

## Как записать число

**Л.В. Петлицына**

**Автор:** Петлицына Л.В., учитель информатики средней школы п. Пластун Тернейского района Приморского края.

**Предмет:** Информатика.

**Класс:** 8.

**Тема:** Системы счисления.

**Профиль:** Гуманитарный.

**Уровень:** Общий.

**Текст задачи.** Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с цифрами и числами: мы запоминаем номера машин и телефонные номера, подсчитываем стоимость покупки в магазине, рассчитываем свой семейный бюджет. Уже тысячи лет тому назад люди могли записывать числа, могли производить над ними арифметические действия, но принципы записи чисел могли быть самыми разными. Сегодня человечество для записи чисел использует в основном десятичную позиционную систему счисления. А какие системы счисления

использовались раньше? Сформулируйте правила записи числа в разных системах счисления.

а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) Найдите и соберите необходимую информацию.

в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) Сделайте выводы.

д) Сравните ваши выводы с культурным образцом.

### Возможные информационные источники

Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5–6 кл. — М.: Просвещение, 1989. — С. 62–70.

*Web-сайты:*

[www.wikipedia.ru](http://www.wikipedia.ru)

<http://ru.wikibooks.org/wiki>

### Культурный образец

Баженова С.Л., учитель информатики Коми республиканского физико-математического лицея-интерната <http://slbazhenova.narod.ru/ss/texts/ls1.html>

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с цифрами и числами: мы запоминаем номера машин и телефонные номера, подсчитываем стоимость покупки в магазине, рассчитываем свой семейный бюджет... Уже тысячи лет тому назад люди могли записывать числа, могли производить над ними арифметические действия, но принципы записи чисел могли быть самыми разными. В любом случае число изображалось с помощью одного

или нескольких символов. Такие символы впоследствии стали называться цифрами. Цифры — символы, предназначенные для записи чисел. Способы записи чисел с помощью цифр и соответствующие этим способам правила выполнения действий над числами называются *системами счисления*.

### **Еди́ничная (палочная) система счисления**

Каждый предмет в такой системе счисления обозначался чёрточкой. Количество чёрточек соответствовало количеству предметов. Пользоваться такой системой счисления было неудобно как при записи, так и при подсчёте. Дальнейшее развитие систем счисления шло по двум путям. Можно было придумывать отдельное название (и обозначение) для каждого числа. Но если чисел оказывалось слишком много, то их названия и обозначения забывались. Поэтому при таком пути развития количество чисел приходилось ограничивать. На островах пролива Торреса до сих пор существует племя туземцев, где всего два числительных — «урапун» и «окоза». Но и чисел у них всего лишь семь: урапун, окоза, окоза — урапун, окоза — окоза, окоза — окоза — урапун, окоза — окоза — окоза, а последним является число, которое в переводе на русский означает слово «много». Число 7 является священным числом, а чисел, больших семи, это племя не использует.

Кстати, в русском языке существует много пословиц и поговорок, также связанных с этим числом. (Семь бед — один ответ. У семи нянек дитя без глаза. Семь раз отмерь, один раз отрежь.)

Второй путь основан на предположении, что для облегчения счёта люди стали группировать по несколько предметов и использовать обозначения для таких групп предметов. А поскольку при подсчёте естественным образом использовались пальцы рук, то в таких группах оказывалось по 5 или 10 предметов.

### **Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления**

Возникновение этой системы относят ко второй половине третьего тысячелетия до н.э. В ней использовались специальные знаки для обозначения степеней десяти:

$$1 - \text{ / }, 10 - \text{ ◯ }, 10^2 - \text{ ◻ }, 10^3 - \text{ ⊠ }$$

и т.д.

Число 345 записывалось так:





Каждая цифра в записи числа не должна была повторяться более 9 раз.

В основе палочной и древнеегипетской систем счисления лежал принцип сложения, согласно которому значение числа равно сумме значений цифр, участвующих в записи числа. В такой записи числа значение цифры не зависит от места, которое она занимает в записи числа.


### **Вавилонская шестидесятеричная система**

Началом ее появления считают второе тысячелетие до н.э. Числа в этой системе составлялись из знаков

## РЕСУРСЫ




двух видов:  служил для записи единиц, а  использовался для записи десятков. Число 35 выглядит так:



Число 60 обозначалось так же, как 1 — . Это же обозначение служило и для остальных степеней числа 60:  $3600 = 60^2$ ;  $216000 = 60^3$ . Для определения значения числа его запись нужно было разбить на разряды справа налево. Чередование групп одинаковых цифр соответствовало чередованию разрядов:

$$\begin{array}{c} \blacktriangledown \blacktriangledown \blacktriangledown \blacktriangleleft \blacktriangleleft \blacktriangleleft \\ \hline = 132. \end{array}$$

Значение числа определяли по значениям составляющих его цифр, но с учётом того, что цифры в каждом последующем разряде «весили» в 60 раз больше таких же цифр предыдущего разряда.

Получается, что в числах от 1 до 59 значение цифры не зависело от её номера, а для чисел, больших или равных 60, значение цифры зависело от её позиции в записи числа. Здесь могла возникнуть путаница: знак  можно было трактовать как любую степень числа 60; число  могло быть равно 92 ( $60 + 30 + 2$ ) или 3632 ( $3600 + 30 + 2$ ); число  могло быть равно как 444 ( $7 \times 60 + 24$ ), так и  $7 \times 3600 + 24$ . Это происходило по причине отсутствия 0. Впоследствии вавилоняне ввели знак



для обозначения пропущенного шестидесятиричного разряда. Число 3632 теперь записывалось так:



Но в конце числа этот символ обычно не ставился, так что он не являлся нулём в нашем понимании. Такая система счисления – первая, основанная на позиционном принципе. Отмечают большую роль этой системы счисления в математике и астрономии. Так, мы до сих пор делим час на 60 мин, а минуту – на 60 секунд. Точно так же, следуя примеру вавилонян, делим окружность на 360 частей (градусов).

### Римская система счисления

Для обозначения цифр в римской системе счисления использовались заглавные латинские буквы I, V, X, L, C, D, M, которые соответственно обозначали цифры 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Число в римской системе счисления обозначается набором стоящих подряд цифр. Значение числа равно:

- Сумме значений идущих подряд нескольких одинаковых цифр (группа первого вида); III = 3.
- Разности значений двух цифр, если слева от большей цифры стоит меньшая (группа второго вида). IV = 4. Заметим, что левая цифра может быть меньше правой максимум на один порядок: перед L(50) и C(100) может стоять только X(10); перед D(500) и M(1000) — только C(100); перед V(5) — только I(1).
- Сумме значений групп и цифр, не вошедших в группы первого и второго видов. CLVI = 156.

Рядом не должно стоять более трех одинаковых цифр.

Число 32 = XXXII (две группы первого вида); 444 = CDXLIV (три группы

второго вида); 1974 = MCMLXXIV (наряду с группами обоих видов участвуют отдельные цифры).

В такой записи числа значение цифры не зависит от её места в записи числа.

### Алфавитные системы счисления

Более совершенными непозиционными системами счисления были алфавитные системы. К числу таких систем счисления относились славянская, ионийская, греческая. В таких системах числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита. Алфавитная система была принята и в древней Руси. Числа записывали так же, как и слова, только ставили над ними знак — титло, позволяющий отличить числа от слов:

Ѧ Ѣ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ

Числа от 11 до 19 записывали так же, как произносили, т.е. число единиц ставили перед числом десятков: один — на десять — ѦѦ; девять — на десять — ѦѦѦ.

В такой алфавитной системе счисления использовалось около 27 цифр. Запись чисел в пределах 1000 была не длиннее теперешней. Для записи чисел больших 1000 использовались те же цифры, что и для записи 1, 2, 3 и т.д., только перед цифрой ставили специальный знак — Ѧ. Число 10 000 обозначалось той же буквой, что и 1, только без титла, её обводили кружком: Ѧ. Называли это число «тьма». Отсюда пошло выражение «тьма народу». Таким образом, для

обозначения «тем» — множественное число от слова «тьма» цифры обводились кружочками: Ѧ — 20000.

10 тем, или 100000, было единицей высшего разряда — её называли «легион». 10 легионов составляли леодр. Самая большая из величин, имеющих своё обозначение, называлась «колода» —  $10^{50}$ . Считалось, что «боле сего несть человеческому уму разумевати».

В алфавитной системе счисления проглядывают зачатки позиционной системы, так как для обозначения единиц разных разрядов применялись одни и те же буквы, только с добавлением специальных обозначений.

Такие системы счисления были неудобны для операций с большими числами. В ходе развития человеческого общества эти системы уступили своё место позиционным.

### Индийская мультипликативная система

Позиционные системы счисления возникли независимо друг от друга в древнем Вавилоне, у индейцев племени майя и, наконец, в Индии. В таких системах счисления сначала возникли специальные обозначения, добавляемые к десяткам и сотням. Если обозначим через X десятки, а через Y — сотни, то число 323 = 3Y 2X 3.

Современная десятичная система счисления возникла примерно в V веке нашей эры в Индии. Возникновение этой системы стало возможным после появления нуля. Теперешнее обозначение 0 впервые появилось в Греции после знакомства греческих учёных с астрономическими наблюдениями вавилонян. Для обоз-

## РЕСУРСЫ

начения нулевого разряда греки стали использовать букву  $\theta$  – первую букву слова « $\theta\upsilon\delta\epsilon\eta$ » — НИЧТО.

Индийцы соединили свою мультипликативную систему с греческим нулём и алфавитными принципами записи чисел в Греции.

Но эта система и цифры, используемые в ней, называются арабскими, так как в Европу такие цифры «привезли» арабские купцы вместе со своими товарами. В Европе такая система счисления получила распространение с начала XII века.

Таким образом, все системы счисления можно разбить на такие, в которых значение цифры зависит от её места (позиции) в записи числа и такие, в которых значение цифры не зависит от её позиции в записи числа. Первые из них мы будем называть ПОЗИЦИОННЫМИ, а вторые — НЕПОЗИЦИОННЫМИ. ОСНОВАНИЕМ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ будем называть количество цифр в её алфавите.

Неудобство непозиционных систем счисления (римская система) состоит в том, что для каждого нового разряда надо придумывать свою

«цифру». По тем правилам, что мы с вами рассмотрели ранее, нельзя записать число, большее 3999 =  $\text{MMMCMXCIX}$ . С нашей точки зрения, в таких системах неудобно производить вычисления, хотя, конечно, существуют правила, по которым эти действия производятся.

В позиционных системах счисления правила сложения были основаны на переходе в следующий разряд, если сумма цифр в соответствующих разрядах превысит соответствующую степень основания. Это правило, так же, как и правила вычитания, умножения и деления «столбиком», были разработаны ещё в IX веке выдающимся математиком Мухаммедом ибн Мусой аль Хорезми. Такие правила по его имени получили название **algorithmi** (алгоритмы).

### Методический комментарий

Задача направлена на изучение программного материала по теме «Системы счисления», а также её можно использовать для расширения знаний по математике, повышения математической культуры.