Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод Лагранжа. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения.

Квантованный учебный текст с диагностичными заданиями в тестовой форме. Для студентов технических вузов

Татьяна Черняева,
Нина Банина,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет путей сообщения»
chetn2005@yandex.ru

Линейное неоднородное дифференциальное уравнение *n*-го порядка

Линейным неоднородным дифференциальным уравнением называется уравнение вида

$$y^{(n)}+a_1(x)y^{(n-1)}+a_2(x)y^{(n-2)}+\ldots+a_{n-1}(x)y'+a_n(x)y=b(x),$$

где $y = y(x)$ — искомая функция, $y', y'', \ldots, y^{(n)}$ — производные функции y, $a_1(x),\ a_2(x),\ \ldots,\ a_{n-1}(x),\ a_n(x),\quad b\neq 0$ — известные непрерывные на интервале (a, b) функции.

Коэффициенты линейного неоднородного дифференциального уравнения

Функции $a_1(x), a_2(x), \ldots, a_{n-1}(x), a_n(x)$ в левой части линейного неоднородного дифференциального уравнения называются *коэффициентами* этого уравнения.

Правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения

Функция $b(x)$, $b(x) \neq 0$, называется *правой частью линейного неоднородного дифференциального уравнения*.

Линейное однородное дифференциальное уравнение

Каждому линейному неоднородному уравнению

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = b(x), b(x) \neq 0,$$

соответствует *линейное однородное уравнение* вида

.

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = 0.$$

Вид общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения при проведении метода Лагранжа

Согласно *методу Лагранжа* общее решение линейного неоднородного уравнения следует искать в виде

$$y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2 + ... + C_n(x)y_n,$$

где $y_1 = \varphi_1(x)$, $y_2 = \varphi_2(x)$, ..., $y_n = \varphi_n(x)$ — функции, образующие фундаментальную систему решений соответствующего линейного однородного уравнения, а $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$ — функции, которые нужно определить.

Система уравнений для определения производных $\mathbf{C_1'(x), C_2'(x), ..., C_n'(x)}$,

Система уравнений для определения производных $C_1'(x)$, $C_2'(x)$, ..., $C_n'(x)$ имеет вид:

$$\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 + ... + C_n'(x)y_n = 0, \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' + ... + C_n'(x)y_n' = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_1'(x)y_1^{(n-2)} + C_2'(x)y_2^{(n-2)} + ... + C_n'(x)y_n^{(n-2)} = 0, \\ C_1'(x)y_1^{(n-1)} + C_2'(x)y_2^{(n-1)} + ... + C_n'(x)y_n^{(n-1)} = b(x), \end{cases}$$

Решением системы уравнений является совокупность производных:

$$C_1'(x) = \psi_1(x), \quad C_2'(x) = \psi_2(x), \quad ..., \quad C_n'(x) = \psi_n(x).$$

Замечание. Для линейного неоднородного уравнения второго порядка $y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = b(x)$, $b(x) \neq 0$, система уравнений для определения производных $C_1'(x)$, $C_2'(x)$ будет иметь вид:

$$\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = 0, \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = b(x). \end{cases}$$

Вид функций $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$

Поскольку равенства, определяющие производные $C_1'(x)$, $C_2'(x)$, ..., $C_n'(x)$, представляют собой дифференциальные уравнения первого порядка, то в результате интегрирования этих уравнений получают вид функций $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$:

$$C_1(x) = \int \psi_1(x)dx + \tilde{C}_1,\ \ C_2(x) = \int \psi_2(x)dx + \tilde{C}_2,\ \ ...,$$

$$C_n(x) = \int \psi_n(x)dx + \tilde{C}_n.$$

Порядок определения общего решения линейного неоднородного уравнения методом Лагранжа

1. Выписать соответствующее линейное однородное уравнение и найти его фундаментальную систему решений.
2. Определить вид общего решения заданного неоднородного уравнения как линейную комбинацию решений, образующих фундаментальную систему решений соответствующего однородного уравнения, и неизвестных функций $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$.
3. Составить систему уравнений для определения производных $C_2'(x)$, ..., $C_n'(x)$, согласно приведённому выше виду, и определить её решение.
4. Определить вид функций $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$.
5. Подставить найденные функции $C_1(x)$, $C_2(x)$, ..., $C_n(x)$ в общее решение линейного неоднородного уравнения и получить окончательный вид этого решения.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения

Если коэффициенты линейного неоднородного уравнения являются постоянными функциями (действительными числами), то оно называется *линейным неоднородным уравнением с постоянными коэффициентами*

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_n y = b(x) \quad b(x) \neq 0.$$

Специальный вид правой части линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

Правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет *специальный вид*, если она представляет собой функцию вида

$$b(x) = e^{\alpha x}\left(P_m(x)\cos\beta x + Q_r(x)\sin\beta x\right),$$

где $P_m(x) = p_m\lambda^m + p_{m-1}\lambda^{m-1} + ... + p_0$, $Q_r(x) = q_r\lambda^r + q_{r-1}\lambda^{r-1} + ... + q_0$, — известные многочлены степени и соответственно.

Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения

Если $y_{чн}$ — какое-нибудь частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения, а $y_{оо}$ — общее решение соответствующего линейного однородного дифференциального уравнения, то *общее решение* $y_{он}$ *линейного неоднородного дифференциального уравнения* находится как сумма этих решений

$$y_{он} = y_{оо} + y_{чн}.$$

Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

Вид частного решения $y_{чн}$ линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами зависит от вида его правой части $b(x) = e^{\alpha x}\left(P_m(x)\cos\beta x + Q_r(x)\sin\beta x\right)$ и принадлежности $\lambda = \alpha + \beta i$ множеству решений характеристического уравнения $\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + ... + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$ соответствующего линейного однородного дифференциального уравнения (см. табл. 1).

Таблица 1

1. $\alpha = 0$, $\beta = 0$: $$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_n y = P_m(x)$$ • Если $\lambda = 0$ <u>не</u> является решением характеристического уравнения, то $y_{чн} = \tilde{P}_m(x)$ • Если $\lambda = 0$ является решением характеристического уравнения кратности k, то $y_{чн} = x^k\tilde{P}_m(x)$
2. $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$: $$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_n y = e^{\alpha x}P_m(x)$$ • Если $\lambda = \alpha$ <u>не</u> является решением характеристического уравнения, то $y_{чн} = e^{\alpha x}\tilde{P}_m(x)$. • Если $\lambda = \alpha$ является решением характеристического уравнения кратности k, то $y_{чн} = x^k e^{\alpha x}\tilde{P}_m(x)$
3. $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$: $$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_n y = P_m(x)\cos\beta x + Q_r(x)\sin\beta x$$ • Если $\lambda = \beta$ <u>не</u> является решением характеристического уравнения, то $y_{чн} = \tilde{P}_s(x)\cos\beta x + \tilde{Q}_s(x)\sin\beta x$, где $s = \max\{m, r\}$. • Если $\lambda = \beta$ является решением характеристического уравнения кратности k, то $y_{чн} = x^k\left(\tilde{P}_s(x)\cos\beta x + \tilde{Q}_s(x)\sin\beta x\right)$, где $s = \max\{m, r\}$.

4. $\alpha = 0,\ \beta \neq 0$:
$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = e^{\alpha x} \left(P_m(x)\cos\beta x + Q_r(x)\sin\beta x\right)$$

• Если $\lambda = \alpha + \beta i$ не является решением характеристического уравнения, то $y_{чн} = e^{\alpha x}\left(\tilde{P}_s(x)\cos\beta x + \tilde{Q}_s(x)\sin\beta x\right)$, где $s = \max\{m, r\}$.
• Если $\lambda = \alpha + \beta i$ является решением характеристического уравнения кратности k, то $y_{чн} = x^k e^{\alpha x}\left(\tilde{P}_s(x)\cos\beta x + \tilde{Q}_s(x)\sin\beta x\right)$, где $s = \max\{m, r\}$.

Замечание. $\tilde{P}_m(x) = A_m x^m + A_{m-1}x^{m-1} + \ldots + A_0$, где A_i, $i = 1, \ldots, m$ — неизвестные произвольные постоянные, значения которых определяются методом неопределённых коэффициентов (или другим методом).

$m = 0$: $\tilde{P}_0(x) = A_0$;

$m = 1$: $\tilde{P}_1(x) = A_1 x + A_0$;

$m = 2$: $\tilde{P}_2(x) = A_2 x^2 + A_1 x + A_0$ и т.д.

$\tilde{P}_s(x) = A_s x^s + A_{s-1}x^{s-1} + \ldots + A_0$, $\tilde{Q}_s(x) = B_s x^s + B_{s-1}x^{s-1} + \ldots + B_0$,

где A_i, B_j, $i, j = 1, \ldots, s$ — неизвестные произвольные постоянные

Принцип суперпозиции частных решений линейных неоднородных уравнений

Пусть функция $y_{ч1}$ — частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения
$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = b_1(x),$$
а функция $y_{ч2}$ — частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения
$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = b_2(x),$$
тогда функция
$$y_{чн} = y_{ч1} + y_{ч2}$$
является частным решением линейного неоднородного дифференциального уравнения
$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = b_1(x) + b_2(x).$$

Порядок определения общего решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

1. Выписать соответствующее линейное однородное уравнение и найти его общее решение y_{oo} (см. пункт 2.2 настоящего пособия).
2. Подобрать вид частного решения $y_{чн}$ линейного неоднородного уравнения, используя приведённую выше табл. 2.
Если правая часть заданного линейного неоднородного уравнения представляет собой сумму двух функций специального вида, то для определения вида частного решения такого неоднородного уравнения нужно дополнительно применить принцип суперпозиции частных решений.
3. Методом неопределённых коэффициентов найти значения постоянных величин, от которых зависит вид частного решения $y_{чн}$.

4. Определить общее решение неоднородного уравнения как сумму общего решения соответствующего однородного уравнения y_{00} и частного решения неоднородного уравнения $y_{чн}$.

Задания в тестовой форме

Вашему вниманию предлагаются задания, в которых может быть один, два, три и большее число правильных ответов. Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

1. ЛИНЕЙНОЕ НЕОДНОРОДНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

1) $y'' + y' + 6y = x - 1$

2) $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = 0$

3) $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = b(x)$

4) $y''' - 5x^2y'' - 3y' + xy = 0$

5) $y'' + 3y' = -2y$

2. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ n-ГО ПОРЯДКА, ОПРЕДЕЛЯЕМОЕ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА, ИМЕЕТ ВИД

1) $y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2 + \ldots + C_{n-1}(x)y_{n-1}$

2) $y = C_1y_1 + C_2y_2 + \ldots + C_ny_n$

3) $y = C_1y_1 + C_2y_2 + \ldots + C_{n-1}y_{n-1}$

4) $y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2 + \ldots + C_n(x)y_n$

3. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ $y'' + y = \dfrac{1}{\sin x}$, ОПРЕДЕЛЯЕМОЕ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА, ИМЕЕТ ВИД

1) $y = C_1x\cos x + C_2x\sin x$

2) $y = C_1\cos x + C_2\sin x$

3) $y = C_1(x)\cos x + C_2(x)\sin x$

4) $y = C_1(x)e^x\cos 2x + C_2(x)e^x\sin 2x$

4. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ $y'' - 3y' + 2y = \mathrm{tg}x$, ОПРЕДЕЛЯЕМОЕ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА, ИМЕЕТ ВИД

1) $y = C_1xe^x + C_2xe^{2x}$

2) $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$

3) $y = C_1(x)e^x + C_2(x)e^{2x}$

4) $y = C_1(x)e^x\cos 2x + C_2(x)e^{2x}\sin 2x$

5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ $C_1'(x)$, $C_2'(x)$ ПРИ НАХОЖДЕНИИ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ $y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2$ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ $y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = b(x), b(x) \neq 0,$ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА

1) $\begin{cases} C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = 0, \\ C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = b(x) \end{cases}$

2) $\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = b(x), \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = 0, \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = b(x) \end{cases}$

4) $\begin{cases} C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = 0, \\ C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = 0 \end{cases}$

6. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ $C_1'(x)$, $C_2'(x)$ ПРИ НАХОЖДЕНИИ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ $y = C_1(x)e^{-x} + C_2(x)e^{-2x}$ УРАВНЕНИЯ $y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{e^x + 1}$ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА

1) $\begin{cases} C_1'(x)e^{-x} + C_2'(x)e^{-2x} = 0, \\ C_1'(x)e^{-x} + 2C_2'(x)e^{-2x} = -\dfrac{1}{e^x + 1} \end{cases}$

2) $\begin{cases} C_1'(x)e^{-x} + C_2'(x)e^{-2x} = \dfrac{1}{e^x + 1}, \\ C_1'(x)e^{-x} + 2C_2'(x)e^{-2x} = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_1'(x)e^{-x} + C_2'(x)e^{-2x} = 0, \\ C_1'(x)e^{-x} + 2C_2'(x)e^{-2x} = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} C_1'(x)e^{-x} - C_2'(x)e^{-2x} = 0, \\ C_1'(x)e^{-x} - 2C_2'(x)e^{-2x} = 0 \end{cases}$

7. ФУНКЦИИ $a_1(x), a_2(x), ..., a_{n-1}(x), a_n(x)$ В ЛЕВОЙ ЧАСТИ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = b(x), \quad b(x) \neq 0,$ НАЗЫВАЮТСЯ

1) корнями
2) решениями
3) коэффициентами

ЭТОГО УРАВНЕНИЯ

8. ФУНКЦИЯ $b(x)$, $b(x) \neq 0$ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = b(x), \quad b(x) \neq 0,$ НАЗЫВАЕТСЯ

1) коэффициентом
2) правой частью
3) корнем

ЭТОГО УРАВНЕНИЯ

9. ФУНКЦИИ $a_1(x), a_2(x), ..., a_{n-1}(x), a_n(x), b(x)$ В ЛИНЕЙНОМ НЕОДНОРОДНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = b(x), \ b(x) \neq 0,$

ЯВЛЯЮТСЯ ИЗВЕСТНЫМИ НА ИНТЕРВАЛЕ

1) непрерывными
2) дифференцируемыми
3) неоднородными

ФУНКЦИЯМИ

10. ЛИНЕЙНОЕ НЕОДНОРОДНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

1) $y'' + y' + 6y = x - 1$
2) $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = b(x)$
3) $y^{(n)} + a_1(x) y^{(n-1)} + a_2(x) y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1}(x) y' + a_n(x) y = b(x)$
4) $y''' - 5x^2 y'' - 3y' + xy = \sin x$
5) $y'' + 3y' = -2y$

11. ПРАВАЯ ЧАСТЬ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

1) $b(x) = e^{\alpha x}\left(P_k(x)\cos\beta x + Q_l(x)\sin\beta x\right)$
2) $b(x) = e^{\alpha x} P_k(x)$
3) $b(x) = \dfrac{e^{\alpha x}}{\cos\beta x}$
4) $b(x) = P_k(x)\cos\beta x + Q_l(x)\sin\beta x$
5) $b(x) = \dfrac{P_k(x)}{e^{\alpha x}}$

12. ВИД ЧАСТНОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ $y'' + 3y' = 3$

1) $y_{чн} = x \cdot A_0$
2) $y_{чн} = A_0$
3) $y_{чн} = A_1 x + A_0$
4) $y_{чн} = e^{3x}(A_1 x + A_0)\cos 3x + e^{3x}(B_1 x + B_0)\sin 3x$
5) $y_{чн} = x(A_1 x + A_0)$

13. ВИД ЧАСТНОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ $y'' - y' - 2y = xe^{3x}$

1) $y_{чн} = A_1 x e^{3x}$
2) $y_{чн} = (A_1 x + A_0)e^{3x}$
3) $y_{чн} = e^{3x}(A_1 x + A_0) + e^{3x}(B_1 x + B_0)$
4) $y_{чн} = A_0 e^{3x}$
5) $y_{чн} = x(A_1 x + A_0)e^{3x}$

14. ВИД ЧАСТНОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ $y'' + 4y = 2\cos 2x - x\sin 2x$

1) $y_{чн} = A_0 \cos 2x + B_0 \sin 2x$
2) $y_{чн} = (A_1 x + A_0)\cos 2x + (B_1 x + B_0)\sin 2x$
3) $y_{чн} = x\left((A_1 x + A_0)\cos 2x + (B_1 x + B_0)\sin 2x\right)$
4) $y_{чн} = x(A_0 \cos 2x + B_0 \sin 2x)$
5) $y_{чн} = A_1 x \cos 2x + B_1 x \sin 2x$

15. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ, СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УРАВНЕНИЮ $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$

1) $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$
2) $\lambda^3 - 5\lambda^2 + 6\lambda = 0$
3) $\lambda^2 - 5\lambda = 0$
4) $(\lambda - 3)(\lambda - 2) = 0$

Установите правильную последовательность

16. ПОРЯДОК НАХОЖДЕНИЯ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ 2-ГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА

1) определить вид общего решения заданного неоднородного уравнения, содержащий неизвестные функции $C_1(x)$ и $C_2(x)$
2) выписать соответствующее линейное однородное уравнение и найти его фундаментальную систему решений
3) подставить найденные функции $C_1(x)$ и $C_2(x)$ в общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения
4) составить систему уравнений для определения производных $C_1'(x)$, $C_2'(x)$ и найти её решение
5) получить окончательный вид решения линейного неоднородного дифференциального уравнения

17. ПОРЯДОК НАХОЖДЕНИЯ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА МЕТОДОМ ПОДБОРА

1) выписать соответствующее линейное однородное дифференциальное уравнение и найти его общее решение $y_{оо}$
2) записать общее решение неоднородного дифференциального уравнения как сумму общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения $y_{оо}$ и найденного частного решения неоднородного дифференциального уравнения $y_{чн}$, $y_{он} = y_{оо} + y_{чн}$
3) методом неопределённых коэффициентов найти значения неизвестных постоянных коэффициентов, содержащихся в частном решении линейного неоднородного дифференциального уравнения, и определить окончательный вид этого решения
4) подобрать вид частного решения $y_{чн}$ линейного неоднородного дифференциального уравнения