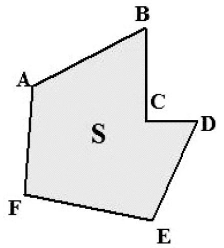
Площадь.
Квантованный текст и задания в тестовой форме для учащихся начальной школы. Контент электронного курса

Елена Бачурина,
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа № 54», г. Кемерово
beg.bachurina@yandex.ru

Понятие площади многоугольника

Площадь многоугольника — это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.



Обозначение площади многоугольника

Площадь обозначается латинской буквой S. Площадь многоугольника ABCDEF: S_{ABCDEF}.

Единицы измерения площадей

За единицу измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков. Если за единицу измерения отрезков принят сантиметр, то за единицу измерения площадей принимают *квадратный сантиметр* (см^2). Аналогично *квадратный метр* (м^2), *квадратный миллиметр* (мм^2) и т.д.

Свойства площади многоугольника

1. Равные многоугольники имеют равные площади.

Если площади двух многоугольников равны, то эти многоугольники называются *равновеликими*.

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

Если многоугольник разрезан на несколько частей и из них составлен другой многоугольник, то такие многоугольники называются *равносоставленными*.

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Если сторона квадрата выражается числом a, то площадь этого квадрата выражается числом a^2.

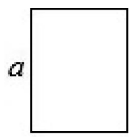
Теорема Бойяи–Гервина

Ф. Бойяи — венгерский математик, доказал теорему в 1832 году, П. Гервин — немецкий математик-любитель, доказал в 1833 году.

Теорема. Любые два равносоставленных многоугольника равновеликие.

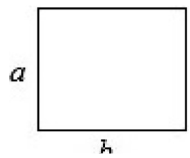
Верно обратное утверждение: если два многоугольника равновеликие, то они равносоставленные.

Площадь квадрата



Пусть ***a*** — сторона квадрата. Площадь квадрата со стороной ***a*** равна $\boldsymbol{a^2}$.

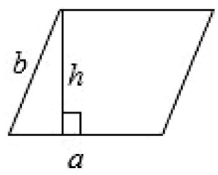
$\boldsymbol{S = a^2}$



Площадь прямоугольника

Пусть ***a*** и ***b*** — смежные стороны прямоугольника. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. $\boldsymbol{S = ab}$

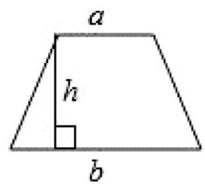
Площадь параллелограмма



Пусть сторона ***a*** — *основание* параллелограмма, ***h*** — перпендикуляр к стороне ***a***, *высота параллелограмма*. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$\boldsymbol{S = ah}$

Площадь трапеции

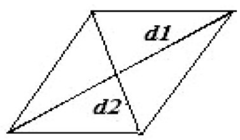


Высотой трапеции называют перпендикуляр ***h***, проведённый из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание.

Пусть ***a*** и ***b*** — основания трапеции. Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.

$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$

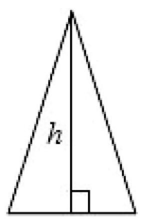
Площадь ромба



Пусть d_1 и d_2 — диагонали ромба. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей.

$$S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$$

Площадь треугольника



Пусть сторона ***a*** — *основание* треугольника, ***h*** — перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к стороне ***a***, *высота треугольника*.

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

Площадь равностороннего треугольника

Пусть $\boldsymbol{a}$ — сторона равностороннего треугольника. Площадь вычисляется по формуле:

$$S = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3}$$

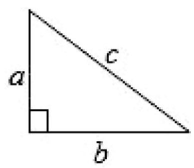
Площадь прямоугольного треугольника

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Свойства площади треугольника

1. Если высоты двух треугольников равны, то и площади относятся как основания.
2. Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

Теорема Пифагора



Пифагор — древнегреческий учёный, живший в VI в. до н.э.

Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Если в прямоугольном треугольнике c — гипотенуза, a, b — катеты, то справедливо: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.

Теорема, обратная теореме Пифагора

Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

Пифагоров треугольник

Прямоугольный треугольник, у которого длины сторон выражаются целыми числами, называют *пифагоровым треугольником*.

Например, прямоугольными треугольниками являются треугольники со сторонами 5, 12, 13; 8, 15, 17; 7, 24, 25.

Прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 называют *египетским треугольником*, так как он был известен ещё древним египтянам.

Формула Герона

Герон Александрийский — древнегреческий математик, живший примерно в I в. н.э.

Теорема. Площадь S треугольника со сторонами a, b, c выражается формулой $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$ — полупериметр треугольника.

Задания

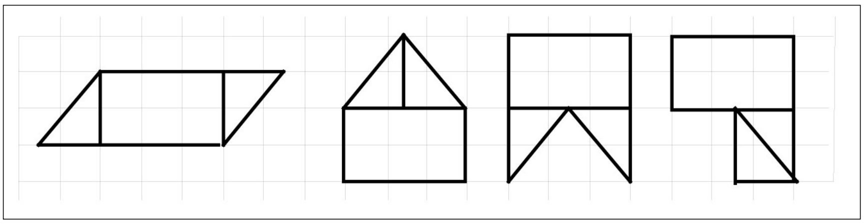
Вашему вниманию предлагаются задания, в которых могут быть один, два, три и большее число правильных ответов. Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

1. ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА РАВНА
1) произведению его диагоналей
2) произведению всех его сторон
3) произведению любой стороны на высоту
4) сумме площадей многоугольников, из которых он состоит
5) величине той части плоскости, которую занимает многоугольник

2. ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА МОЖНО ИЗМЕРИТЬ
1) см^2
2) см
3) м^3
4) км^2

3. ПЛОЩАДИ РАВНЫ, ЕСЛИ МНОГОУГОЛЬНИКИ
1) равны
2) правильные
3) равновеликие
4) равносоставленные

4. НА РИСУНКЕ ЕСТЬ {равновеликие; равносоставленные} МНОГОУГОЛЬНИКИ



1) 1 и 2
2) 1 и 3
3) 1 и 4
4) 2 и 3
5) 2 и 4
6) 3 и 4

5. ПЛОЩАДЬ {квадрата; прямоугольника; параллелограмма; трапеции; ромба} ВЫЧИСЛЯЮТ ПО ФОРМУЛЕ
1) $S = a^2$
2) $S = ab$
3) $S = ah$
4) $S=\frac{1}{2}a\cdot h$
5) $S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2$
6) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$

6. ПЛОЩАДЬ {треугольника; равностороннего треугольника со стороной a; прямоугольного треугольника с катетами a и b} ВЫЧИСЛЯЮТ ПО ФОРМУЛЕ

1) $S = \frac{1}{2} a \cdot b$

2) $S = \frac{1}{2} a \cdot h$

3) $S = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3}$

4) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

7. ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА СО СТОРОНОЙ {1; 2; $2\sqrt{2}$; 4} РАВНА

1) 1
2) 2
3) 3
4) 4
5) 8
6) 16

8. ЕСЛИ ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА РАВНА {16 см^2; 12 см^2}, ТО СТОРОНА КВАДРАТА РАВНА

1) 0,04 м
2) $2\sqrt{3}$ см
3) 4 см
4) 6 см
5) $20\sqrt{3}$ мм
6) 40 мм

9. ЕСЛИ В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ {пару противоположных сторон увеличить в два раза; каждую сторону уменьшить в два раза; одну пару противоположных сторон уменьшить в два раза, а другую — увеличить в два раза}, ТО ПЛОЩАДЬ

1) не изменится
2) увеличится в 2 раза
3) увеличится в 4 раза
4) уменьшится в 2 раза
5) уменьшится в 4 раза.

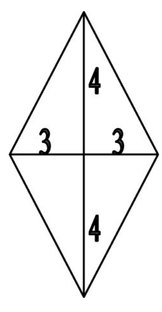
10. ЕСЛИ НУЖНО ВЫЛОЖИТЬ ПЛИТКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ 20 см × 10 см ПОЛ В КОМНАТЕ, ИМЕЮЩИЙ ФОРМУ ПРЯМОУГОЛЬНИКА СО СТОРОНАМИ {4 м и 6 м; 5,5 м и 4 м; 4 м и 6,5 м}, ТО ПОТРЕБУЕТСЯ

1) 1100
2) 1200
3) 1300 ПЛИТОК

11. ЕСЛИ В ПАРАЛЛЕЛОГРАММЕ СО СТОРОНАМИ a И b, ВЫСОТА $h \perp a$, ВЫСОТА $h_1 \perp b$, ТО ПЛОЩАДЬ МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ

1) $a \cdot b$
2) $a \cdot h$
3) $a \cdot h_1$
4) $b \cdot h$
5) $b \cdot h_1$
6) $h \cdot h_1$

12. ВЫЧИСЛИТЬ ПЛОЩАДЬ РОМБА С ДИАГОНАЛЯМИ 6 И 8 МОЖНО СЛЕДУЮЩИМ СПОСОБОМ



1) $S = \frac{1}{2} 6 \cdot 8$

2) $S = 4 \cdot \frac{1}{2} 3 \cdot 4$

3) $S = 2 \cdot \frac{1}{2} 6 \cdot 4$

4) $S = 2 \cdot \frac{1}{2} 8 \cdot 3$

13. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ ПО ФОРМУЛЕ
1) Бойяи
2) Герона
3) Гервина
4) Пифагора

14. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ, ЕСЛИ ИЗВЕСТНЫ
1) все высоты
2) все стороны
3) сторона и все высоты
4) две стороны и две высоты
5) все стороны и одна высота
6) сторона и высота, проведённая к этой стороне

15. ТРЕУГОЛЬНИК СО СТОРОНАМИ $\{3, 4, 5; 5, 12, 13; 8, 15, 17; 5, 4, \sqrt{41}\}$ НАЗЫВАЮТ
1) египетским
2) пифагоровым
3) прямоугольным

16. ЕСЛИ СТОРОНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА РАВНЫ СООТВЕТСТВЕННО
1) 3, 5, 7
2) 6, 8, 10
3) $\sqrt{17}$, 8, 9
4) 10, 24, 26
5) 15, 20, 25

ТО ТРЕУГОЛЬНИК ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ.

17. УТВЕРЖДЕНИЯ ПО РИСУНКУ ВЕРНЫЕ

1) $S_{ABH} : S_{BCK} = \dfrac{AB \cdot BH}{BC \cdot CK}$

2) $S_{ABH} : S_{ABC} = \dfrac{AB \cdot BH}{AC \cdot BC}$

3) $S_{ABC} : S_{ABK} = AC : AK$

4) $S_{ABC} : S_{BKH} = AC : HK$