

# ТЕОРИЯ ДЛЯ ТЕОРЕТИКОВ

## Общее определение системы

В.В. Гузеев

Я постоянно рассматриваю гуманитарные системы и в мою голову не приходило озаботиться, насколько корректно определено в науке само базовое понятие «система»: мне, как и многим, на подкорковом уровне представлялось, что понятие, столь широко распространённое и столь активно используемое, нормально определено и его определение не расходится (хотя бы в основном) с тем, которое я неявно применяю. Но частное письмо Андрея Александровича Остапенко с прямым вопросом по этому поводу заставило меня задуматься. Анализ нескольких десятков определений поверг меня в изумление — ни одно из них с моим не сошлось. Последующий текст и будет посвящён моему рабочему определению. К большому сожалению для гуманитариев разговор о системах без использования кое-каких азов математики непременно оказывается профанацией. Постараюсь, тем не менее, приводить ко всей математике внятные полубытовые примеры.

Итак, пусть имеется некоторое множество. Всякое множество, кроме одного, состоит из элементов. Уникальное множество, в котором нет никаких элементов, называется пустым. Таково, например, множество трёхметровых блондинок.

Если есть какое-то множество людей, иногда бывает нужно рассмотреть всевозможные пары этих людей. А иногда и тройки (некоторые из них в определённые годы нашей истории бывали весьма зловещи). Такие рассматривания — очень важная процедура над множествами. Она называется возведением множества в декартову степень. В общем виде  **$n$ -ной декартовой степенью множества называется множество всевозможных наборов из  $n$  элементов данного множества**. В частности, множество всевозможных пар —

## ТЕОРИЯ ДЛЯ ТЕОРЕТИКОВ

декартов квадрат, множество всевозможных троек — декартов куб. Таким образом, множество всевозможных пар людей — это декартов квадрат множества людей. Декартова первая степень множества совпадает с самим множеством.

Люди могут быть в разных отношениях. Например, среди множества пар можно выбрать пары «муж и жена». Это свойство выделяет во множестве всевозможных пар людей подмножество пар, состоящих в браке. В общем случае можно в декартовой степени множества по какому-то свойству или признаку выбрать некое подмножество. А можно и без свойства или признака — просто перечислить. Формально **п-арным отношением на множестве (говорят ещё «над множеством») называется какое-нибудь подмножество п-ной декартовой степени данного множества**. Тогда для всех элементов этого подмножества в любом случае будет иметь место свойство «быть в отношении». Это можно считать моим комментарием к известному замечанию Уёмова: понятия «свойство», «признак» и «отношение» в большинстве случаев взаимозаменяемы. Частенько в эту же компанию попадает понятие «диагноз». Кстати, природа элементов исходного множества может быть любой — например, можно работать с множеством явлений или процессов.

При  $n = 1$  отношение называется унарным (именно такие отношения чаще всего называют свойствами или признаками), при  $n=2$  отношение называется бинарным, при  $n=3$  отношение называется тернарным, при  $n=4$  отношение называется тетрарным и т.д. Напри-

мер, для множества людей можно указать унарное отношение «быть умным» (вполне себе свойство!) или бинарное «быть любовниками» (пожалуй, признак).

На нечётком множестве нечёткость переходит и на отношения. Наиболее интересны здесь отношения с «неопределённой арностью». На множестве людей, например, можно определить отношение «быть членами одной семьи». Но семья может состоять из двух человек, может — из двадцати двух. Насколько мне известно, математики такими отношениями либо не занимались, либо рассматривали какие-то сложные комбинированные структуры для описания подобных вещей.

Наиболее важную роль играют бинарные отношения. Для бинарных отношений над множеством  $A$  помимо обычной записи в виде пар  $(a; b)$ , где  $a$  и  $b$  принадлежат  $A$ , используют другую:  $aRb$ . В ней  $R$  — это значок, обозначающий отношение. Например, отношение «меньше» пишется так:  $a < b$ . В роли значка выступает и слово или словосочетание: «Плюшкин **похож на** Скупого рыцаря».

Именно для бинарных отношений значимы некоторые свойства, разные сочетания которых имеют особый смысл:

- отношение *рефлексивно*, если каждый элемент находится в этом отношении с самим собой (например, всякое число равно самому себе, поэтому отношение равенства чисел рефлексивно);
- отношение *симметрично*, если из  $aRb$  непременно следует  $bRa$  (если Иван — брат Петра, то и Пётр — брат Ивана, то есть отношение братства людей симметрично);

• отношение *транзитивно*, если из  $aRb$  и  $bRc$  непременно следует  $aRc$  (если Иван умнее Петра, а Пётр умнее Степана, то Иван умнее Степана, то есть отношение «быть умным» транзитивно).

Если отношение обладает всеми этими свойствами, оно называется *отношением эквивалентности*. Это особый тип отношений, по которому исходное множество, как говорят, факторизуемо: множество классов эквивалентности называется фактор-множеством. Наиболее существенные роли отношения эквивалентности заключаются в том, что оно лежит в основе ряда классификаций и позволяет давать обобщённые определения абстрактных понятий.

Транзитивное отношение называется отношением строгого порядка, транзитивное и рефлексивное — нестрогого порядка. Соответственно, множество, на котором задано отношение строгого или нестрогого порядка, называется строго частично упорядоченным или нестрогим частично упорядоченным. Если отношение порядка охватывает все элементы исходного множества, множество зовётся упорядоченным (соответственно, строго или нестрого).

Немного не по теме, но замечу, что если из  $aRb$  и  $aRc$  обязательно следует совпадение  $b$  и  $c$ , такое отношение называется *функцией*.

Вернёмся к множеству с заданными над ним отношениями. Оно окажется системой, если среди отношений найдётся то отношение, которое определяет целостность всей конструкции и наличие у неё свойств, не присущих даже суммарно её подмножествам. Такое отношение называется *системообразующим*.

И вот здесь всё оказывается на удивление просто: достаточно, чтобы это отношение охватывало все элементы исходного (в другой терминологии — базового) множества.

Дам формальное определение.

**Системой называется множество, на котором определены некоторые отношения, среди которых можно выделить отношение, включающее все элементы данного множества (оно называется системообразующим).**

Скажем, если на множестве людей определено унарное отношение «быть умными», оно не делает это множество системой, но если всех неумных выселить за пределы нашей галактики, оставшиеся составят систему умных людей. Разумеется, на этом множестве найдётся немало и других отношений — таких, например, как бинарное отношение «завидовать».

Это определение хорошо тем, что пригодно для любых систем, которыми когда-либо кто-то занимался. Например, странный для многих перенос отношения к техническим системам и свойственных ему методов на всякие иные области, характерный для ТРИЗ, по логике моего определения абсолютно адекватен.

На одном и том же множестве можно задать самые разные отношения, среди которых бывает несколько отношений, охватывающих всё множество. По моему определению, каждое из них — системообразующее. Это значит, что на одном базовом множестве может быть построено множество разных систем. Та или иная из них рассматривается в каждом конкретном случае в зависимости от решаемых задач.

## ТЕОРИЯ ДЛЯ ТЕОРЕТИКОВ

Например, население страны, упорядоченное по бинарному отношению «не моложе», является системой, интересной для Пенсионного фонда. Оно же по бинарному отношению «не беднее» будет системой, пристально рассматриваемой Налоговой службой. Тернарное отношение «А является ребёнком Б и С» делает население страны системой, важнейшей для самого существования этой страны.

Ну и конечно, подмножество базового множества системы является подсистемой, если оно само является системой по какому-либо из отношений, существующих в системе.

Далее можно развивать всю остальную общую теорию систем. А можно ограничиться системами с участием человека и исследовать получающиеся гуманитарные системы. Чем я, собственно, и занимаюсь с точки зрения образования.