

Конструирование деятельностно- ценностных задач для уроков математики в общеобразовательной школе

В.А. Кожевникова

Одна из отличительных черт нового Федерального государственного стандарта — смена акцентов. Главной целью образования становится не передача знаний и социального опыта, а развитие личности ученика, его способности самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря — формирование умения учиться. Согласно стандартам второго поколения, «...в примерной программе по математике предусмотрено значительное увеличение активных форм работы, направленных на вовлечение учащихся в ма-

тематическую деятельность, на обеспечение понимания ими математического материала и развития интеллекта, приобретения практических навыков, умения проводить рассуждения, доказательства. Наряду с этим, в ней уделяется внимание использованию компьютеров и информационных технологий для усиления визуальной и экспериментальной составляющей обучения математике...»¹.

Новые результаты не могут быть достигнуты за счет старых форматов работы с учащимися. Для решения этой задачи в основу выбора и структурирования содержания образования, приемов, методов, форм обучения, а также построения целостного образовательно-воспитательного процесса должны быть положены универсальные учебные действия². Одной из технологий, удовлетворяющих требованиям ФГОС, является Технология образования в глобальном информационном сообществе (ТОГИС), автором которой является В.В. Гузеев.

Деятельностно-ценностная задача — главный элемент ТОГИС. Логика урока с решением деятельностно-ценностной задачи (ДЦЗ) выстраивается в соответствии с алгоритмом, заложенным автором технологии. Нарушение данного алгоритма может повлечь за собой нежелательные последствия. Поэтому учитель, начинающий свой путь в ТОГИС, должен детально познако-

¹ Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы: Проект. 2-е изд. М.: Просвещение, 2012 (Стандарты второго поколения). С. 4.

² Далингер В.А. Федеральный государственный образовательный Стандарт нового поколения и системно-деятельностный подход в обучении математике // *Фундаментальные исследования*. 2012. № 6. [Электронный ресурс] <http://www.rae.ru>.

ПРАКТИКА ДЛЯ ПРАКТИКОВ

миться с этой технологией, прежде чем проводить урок с решением деятельностно-ценностной задачи³.

Главное отличие деятельностно-ценностной задачи от обычной учебной задачи, по мнению автора ТОГИС, состоит в том, что конкретные знания некоторого предметного материала появляются как побочный результат решения задачи. В.В. Гузеев опирается здесь на закон парадоксальных интенций Франкла-Куринского. Смысл закона состоит в том, что реально усваивается и присваивается надолго не та информация, на которой сосредоточены усилия, а та, что является побочной, возникает спонтанно, между делом. Та же информация, которая отвечает цели, на усвоение которой направлены действия, попадает лишь в кратковременную память и довольно быстро забывается.

Автор технологии делает акцент на формировании системы ценностей и отработке деятельностных умений в процессе решения деятельностно-ценностных задач. При этом система ценностных предпочтений формируется как результат собственной деятельности, размышлений и споров. Это на подсознательном уровне выстраивает у школьников уверенность в том, что сложившиеся в человеческом обществе ценности не случайны и не навязаны какими-либо политическими силами, а создавались веками в качестве естественного регулятора

развития человечества. Важным ценностным ориентиром, косвенно задающим некоторые рамки, является для каждой задачи культурный образец. Педагогическое влияние на систему ценностей ученика осуществляется через подбор культурных образцов, с которыми сопоставляются результаты собственной деятельности учеников⁴.

Во многом ТОГИС ориентирована на создание учениками собственного интеллектуального или материального продукта и сравнение его с имеющимися культурными образцами. Тексты, которые признаны наиболее убедительными в данной культуре, входят в корпус культурных образцов. В качестве культурных образцов В.В. Гузеев предлагает использовать «любые творения человека созидающего, любые объекты материальной и духовной культуры, которые являются высшими достижениями человечества или приняты в качестве культурной нормы обществом»⁵.

Автор технологии подчёркивает целесообразность таких задач, в результате работы над которыми будут сформированы и усвоены укрупнённые дидактические единицы, появится целостное представление о соответствующем круге феноменов.

Деятельность учителя в технологии ТОГИС состоит из нескольких частей:

1) подготовка ресурсного обеспечения (список планируемых ре-

³ Гузеев В.В. ТОГИС-2010: после шести лет эксперимента // Педагогические технологии. 2010. № 3. С. 60–76; Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: В 2 т. Т. 2. М.: НИИ школьных технологий, 2006. (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»). С. 221.

⁴ Гузеев В.В. Деятельностно-ценностные задачи // Педагогические технологии. 2005. № 3. С. 116–120.

⁵ Там же. С. 117.

зультатов, задачник и перечень информационных источников, культурные образцы);

2) проектирование последовательности процедур и организационной структуры блока уроков;

3) управление познавательной и оценочной деятельностью обучаемых и экспертиза решений задач;

4) анализ процесса и его результатов, выделение позитивного опыта и корректировка блока уроков.

В ТОГИС изучение нового материала происходит в ходе самостоятельной групповой работы учеников над задачами и двух туров обсуждений. Технология предполагает доступность для ученика любой нужной ему информации, размещённой на любых носителях. Приоритет отдаётся ресурсам сети Интернет, не исключая книг, журналов, компакт-дисков, видеокассет и DVD⁶. При решении деятельностно-ценностной задачи учащиеся должны работать только с аутентичными источниками и справочными изданиями, самостоятельно делать выводы, сопоставлять их с культурными образцами. Обязательное для усвоения учениками содержание спрятано внутрь культурных образцов, с которыми сопоставляются ученические решения.

Таким образом, рассмотрев психолого-педагогический ресурс деятельностно-ценностной задачи, резюмируем:

1) в процессе её решения подросток выступает в качестве субъек-

та учебной деятельности, который оказываясь перед свободным выбором любой точки зрения, вынужден проявлять инициативу для обоснования своего выбора, быть экспертом по спорным вопросам, участвовать в процессе коллективной мыследеятельности в разных ролях, проводить личностную рефлексию и коллективный анализ результатов совместного интеллектуального труда.

2) В ходе коллективной мыследеятельности каждый подросток осознаёт свою значимость в общем исследовании, что влияет на формирование положительного самоотношения и самопринятия, осознание собственной целостности, уникальности, значимости, «обнаружение» себя в мире при сформированном ценностном отношении к нему.

3) В групповой работе у подростка формируется самооценка собственных личностных свойств и потенциалов в качестве деятельного субъекта, включая социорольевые, нравственные, психические, физические и иные качества, как они представляются ему в его собственном самосознании и в восприятии других, прежде всего со стороны группы⁷.

4) Выступая в качестве субъекта деятельности при решении деятельностно-ценностной задачи, подросток приобретает все виды ключевых компетенций, заложенных в стандартах второго поколения, в том числе личностные (самоопределение, смыслообразование и дейст-

⁶ Гузев В.В. Деятельностно-ценностные задачи // Педагогические технологии. 2005. № 3. С. 116–120.

⁷ Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: В 2 т. Т. 2. М.: НИИ школьных технологий, 2006. (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»). С. 222.

П Р А К Т И К А Д Л Я П Р А К Т И К О В

вие нравственно-этического оценивания) и регулятивные компетенции (умения ставить себе конкретную цель, планировать свою жизнь, прогнозировать возможные ситуации, делать выбор, принимать решения, осуществлять контроль в форме сличения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона); производить коррекцию — внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его продукта; оценивать результаты деятельности; осуществлять волевую саморегуляцию как способность к мобилизации сил и энергии, способность к волевому усилию — к выбору в ситуации мотивационного конфликта и к преодолению препятствий. Обладание регулятивными компетенциями необходимо подростку для успешного существования в современном обществе⁸.

В рамках проекта «Разработка, апробация и внедрение федеральных государственных стандартов общего образования второго поколения» разрабатываются новые программы по учебным предметам. Уже сегодня необходимо знать, какие требования к образованию предъявляют стандарты второго поколения, и использовать новые подходы в работе. Примерная программа основного общего образования по математике предлагает изменённое содержание образования по предмету,

впервые даёт формы учебной деятельности школьников по курсу математики, а также содержит рекомендации по оснащению учебного процесса.

В стандарты наряду с традиционными содержательными разделами (арифметика, алгебра, функции, вероятность и статистика, геометрия) включены два дополнительных раздела: логика и множества; математика в историческом развитии, «...что связано с реализацией целей общеинтеллектуального и общекультурного развития учащихся». Содержание раздела «Логика и множества» нацелено на «...математическое развитие учащихся, формирование у них умения ясно, точно и сжато излагать мысли в устной и письменной речи. Раздел «Математика в историческом развитии» предназначен для формирования представлений о математике как части человеческой культуры, для общего развития школьников, для создания культурно-исторической среды обучения... Содержание этого раздела органично присутствует в учебном процессе как своего рода гуманитарный фон при рассмотрении проблематики основного содержания математического образования»⁹.

Сравним вышесказанное с некоторыми чертами технологии ТОГИС.

Цели образования в технологии ТОГИС: «построить весь образовательный процесс школы, исходя из деятельностных целевых установок, сопровождаемых построением системы ценностей во благо Отечеству и ближним».

⁸ Ядов В.А. Социальные и социально-психологические механизмы формирования социальной идентичности личности // Мир России. 1995. № 3–4. С. 158–179.

⁹ Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е.С. Савинов]. М.: Просвещение, 2011. (Стандарты второго поколения).

Воспитательный аспект процесса обучения в технологии ТОГИС предполагает, что «...ценности, наряду со способами деятельности, должны стать ведущим компонентом содержания, т.к. человек оспособленный, но не отягощенный ценностями, опасен для общества» (цитата из лекции В.В. Гузеева на курсах повышения квалификации учителей «Элементы системно-деятельностной теории образования», Владивосток, октябрь 2010).

«Система ценностных предпочтений формируется как результат собственной деятельности, размышлений и споров. Эти ценности не появляются как следствие учительского менторства, а рождаются в глубине мироощущений учащихся, возникают как плод собственных морально-этических представлений. Это на подсознательном уровне выстраивает у школьников уверенность в том, что сложившиеся в человеческом обществе ценности не случайны и не навязаны какими-либо политическими силами, а создавались веками в качестве естественного регулятора развития человечества. Важным ценностным ориентиром, косвенно задающим некоторые рамки, является для каждой задачи культурный образец. Педагогическое влияние на систему ценностей ученика оказывается через подбор культурных образцов, с которыми сопоставляются результаты собственной деятельности учеников»¹⁰.

Деятельностно-ценностные задачи и есть, на наш взгляд, то недостающее звено в обучении матема-

тике, которое поможет осуществить переход к новым стандартам естественным путём. Но для этого надо разработать достаточное количество таких задач. В этом как раз и заключается основная миссия экспериментальных площадок.

В.В. Гузеев в статье «Об особенностях применения ТОГИС в негуманитарных областях» предлагает «...педагогический алгоритм, который естественен и базируется на той же мотивации, что и обычное преподавание предмета, но интереснее и многократно полезнее для всех участников процесса.» Он напоминает, что «математика входит в метапредметную область «Знаковые системы», деля там стол и кров с информатикой (которая про информацию, а не про компьютеры), языками (с лингвистической стороны), черчением, сольфеджио и другими достойными предметами, позволяющими нам строить абстрактные модели реальности)...».

Конструирование ТОГИС-задачи — это процесс, направленный на создание собственно познавательной задачи, включающий в себя следующие направления:

- выбор темы, внутри которой будет решаться задача;
- анализ имеющейся в различных источниках информации по данной теме (учебники, книги, компакт-диски, web-сайты и др.);
- отбор наиболее интересных фактов, идей, легенд, задач и т.п., которые могут активизировать познавательный интерес у детей;

¹⁰ ТОГИС: итоги пяти лет эксперимента: Интервью с В.В. Гузеевым // Учитель Приморья. 2010. № 2.

П РА К Т И К А Д Л Я П РА К Т И К О В

- формулирование условия и вопросов задачи;
- поиск культурных образцов к данной задаче;
- определение уровня, к которому может быть отнесена задача;
- выбор предлагаемых учащимся информационных источников;
- написание методического комментария к задаче.

Богатый материал для создания ТОГИС-задач можно почерпнуть из истории математики. Решение задачи, составленной на основе исторического материала, позволяет помочь учащимся сформировать своё мировоззрение на основе достоверных научных фактов и в сравнении с образцами научной мысли многих поколений человеческой цивилизации. В процессе работы над такой задачей происходит уточнение и углубление понятийного аппарата учащихся, погружение в историю человеческой цивилизации (выявляются причинно-следственные связи, приводящие к математическому открытию, влияние исторических событий и выдающихся личностей истории на развитие математической науки); осуществляется интеграция математических знаний и окружающей жизни. В этом заключается ценностное значение предметов естественнонаучного цикла.

Примерами задач, построенных на историческом материале, могут служить наша «Задача о метрической системе мер», «Человек — мера всех вещей» (Юбко Г.Е., г. Спасск-Дальний) и её же «Задача о пифагоровых тройках»:

Текст задачи. *Пифагоровы тройки известны очень давно. В архитектуре древнемесопотамских*

надгробий встречается равнобедренный треугольник, составленный из двух прямоугольных со сторонами 9, 12 и 15 локтей. Пирамиды фараона Снофру (XXVII век до н. э.) построены с использованием треугольников со сторонами 20, 21 и 29, а также 18, 24 и 30 десятков египетских локтей. А с помощью верёвочки с 12 узелками в древности можно было построить прямоугольный треугольник. Как это можно сделать и причём здесь Пифагор? (с полными текстами задач, включающими культурные образцы, можно познакомиться на официальном сайте ТОГИС-клуба <http://www.togisklub.ru/>)

Большим ресурсом для создания деятельностно-ценностных задач обладает геометрия. В частности, нами разработан и реализован на практике цикл задач «Подобие произвольных фигур», включающий в себя задачи «О Гулливере», «О листьях» и «О палетке», решение которых направлено на обобщение, систематизацию и повторение темы «Подобие».

При выборе темы необходимо обратить внимание на то, в каком объёме представлено предполагаемое содержание задачи в учебнике. Ведь то, что доступно ученикам, не представляет для них интереса. Учебник — свод истин, о чём тут думать?

Хорошо бы найти тему, проходящую параллельно в другом предмете, например, в информатике или физике. Удобные в этом смысле темы «Системы счисления» (математика, информатика) и «Метрическая система мер» (математика, физика). Более того, опыт показывает, что задачи с «параллельными» (межпред-

метными) темами могут успешно решаться в различных возрастных группах, т.к. знания в этих областях актуальны и в 5–7 классах, и в десятом классе. Разница только в выборе уровня сложности задачи и в решении вопроса, какие информационные источники предлагать детям, и предлагать ли вообще. Примером может служить наша «Задача об астрономических дробях»:

Текст задачи. *На востоке от Аравийского полуострова с севера на юг текут две большие реки — Евфрат и Тигр. Между ними тянется узкая длинная полоса земли. В древности она называлась Месопотамией, что значит «Междуречье». Самым известным государством Месопотамии был Вавилон. В Древнем Вавилоне была своя система счисления, сходная с десятичной. Число, лежащее в её основе, часто фигурирует в вавилонских, персидских и греческих легендах как синоним большого числа. Вавилоняне считали его Божьим числом. Кроме того, вавилонские учёные изобрели дроби, сходные с нашими десятичными дробями, — так называемые «астрономические» дроби. Астрономические дроби проникли далеко за пределы Древнего Вавилона: в страны Ближнего Востока, Средней Азии, в Северную Африку и Западную Европу. Они широко применялись вплоть до изобретения десятичных дробей, то есть до начала XVII века. Следы этих дробей сохраняются и поныне.*

Выясните, чем сходны десятичные и «астрономические» дроби и найдите следы вавилонской системы счисления в современной науке.

Задача органично вписывается в содержание предмета «информатика» 6 класса — тема «Системы счисления», 10 класса — «Перевод чисел из одной системы счисления в другую», «Позиционные системы счисления». Её содержание охватывает учебный материал по курсу «История Древнего мира» (5 класс) — тема «Древнее Двуречье»; в 10 классе — тема «Древний Восток». В математике 5 класса можно решать данную задачу при изучении тем «Десятичные дроби», «Перевод величин в другие единицы измерения». В геометрии: 7 класс — при изучении темы «Измерение углов», 8 класс — «Окружность».

На этапе конструирования условия задачи, на наш взгляд, удобнее вначале найти текст, который мог бы стать культурным образцом для конкретной задачи.

Для культурных образцов годится книга Г.И. Глейзера «История математики в школе». Как показывает опыт учителя математики из г. Спаска Юбка Г.Е., можно использовать книги из серии занимательной математики и web-сайты. Нам нравится сайт научно-популярного журнала «Наука и жизнь», который содержит много интересных статей по математике и физике за прошлые годы. Иногда, если повезёт, в Интернете можно найти настоящие аутентичные математические тексты, такие как книга Рихарда Дедекинда «Непрерывность и иррациональные числа» (изд. 1923 г.). Но в таких книгах очень сложный для восприятия учащимися язык изложения материала. Надо думать, как преподнести культурный образец детям, не отходя от текста. Может быть, следует ком-

ПРАКТИКА ДЛЯ ПРАКТИКОВ

ментировать некоторые предложения или иллюстрировать графически, на современном математическом языке? Вопрос для нас остаётся пока открытым.

При работе над условием задачи мы пытаемся найти «изюминку» в тексте культурного образца — красивую легенду, яркое историческое событие, проблему, подводящую к вопросу задачи.

В формулировке используем фразы из культурного образца, как в «Задаче о метрической системе мер»:

Текст задачи. *С незапамятных времён человеку приходилось измерять расстояния. Подобно тому, как при счёте человек пользовался вначале пальцами рук и ног, так и при измерении расстояний он прибегал к рукам и ногам. Вот почему в прошлом мерами длины служили шаг, ладонь, локоть. Дюйм — английская мера длины, на голландском языке означает «большой палец», фут — старая мера длины, в переводе с английского языка — «нога». Старой русской мерой длины был аршин (от персидского слова «Арш» — локоть). Отсюда поговорка «Мерить на свой аршин» (цитата из Г.И. Глейзера).*

Выясните, почему возникла необходимость создания новой общей системы мер. Где и когда родилась эта система? В чём преимущества новой системы мер перед старыми мерами длины?

Можно воспользоваться цитатами из известных литературных произведений, содержащих необходимые математические термины, как в «Задаче о совершенстве» (Г.Е. Юбко):

Текст задачи. *В «Маленьком принце», замечательной сказке*

французского писателя А. де Сент-Экзюпери, Лис спрашивает Маленького принца:

– А на той планете есть охотник?

– Нет.

– Как интересно! А куры есть?

– Нет.

– Нет в мире совершенства! — вздыхает Лис.

Можно поспорить с Лисом. Но пифагорейцы, жившие 2500 лет тому назад, тоже считали совершенство редким явлением и обозначали его совершенным числом. Примерами таких чисел являются 6 и 28. Сколько таких чисел в миллионе и с чем эти числа были связаны у древних народов?

Поскольку содержание-условие задачи чаще всего большое по объёму, на вопросы надо обратить особое внимание. Они должны быть чётко сформулированы, иногда могут содержать ключевые слова для поиска информации.

Умение выделить в тексте ключевые слова — одно из самых важных. Дети часто выделяют слишком много слов и затем теряют время при поиске информации, перечитывая ненужные статьи в Интернете. Поэтому очень важно отточить каждую фразу в условии задачи, подумать, какие слова учащиеся могут выбрать для информационного поиска. Полезно задать себе вопрос: «А что бы я выделила, находясь на месте ученика?» Обязательно проверяем своё предположение, вводя в поисковике предполагаемые ключевые слова. Заодно отбираем подходящие сайты для «Возможных информационных ресурсов» (шаблон ДЦЗ). Обращаемся также к словарям и энциклопедиям, в том числе и математическим, имею-

щимся в школьной библиотеке, т.к. некоторые дети предпочитают работать с печатными источниками.

Определённые трудности вызывает у нас, как и у других ТОГИСТов, вопрос определения уровня сложности задачи. Руководствуемся правилом: если в доступных источниках информации часто встречается прямой ответ на вопрос задачи, то данная задача может быть отнесена к минимальному уровню; если прямого ответа нет, за исключением культурного образца, и учащиеся должны сами найти какие-то закономерности, взаимосвязи и т.п., то задача общего уровня. Отсутствие же каких-либо источников и ключевых слов в вопросе задачи, наводящих учащихся на направления информационного поиска, может превратить её в задачу продвинутого уровня. Но с другой стороны, для разных классов одна и та же задача может быть отнесена к различным уровням сложности, в зависимости от подготовленности класса. Поэтому опыт показывает, что выделение уровня сложности задачи имеет характер некоторой условности.

Последний этап конструирования любой ДЦЗ — написание методического комментария к задаче.

Методический комментарий к деятельностно-ценностной задаче раскрывает замысел автора; содержит дополнительные сведения о задаче в контексте её использования на уроке; помогает учителю-пользователю сделать квалифицированный выбор, с какой целью, на каком уроке, по какой теме и когда он будет применять эту задачу.

В методическом комментарии могут быть указаны межпредметные

связи, ключевые слова для информационного поиска; обоснован уровень сложности задачи. Учитель — автор задачи — может представить предполагаемые результаты формирования у учащихся определённой системы знаний и умений, указать вопросы, на которые должны ответить учащиеся в процессе своего исследования.

Примеры методического комментария в задачах по математике.

1. Данная задача относится к общему уровню, поскольку предполагает не только получение информации из различных источников, но и собственный анализ полученной информации с презентацией собственных выводов. Ключевые слова для информационного поиска: «система мер», «меры длины».

В ходе решения задачи учащиеся должны получить ответы на следующие вопросы:

– *Что такое метрическая система мер?*

– *Какие исторические события явились причинами создания новой общей системы мер?*

– *Каким требованиям должна была отвечать новая система мер?*

– *Как связаны между собой меры длины, площади, объёма, вместимости и веса? («Задача о метрической системе мер»)*

2. Данная задача межпредметная и может применяться на уроках математики и информатики в теме «Системы счисления». Поставленные в задаче вопросы позволят значительно расширить и углубить знания учащихся о происхождении систем счисления, выявить общие признаки для шестидесятеричных и десятичных дробей. Кроме того,

П РА К Т И К А Д Л Я П РА К Т И К О В

учащиеся смогут отыскать взаимосвязи между единицами измерения времени и углов с шестидесятеричной системой счисления, закрепить знания в области перевода величин в другие единицы измерения («Задача об астрономических дробях»).

3. Учащиеся должны выделить для информационного поиска следующие слова: «пифагоровы тройки», «теорема Пифагора», «применение теоремы Пифагора на практике». Практическая ценность данной задачи состоит в том, что она важна для дальнейшего рассмотрения, так как подобный материал используется в олимпиадных и экзаменационных работах. Знания о теореме Пифагора и её применении обязательны в школьном курсе математики. Пифа-

горовы тройки можно использовать при работе над дополнительным материалом к урокам геометрии, а теорию доказательства формул пифагоровых троек — в алгебре на элективном курсе «Пифагоровы тройки». С целью попробовать метод построения прямого угла на практике можно школьникам дать простую верёвочку и пусть попробуют это сделать («Задача о пифагоровых тройках»).

В данной работе затронуты только некоторые «рецепты» создания деятельностно-ценностных задач. В.В. Гузеев предлагает ещё несколько направлений в конструировании ДЦЗ по математике. Познакомиться с ними можно в его статье «Об особенностях применения ТОГИС в негуманитарных областях» на сайте ТОГИС-клуба (<http://www.togisklub.ru/>).