

Решение заданий с параметрами на уроках алгебры

Марина
Копьева,
учитель
математики
средней школы
№ 1264 г. Москвы

Известно, что самые трудные задания, с которыми приходится встречаться абитуриентам или школьникам на экзаменах, – это задания с параметрами. К сожалению, на уроках математики учитель, учитывая разный уровень подготовки учащихся, наличие в каждом классе слабых детей, которым необходимо дать минимальные базовые знания, зачастую жалеет время на решение этих заданий, которые, кстати, до сих пор мало использовались в итоговой проверке знаний. Однако в настоящее время эти задания в достаточном объёме используются не только в Едином государственном экзамене (ЕГЭ) 11-х классов, но и в итоговой государственной аттестации 9-х классов. Решение заданий с параметрами требует не только достаточного понимания конкретной темы, но и умения логически подойти к проблеме решения задачи, алгоритмизировать решение, развивает дедуктивное мышление (от общего к частному). А такие навыки могут оказаться необходимыми при решении самых разных жизненных ситуаций.

Довольно часто приходится сталкиваться с тем, что ученики 11-х классов (абитуриенты) просят объяснить им, как решаются задачи с параметрами. Очевидно, что этим навыкам нельзя обучить за несколько консультационных часов, как нельзя за несколько уроков дать весь курс алгебры и начал математического анализа, изучаемых в школе. Сказанное не означает, что любого ученика можно научить успешно решать подобные задания любой сложности, но научить решать типовые задачи и подбирать необходимые приёмы решения примеров с параметрами, безусловно, можно. А это только поможет более глубокому усвоению той или иной изучаемой темы. Кроме того, в едином государственном экзамене демонстрация правильного способа решения оценивается и позволяет заработать дополнительно один-два балла.

Для того чтобы не было изначального страха перед заданиями с параметрами, их следует вводить на самых первых этапах изучения алгебры. То есть, как только появились линейные уравнения, надо вводить уравнения с параметрами:

1) при каких « b » корень уравнения равен 3?

$$bx + 4x = 15;$$

2) при каких « a » корень уравнения – любое действительное число?

$$5(3x - 3) = 3(ax - 5);$$

3) при каких « p » уравнение не имеет корней?

$$px - 6 = 3(2 + x),$$

В демоверсии ЕГЭ-2009, в группе «В» (т.е. школьный уровень на «4») предложено уравнение с параметром, которое успешно могли бы решить шестиклассники после изучения темы «модуль числа»: при каких « a » уравнение $||x| - a + 5| = 2$ имеет ровно 3 корня. Рассмотрим один из способов решения.

Правило 1: параметр – это число, решай так, как будто его нет. Поэтому предложенное уравнение сведётся к обычной паре уравнений: $|x| - a + 5 = 2$ или $|x| - a + 5 = -2$, следовательно $|x| = a - 3$ или $|x| = a - 7$.

Правило 2: уравнение $|x| = c > 0$ имеет 2 корня; $|x| = c = 0$ имеет один корень; $|x| = c < 0$ не имеет корней.

Следовательно, нечётное число корней обеспечит только ситуация $|x| = 0$.

Рассмотрим первую ситуацию.

$$I. \begin{pmatrix} |x| = a - 3 = 0 \\ x_1 = 0 \quad a \neq 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} |x| = 3 - 7 \\ |x| = -4 \quad \emptyset \end{pmatrix} \Rightarrow$$

уравнение имеет 1 корень.

Рассмотрим вторую ситуацию.

$$II. \begin{pmatrix} |x| = a - 7 = 0 \\ x_1 = 0 \quad a = 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} |x| = 7 - 3 \\ |x| = 4 \\ x_2 = 4 \quad x_3 = -4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

уравнение имеет ровно 3 корня.

Безусловно, решение таких уравнений (одно за урок, всего 5–7 минут) не только даст возможность усвоить понятие модуль числа (с чем встречается проблема

даже у старшеклассников), но и разовьёт навыки решения линейных уравнений.

Ещё больший эффект даст введение параметра в квадратные уравнения при изучении квадратичной функции. Например:

1) при каких k оба корня уравнения $(1+k)x^2 - 3kx + 4k = 0$ больше 1;

2) при каких p один из корней уравнения $x^2 + (2p-3)x + p - 5 = 0$ больше 1, а другой меньше 1;

3) при каких q уравнение $x^2 - 2(q+3)x + 4q = 0$ имеет один корень больше 3, а другой меньше 2 и т.д.

Очевидно, что целый урок детям скучно строить параболы, поэтому такое задание не только разнообразит урок и даст глубокое понимание темы, но и продемонстрирует возможность использования графиков функций для решения интересных и сложных заданий и придаст осмысленность происходящему на уроке.

При изучении темы «рациональные неравенства» можно взять следующие типы заданий:

1) Для каждого « a » решить неравенство $ax^2 + x + 1 > 0$.

2) Найти все « k », при которых $x \in (0; 1)$; $kx^2 - x + 1 - k < 0$.

Разумеется, кроме перечисленных, существует ряд заданий с параметрами, накопленных у каждого учителя по каждой из изучаемых в школе тем. Психологический эффект решения этих заданий на уроках не как заданий со звёздочкой (для особо умных), а как обычных рядовых заданий, очевиден: у многих детей снимается барьер страха не только перед самим термином «параметр», но и перед выполнением этих заданий. Учителю это

поможет разнообразить урок, сделать его более интересным, особенно если при решении этих заданий использовать устную фронтальную работу, чтобы в стороне не остались ни «сильные», ни «средние», ни «слабые» ученики.

Ещё раз отмечу, что полученные навыки при решении заданий с параметрами, такие как:

- умение логически мыслить;
 - умение систематизировать данные;
 - умение алгоритмизировать проблему;
 - умение находить простые формы решения,
- помогут не только в изучении других предметов школьного курса, но и в решении различных ситуаций, встречающихся в повседневной жизни.