коголовский С.Р. К проблеме модернизации математического образования. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.

¹³ Такую деятельность естественно осуществлять в период созревания у них формальных операций (по Пиаже). Но прото-работу в этом направлении возможно, и даже необходимо, начинать уже в период созревания конкретных операций.

¹⁴ Говоря о начальных, или первичных, механизмах метапредметной деятельности, мы имеем в виду такие из них, которые служат не только начальному приобщению к метапредметной деятельности, но и первичными компонентами развитых её форм.

щения, уход, создающий кажимость ухода от задачи формирования и развития у школьников теоретического мышления, позволяет уже на самой элементарной математической базе поистине высвечивать продуктивные формы работы названных механизмов и открывает возможность их более полнокровного освоения и развития, возможность более эффективного освоения метапредметной деятельности и посредством этого — восхождение на теоретический уровень мышления и более полнокровного его освоения. Ведь только на стадии рождения интуитивной идеи, явившейся истоком «строгого» понятия, и её первичного использования зримо предстаёт её метапредметное существо. В сформированном понятии, в его превращённости в «обиходное» орудие поисково-исследовательской деятельности это существо опредмечивается и потому пребывает в скрытой форме. (Всё это говорит не только о важности, но и о необходимости «наивных» средств на всех уровнях обучения математике. Такие средства являются необходимым компонентом теоретического мышления, представляющего многомерный комплекс разных форм и механизмов мышления.)

Направленность обучения математике на формирование способностей учащихся к порождению знаний и проектированию новых способов их употребления требует активной работы допонятийных форм мышления, являющихся носителями эвристического потенциала. Она невозможна без активной работы эмпирического мышления (хотя бы потому, что многие общие математические понятия открываются как общие «внешние» формы способов решения тех или иных классов «разноприродных» задач). Использование его лишь как эпифеномена учебной деятельности явно недостаточно. Процесс овладения методом, как и процесс формирования навыка, — это и рутинная работа, которая, как было сказано выше, направлена на развитие координации действий. Она приводит к скачку — продукту кристаллизации «стандартных блоков» операций и действий и их свёртывания, к превращению этих блоков в элементарные действия, приводящему к развитию «дальновидения» и «дальнодействия» мышления и тем способствующему овладению более слож-

ными и более масштабными формами поисково-исследовательской деятельности.

Таким образом, и рутинная работа является необходимым компонентом, необходимым средством развития способностей к поисково-исследовательской деятельности, необходимым средством прорыва на более высокий её уровень, необходимым средством её преобразования. И «замшелые» традиционные средства обучения, работающие в рамках многоаспектной и многоуровневой учебной деятельности, преобразуют свой «дух» и форму работы и становятся органичными и эффективными средствами этой деятельности.

Надпредметный характер фундаментальных математических понятий, сильнее говоря, — их надпредметное существо, показывает, что, говоря словами Канта, математика занимается не столько предметами, сколько способом познания предметов. Этому должна следовать система обучения математике. Но это вовсе не значит, что, в отличие от укоренившихся подходов к обучению, изучение математики как «части физики» должно играть лишь вторичную роль. Дело не только в общеобразовательной необходимости и ценности достижений последней. Оно и в том, что математика как носитель продуктивных общих форм и способов поисково-исследовательской деятельности не может осваиваться иначе, чем как «часть физики», как направления и формы деятельности, формирующие необходимые для этого интеллектуальные механизмы; как средства освоения таких форм деятельности, являющихся сложными многоаспектными целостностями; как процессов, сопровождающихся превращениями внутренних форм.

Математика должна осваиваться не только как «часть физики» и не только как «чистая» методология поисково-исследовательской деятельности, а как их взаимодействие. Такое обучение способствует формированию и развитию у школьников способностей к метапредметной деятельности, а тем самым — формированию и развитию теоретического мышления, способствует их общему интеллектуальному развитию и развитию способностей к порождению знаний и проектированию новых способов их употребления.

Уже начальные этапы формирования у школьников механизмов метапредметной деятельности могут и должны представлять такой подход к развитию первоначальных математической деятельности, который проявлял бы себя как подход, направленный и на освоение общих форм поисково-исследовательской деятельности и на овладение спецификой работы её «средств производства».

Подход к такому обучению должен предполагать радикальное преодоление «великой иллюзии... — веры в рациональную природу человеческого интеллекта»¹⁵, преодоление широко распространённого предубеждения, что обучение математике — это обучение специфической «левополушарной» деятельности. Мышление — это процесс

взаимодействий взаимно дополнительных механизмов. Математическая деятельность, даже элементарного уровня, отличается особой интенсивностью таких взаимодействий, взаимными превращениями «высших» и «низших» форм мышления, особым характером координаций участвующих в ней механизмов. За формами и способами математической деятельности скрываются и общие формы и способы поисково-исследовательской деятельности, и глубокая специфика работы её «средств производства», взаимодействия высокой рациональности и внерациональных форм мышления¹⁶, следование правилу и поиск, рутинность и творчество. □

¹⁵ Холодная М.А. Психология интеллекта. СПб. : Питер, 2002.

¹⁶ Это зримо проявляют исторические процессы становления фундаментальных математических понятий.

ВОСПИТАТЕЛЬНАЯ РАБОТА В ШКОЛЕ

ДЕЛОВОЙ ЖУРНАЛ ЗАМЕСТИТЕЛЯ ДИРЕКТОРА ПО ВОСПИТАТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Специализированный научно-практический журнал, призванный восполнить сложившийся в школе дефицит технологического инструментария собственно воспитания. Последние десятилетия отчётливо выявили главную — воспитательную — миссию школы, которую, казалось бы, никто и не отрицал, но никто и не отстаивал. Всё наше педагогическое сообщество пришло к этому пониманию ценой мучительных поисков и, к сожалению, ценой масштабных ошибок. Оказалось, что нравственная проповедь не может заменить практику нравственных поступков, что «воспитывающий потенциал урока» не создаёт «привычку к труду благородную», что знания и интеллект не гарантируют становления в человеке доброты и порядочности. «Воспитательная работа в школе» — это новый и хорошо забытый нами взгляд на практику воспитания.

Пять выпусков в полугодие, объём 144 полосы.

Индексы 81218, 79043.