

# Теория и практика проектирования

**Александр Георгиевич Гейн**, профессор Института математики и компьютерных наук Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, *Alexander.Gein@usu.ru*

**Владимир Петрович Некрасов**, профессор Уральского технического института связи и информатики, кандидат технических наук, *ivr1947@mail.ru*

## СОВРЕМЕННЫЙ КОНТЕКСТ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ОБЩЕМ И ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ В РОССИИ

*В статье рассматривается роль когнитивных компетенций в профессиональном становлении выпускника школы и вуза и намечены пути развития этих компетенций у обучаемых в процессе изучения фундаментальных и прикладных дисциплин.*

Парадигма компетентностного подхода, пришедшая к нам из Европы, ныне конституирована в стандартах как общего, так и высшего образования. В терминах компетенций и компетентностей формулируются его результаты. Но давайте посмотрим, как понимаются компетентности в европейском образовании, т.е. там, откуда они пришли. В 1996 году Совет Европы сформулировал 5 ключевых компетенций, наличие которых у выпускника и есть цель образования:

«(1) Политические и социальные компетенции, такие, как способность принимать ответственность, участвовать в принятии групповых решений, разрешать конфликты

ненасильственно, играть роль в управлении и улучшении демократических институтов.

(2) Компетенции, связанные с жизнью в многокультурном обществе.

(3) Компетенции, относящиеся к владению устной и письменной коммуникацией, которые необходимы для работы и социальной жизни до такой степени, что те, кому их не хватает, отныне подвержены угрозе социальной изоляции; в этом же плане общения всё большее значение приобретает овладение более чем одним языком.

(4) Компетенции, связанные с возрастанием информатизации общества; овладение этими технологиями, понимание их применения, достоинства и недостатки, и способ-

ность к критическому осмыслению в отношении информации, распространяемой средствами массовой информации и рекламодателей.

(5) Способность учиться на протяжении жизни в качестве основы непрерывного обучения в контексте как личной профессиональной, так и социальной жизни»<sup>1</sup>.

Анализируя эти формулировки, И.А. Зимняя<sup>2</sup> справедливо указывает, что это социальные артефакты, отражающие особенности взаимодействия и общения. Конечно, успешная социализация выпускника — важная задача системы образования. Но для российского образования традицией является востребованность выпускника прежде всего в профессиональной сфере, его готовность продуктивно включиться в сферу производства. И это понятно — на Западе молодой человек, поступающий в вуз, думает о том, где он сможет работать после окончания, а у нас нередко только о том, чтобы получить диплом, а будет ли он работать по этой специальности, это уж как получится. Педагогические и многие технические вузы — яркое тому подтверждение.

Поэтому перенос на российскую почву компетентностной идеологии сопровождался значительной её модификацией. Прежде всего, сама компетентность стала определяться как *интегративное свойство личности, выражающееся в способности и готов-*

*ности принимать решения на основе имеющихся знаний и умений.* Такая формулировка позволила, во-первых, понимать компетентность как систему компетенций, во-вторых, придать компетентности расширительное значение, включив в неё и профессиональный, а не только социальный компонент, и, в-третьих, вообще, перенести акцент на предметные компоненты. Так, в ФГОС среднего (полного) общего образования говорится, что образовательная программа должна обеспечивать «...формирование научного мышления, компетентностей в предметных областях»<sup>3</sup>. В таком стиле понимания компетентности вполне естественной выглядит, например, статья, которая называется «О понятии «Математическая компетентность»»<sup>4</sup>. Может ли понятие математической компетентности вписаться в европейскую систему компетенций? Конечно, нет. А в российском определении вписывается легко. Более того, во многих диссертациях, защищающихся по тематике компетентностного подхода, компетенции продолжают дробиться. Так, в одной диссертации по ИКТ-компетентности автор разделил её на 24 компетенции. Можно предположить, что скоро возникнут компетенции по манипуляциям с мышкой, или компетенции по решению линейных уравнений. И в этом нет преувеличения. Вузовские преподаватели знают, что все программы теперь должны быть написаны в компетент-

<sup>1</sup> *Hutmacher Walo*. Key competencies for Europe // Report of the Symposium Berne, Switzerland 27–30 March, 1996. Council for Cultural Co-operation (CDCC) a Secondary Education for Europe. Strasbourg, 1997. P. 11 — 12.

<sup>2</sup> *Зимняя И.А.* Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования [Электронный ресурс] // режим доступа: <http://aspirant.rggu.ru/article.html?id=50758> (дата обращения: 25.11.13).

<sup>3</sup> Федеральный государственный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс] // режим доступа: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=6408> (дата обращения: 19.10.13). С. 28.

<sup>4</sup> *Аронов А.М., Знаменская О.В.* О понятии «Математическая компетентность» // Вестн. Моск. ун-та, сер. XX. Педагогическое образование, 2010, № 4. С. 31–43.

ностной терминологии. Поэтому если раньше студенты должны были уметь решать линейные дифференциальные уравнения, то теперь они должны владеть методами решения линейных дифференциальных уравнений. Слово «владеть» из компетентностного тезауруса, поэтому программа уже становится компетентностной. Эта претензия на компетентность по форме, а не по существу.

Как же поступить с компетентностным подходом? Может его отменить? Не выплеснем ли мы тогда вместе с водой и ребёнка?

Сегодня можно, по-видимому, утверждать, что общественное сознание преодолело кризис 90-х годов, когда образованность была ненужным и даже вредным аппендиксом, мешавшим создавать благополучие бандитскими методами. Когда процесс дикого вхождения в капитализм поугих и стали преобладать цивилизованные методы, возник всем нам известный бум на юристов и финансистов. Постепенно он проходит, хотя в общественном сознании кардинального перелома пока не произошло. Тем не менее, в середине предыдущего десятилетия перед высшей школой встала задача выпуска специалистов, которые были бы востребованы в новой системе трудоустройства. Теперь у нас нет института молодых специалистов, когда в течение 3-х лет насильственно распределенный выпускник доводился предприятием до уровня компетентного специалиста. Или не доводился до этого уровня и оставался кем-то там. Это значит, что в те времена задача выпуска компетентного специалиста перед вузом и не ставилась. Сегодня работодатель не хочет за свой счёт доводить выпускника до компетентного уровня.

Мы хотим подчеркнуть, что появление компетентностной парадигмы в значитель-

ной степени является реакцией на переход к рыночным отношениям. Это определило направленность российских исследований, что такое компетентность выпускника, из чего она складывается, и к сегодняшнему дню основные дискуссии по этим вопросам, по-видимому, закончились. Об этом свидетельствует наличие ФГОС, в котором уже зафиксированы и понятие компетентности, и необходимость реализации компетентностного подхода при обучении. Но даже при том, что в понятие компетентности наше образование вкладывает иной смысл, нежели европейское, нужно, на наш взгляд, следуя европейскому примеру, не все образовательные результаты описывать компетентностными терминами.

Ряд компетентностей, сформулированных для российского образования, оказались новыми. Это информационная компетентность, коммуникативная компетентность, социально-профессиональная компетентность и т.д. Возможно, что именно в силу их новизны механизмы приобретения студентами компетенций, которые лежат в основе этих компетентностей, оказались в центре внимания исследователей и к сегодняшнему дню вполне разработаны. Что же касается когнитивной компетентности, которая может быть определена как *готовность выпускника к принятию эффективных решений в различных производственных ситуациях, опираясь на полученные в вузе знания и умения*, то это без сомнения основная компетентность выпускника, без которой выпускник просто бесполезен на предприятии. Однако с её формированием дело, по нашему мнению, обстоит хуже.

Причина такого положения естественна: основой когнитивных компетенций являют-

ся знания и умения, а технология обучения знаниям и умениям сложилась годами, если не, сказать, веками. Любой строитель знает, что возводить здание на новом месте легче, чем на том, где уже что-то построено. Поэтому, ставя цель «формирование когнитивной компетентности», нужно не просто украшать уже имеющуюся технологию обучения различными инструментами информационных техник и технологий, но и ввести те структуры, которые способны обеспечить формирование когнитивных компетенций.

Нельзя сказать, что развитию когнитивных компетенций вообще не уделяется внимание в исследованиях по формированию профессиональных компетенций выпускника высшей школы. Однако основное внимание здесь оказалось сосредоточенным на воспитании готовности к решению продуктивных и творческих задач в рамках одного предмета, а нередко даже в пределах той или иной изучаемой темы. В этих исследованиях в качестве «механизма» формирования когнитивных компетенций, как правило, предлагается простое расширение спектра учебных задач с тем, чтобы заставить студента применить полученные им знания и умения в нестандартных ситуациях. Такой механизм можно охарактеризовать как локальный уровень овладения когнитивными компетенциями — воспитываемая готовность применить полученные знания ограничена окрестностью изучаемого в данный момент материала. Но, как выше сказано, профессиональная компетентность выпускника вовсе не ограничивается указанными локальными рамками.

Преподавание любого естественно-научного предмета в вузе построено на изложе-

нии теоретических или экспериментальных обоснований тех или иных положений соответствующей науки и обучении алгоритмам решения типовых задач. Фактически и на теории, и на практических занятиях мы говорим студенту: «Делай так, и у тебя всё получится». Но тогда о каком формировании когнитивной компетентности можно говорить? И неважно, излагаете вы это с помощью мела и доски или показываете видеоролик.

Одно из кардинальных средств, предлагаемых для выхода из этой ситуации, — заставить обучающихся самостоятельно проходить весь путь от постановки задачи до её решения. Конечно, это будет формировать когнитивную компетентность. Но это абсолютно контрпродуктивно! Представьте, что учитель в 8 классе на уроке геометрии вместо доказательства теоремы Пифагора на доске предлагает каждому ученику доказать её самостоятельно. Процесс, очевидно, затянется надолго. Цель обучения и состоит в присвоении субъектом обучения уже накопленных человечеством знаний и опыта решения задач. И потому Л.С. Выготский<sup>5</sup> неоднократно подчёркивал, что «обучение не есть развитие»! Оно лишь, образно говоря, витамин, который при правильном употреблении может это развитие ускорить, а может и затормозить.

В первой половине XX века было сделано принципиальное открытие: Ж. Пиаже<sup>6</sup> указал две основные структуры, формирование которых определяет когнитивный про-

<sup>5</sup> *Выготский Л.С.* Мышление и речь. Собрание сочинений в 6 т. М.: Педагогика. 1982. Т. 2. С. 386–413.

<sup>6</sup> *Пиаже Ж.* Логика и психология. В кн.: *Избранные психологические труды.* М.: Просвещение, 1969. С. 567–612.

цесс у детей дошкольного и младшего школьного возраста. Это классификация и сериация. Под операцией классификации понимается выделение признака, по которому объекты могут быть объединены в одну группу. Сериация — это, наоборот, упорядочение объектов опять-таки на основании какого-то единого признака. И сегодня классификация и сериация относятся к тем универсальным учебным действиям, которые учащиеся должны освоить еще в начальной школе<sup>7</sup>.

Ж. Пиаже экспериментально показал, что даже спонтанно (т.е. неуправляемо) освоение этих структур у детей завершается к 13–14-летнему возрасту. Л.С. Выготский в своих трудах показал, как должно быть построено обучение, чтобы данный процесс прошел быстрее. Все педагогические теории развивающего обучения, вся практика развивающего обучения по существу построены так или иначе на этом открытии. Педагогические системы Эльконина — Давыдова, Занкова, Библера и др., все они выросли из этого открытия.

Итак, к 13–14 годам эти когнитивные структуры формируются независимо от того, обучались ли дети по традиционной методике или методике развивающего обучения. А что дальше? А дальше, как уже было сказано, превалирует информационная накачка без освоения необходимой когнитивной надстройки.

Пытаясь выделить такую надстройку, мы в своём исследовании обратились к тому,

что называется надпредметными и метапредметными знаниями и умениями. В современной педагогике к ним относят такие *знания и умения, которые будучи формируемыми в рамках различных дисциплин, имеют отчетливо выраженные общие характеристики, задавая обобщённые способы действия при решении тех или иных задач*. Метапредметные умения проявляют себя в умениях видеть общность в тех или иных явлениях (в том числе, в применяемых методах), в единстве схем рассуждений, в аргументированном переносе свойств одних объектов на другие, в экстраполяции по аналогии и т.п.

Как выше сказано, в своих фундаментальных работах Ж. Пиаже указал две основные операции, формирование которых определяет когнитивный процесс у детей дошкольного и младшего школьного возраста. Это *классификация и сериация*. В последующем человек осваивает такие когнитивные операции как обобщение, абстрагирование, анализ и синтез. Ясно, что все они относятся к метапредметным умениям. Водораздел между психологией и педагогикой здесь, как обычно, состоит в том, что психология изучает, как эти операции реализованы в человеческой психике (включая процедуры диагностики и измерения), а педагогика пытается ответить на вопрос, какими образовательными средствами можно развивать способность человека к этим операциям. Чтобы построить педагогическую модель развития метапредметных знаний и умений, необходимо охарактеризовать фигурирующие в ней структуры как категорию. Мы определили их как категорию *понятийных связей*, т.е. то, что может быть выражено как *инвариант* в различных поня-

<sup>7</sup> Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др.; под ред. А.Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2008. 151 с.

тиях, подходах, методах решений и т.п. Это перекликается с основной идеей Ж. Пиаже, однако носит более общий характер, поскольку относится не к конкретным проявлениям умственных действий — классификации и сериации, а к более общим логическим универсальным действиям.

Само понятие инварианта как средства построения моделей первоначально возникло в работах Д. Гильберта, Г. Вейля, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и других математиков на рубеже XX века. Именно Ф. Клейну принадлежит фундаментальная идея описания различных геометрий как инвариантов тех или иных групп преобразований пространства. Несколько позже теория инвариантов стала основой квантовой физики. На наш взгляд, идея инварианта может быть продуктивной и в описании когнитивных структур.

Напомним, что инвариант — это абстрактное понятие, которое описывает характеристики объекта, процесса или явления, неизменяющиеся при выполнении той или иной группы действий. В нашем случае речь идёт об универсальных логических действиях, осуществляемых человеком в когнитивном процессе. Поэтому для таких инвариантов нами выбрано название *метакогнитивные инварианты*. К ним относятся: изоморфизм, понятийное включение, языковое представление, наследование, гомоморфизм, топологические узлы (источник и сток), вариативность представления понятий.

Приведем соответствующие определения и проиллюстрируем примерами из различных областей знаний проявление и когнитивную роль рассматриваемых инвариантов.

1. *Изоморфизм*. Понятие А изоморфно понятию В, если между составляющими

их элементами имеется взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее структурные связи.

Изоморфизм — это один из наиболее сильных метакогнитивных инвариантов, заставляющих студента с одной стороны видеть, какие свойства изучаемых объектов или какие факторы, обуславливающие протекание процесса, являются существенными, а какие нет. С другой стороны, изоморфность разных объектов, если она установлена, позволяет выбрать ту форму объекта, с которой более удобно организовать дальнейшую работу.

К примеру, в дискретной математике наиболее ярким проявлением является изоморфизм теоретико-множественных и логических операций. В физике таковым является изоморфизм колебательных процессов — механического (маятник) и электро-магнитного (колебательный контур).

Проиллюстрируем важность освоения понятия изоморфизма как когнитивной структуры экспериментом, который описан одним из ведущих психологов А.В. Брушлинским<sup>8</sup>.

Испытуемому, познакомившемуся до этого с теорией горения свечи в обычных земных условиях, был задан вопрос, как будет проходить процесс горения на космическом корабле в условиях невесомости. Все компоненты системы — стеариновая свеча, фитиль, окружающий воздух, содержащий кислород для горения — остались теми же. Поэтому испытуемый пришел к выводу, что процесс будет проходить точно так же, как и на Зем-

<sup>8</sup> Брушлинский А.В. Мышление и прогнозирование (Логико-психологический анализ) М.: Мысль, 1979. 230 с.

ле. На самом деле ситуации неизоморфны, поскольку отсутствуют гравитационные связи, а значит, и конвекционные потоки, которые будут уносить продукты горения, замещая их кислородом. Причина неудачи испытуемого в несформированности у него этого фундаментального когнитивного инструмента, каковым является анализ на изоморфность. Выпускник, не имеющий в своем арсенале этой когнитивной структуры, будет обречён на ошибочные решения, поскольку не сможет адаптировать имеющиеся у него знания — понятийный аппарат и алгоритмы — к решению реальной задачи.

Подобная неспособность решить задачу наблюдается нередко — студент, как попугай, повторяет выученные фразы, будучи не в силах сдвинуться хотя бы на йоту в решении задачи. Но это не его вина, ведь он реально выучил материал, это его беда, что у него не сформировалась та когнитивная компетенция, которая помогла бы ему выйти за рамки сугубо репродуктивного мышления.

Отметим, что освоение студентами изоморфизма как когнитивного инварианта играет важную роль и при формировании профессиональных компетенций специалиста в области юриспруденции<sup>9</sup>. Вполне правомерным выглядит предположение, что именно несформированность данной когнитивной структуры у специалистов в социально-экономических областях влечёт ошибки при оценке возможностей переноса принимаемых решений с одной ситуации на другую — принимая такое решение, им даже не приходится в голову задуматься, изоморфны ли рас-

сматриваемые ситуации с точки зрения действующих в них факторов.

Собственно говоря, изоморфизм — это уточненный вариант классификации. Как известно, изоморфность одной системы другой системе является отношением эквивалентности между этими системами, и, следовательно, порождает на разбиение на классы эквивалентных — в данном случае, изоморфных — систем, т.е. осуществляет их классификацию.

2. *Языковое представление.* Понятие В входит в язык представления понятия А, если изложение понятия А осуществимо с использованием понятия В. При этом понятия А и В рассматриваются как самостоятельные объекты.

Например, понятие «граф» является языком представления понятия «бинарное отношение». Понятие «таблица» является языком представления понятия «*n*-арное отношение». В то же время понятия «граф» и «таблица» — вполне самостоятельные объекты, обладающие собственными свойствами и приложениями, не зависящими от понятия «отношение».

Важность применения метакогнитивного инварианта «языковое представление» характеризует и следующий пример.

*Задача.* Автоматическая линия предназначена для изготовления некоторого прибора. Этот прибор состоит из двух блоков, на соединение которых автомат тратит 3 секунды (с). На изготовление первого блока с использованием схем С1 и С2 требуется 5 с, а на изготовление второго блока, в котором используются схемы С2 и С3, требуется 6 с. Схема С1 конструируется из деталей Д1 и Д2, на её изготовление требуется 4 с; схема С2 конструируется из деталей

<sup>9</sup> Мочалов А.Н., Гейн А.Г., Некрасов В.П. О модели метапредметных связей в юриспруденции // Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2012, № 1. С. 83–89.

Д2 и Д3, на её изготовление требуется 3 с, схема С3 использует только одну деталь — Д3, поэтому на изготовление этой схемы требуется 2 с. Изготовление деталей Д1, Д2 и Д3 не зависит друг от друга и может быть начато одновременно, при этом на изготовление детали Д1 требуется 7 с, на изготовление детали Д2 — 8 с, а на изготовление детали Д3 — 9 с. Сборку каждой схемы можно начинать сразу, как только готовы нужные для неё детали, а сборку каждого блока — как только готовы нужные для него схемы. Какое наименьшее время нужно запланировать на изготовление данного прибора?

Первый шаг в решении этой задачи опирается именно на указанный метакогнитив-

ный инвариант — выбор языка представления. Если в ходе обучения у студента не было сформировано понимание, что именно с этого вопроса, заданного самому себе, он должен начать размышление над задачей, ситуация может оказаться тупиковой. Степень самостоятельности, с которой студент сможет определить, какой язык представления здесь целесообразно выбрать, показывает уровень сформированности у него когнитивной компетентности. Первое, что обычно предлагают студенты, записать данные задачи в виде таблицы — это довольно стандартный приём свёртывания информации. Например, такой, как таблица.

*Таблица*

Представление данных задачи

Объект	Детали			Схемы			Блоки		Прибор
	Д1	Д2	Д3	С1	С2	С3	Бл1	Бл2	
Время изготовления	7	8	9	4	3	2	5	6	3

Анализ получившегося результата, можно надеяться, приведёт студента к выводу, что этот язык представления недостаточно информативен — он не отражает связей между деталями и схемами, между схемами и блоками. Умение вскрыть недостаточность выбранного языка представления — это тоже свидетельство определённого уровня когнитивной компетентности. Вполне вероятно, что у студента возникает идея изобразить связи рёбрами графа, причём граф должен быть ориентированным, поскольку необходимо отразить информацию, что из чего изготавливается. Соответствующее представление показано на рисунке 1.

Поскольку все работы должны быть выполнены, время, необходимое для выполне-

ния проекта в целом, определяется самым длинным путём, ведущим от вершины, обозначающей начало, до вершины, обозначающей окончание работ. На данном языке представления решение задачи уже особых трудностей не вызывает.

Хотим подчеркнуть, что перед студентами ставится проблема именно отыскания языка представления, т.е. когнитивный компонент этого задания. Сам алгоритм поиска пути максимальной длины, разумеется, рассказывается студентам отдельно. Как уже было сказано, ни школьник, ни студент не обязаны самолично повторить путь к открытию — некоторые из таких открытий были сделаны гениями. Но когнитивный базис, на котором зиждется это открытие, студентами должен быть освоен.



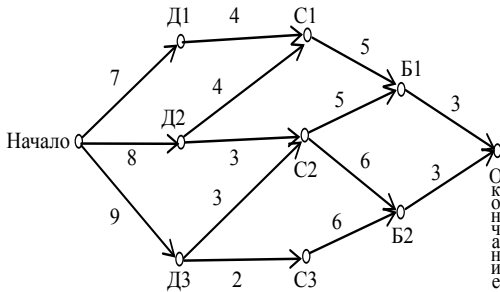


Рис. 1. Представление связей между данными

Поскольку уровень когнитивной компетентности студентов весьма различен, то преподавателю приходится подсказывать те или иные ходы в решении этой задачи. Однако педагогический эксперимент, проводившийся в рамках преподавания курса «Дискретная математика» для ИТ-специальностей, показал, что всегда есть студенты (около 8%), справляющиеся с этой задачей совершенно самостоятельно, если они осознают необходимость выбора понятийного языка.

Чрезвычайно важным здесь является заключительный этап рефлексии, когда студенты сами формулируют, какого типа задачи они научились решать и в чём состоит метод решения. Степень обобщённости в выводах такой рефлексии может быть разной — от формулировки класса задач сетевого планирования до общего понимания, что методы теории графов полезны в тех случаях, когда в задаче обсуждается последовательное преобразование одних объектов в другие. И если при изучении теории графов у студента формируется понимание, что каждый раз, когда речь идет о преобразовании одной ситуации в другую, может оказаться полезным применение методов теории графов, это означает, что он осознает

такие методы как узловые и будет готов применять их в различных, в том числе, нестандартных ситуациях.

3. *Наследование.* Понятие А является объектом-наследником понятия В, если понятие А не может быть изложено без использования понятия В.

Например, понятия «бинарное отношение», «*n*-арное отношение», «граф» являются объектами-наследниками понятия «множество».

Понятие наследования играет важную роль в объектной парадигме, например, в теории программирования. На наш взгляд, наследование является когнитивной структурой, позволяющей адекватно анализировать взаимоотношения между объектами и подобъектами в системе. Поэтому освоение обучаемыми данного метакогнитивного инварианта является частью освоения ими системного подхода как метапредметного умения.

4. *Топологический узел.* Это понятие относится к методам решения задач. Нами предложено рассматривать топологические узлы двух типов: узел-источник и узел-сток. Эти названия условны, и мы ни в коей мере не настаиваем на их введение в разряд терминов.

Узел-источник подразумевает, что один и тот же метод или принцип может использоваться для решения различных задач. Хрестоматийный пример — использование понятия определённого интеграла для нахождения площади фигуры, длины кривой, массы тела и т.д.

Узел-сток означает, что одна и та же задача может быть решена разными методами. Понимание этого, можно сказать настроенность мышления на поиск разных путей

решения, даже если задача решена тем или иным способом — важная когнитивная способность любого специалиста, особенно в научно-технических профессиях.

На формирование у обучающихся этих двух разновидностей когнитивных структур делает акцент в своей широко известной книге Д. Пойя<sup>10</sup>.

5. *Вариативность представления понятия.* Вариативность представления понятия может проявляться в разных аспектах:

- а) в определении понятия;
- б) в раскрытии содержания понятия.

В узком смысле вариативность представления понятия можно понимать как наличие для него разных логически эквивалентных определений. К примеру, в курсе математического анализа эквивалентными являются определение предела функции на языке  $\varepsilon$ - $\delta$  (по Коши) и на языке сходимости последовательностей (по Гейне). Как правило, вариант определения по Коши используется, если требуется доказать, что данное число является пределом функции, определение по Гейне удобно для построения опровержения существования предела.

Приведённый пример показывает, что вариативность представления понятия тесно связана с такой его характеристикой как прагматичность, т.е. применимость для решения той или иной задачи. Тем самым, наряду с *семантикой* понятия, под которой мы понимаем *смысловое* содержание понятия, необходимо принимать во внимание *прагматику* данного понятия, т.е. возможность его использования как *способа пред-*

*ставления* других понятий (языковой аспект) или *метода доказательства / опровержения* (инструментальный аспект). Это напрямую связано с тем, что психологи называют декларативным и процедурным способами представления информации. И на самом деле — вопросы, как из описания сделать алгоритм, составляют едва ли не самый значительный класс задач, которые приходится решать людям. Но внимание этому в учебных курсах практически никогда не уделяется.

6. *Гомоморфизм.* Под гомоморфизмом понимается укрупнение понятий, их «огрубление». Типичная ситуация гомоморфизма возникает при построении математической модели объекта — первым шагом в этом процессе выступает выделение наиболее значащих факторов, характеризующие данный объект, т.е. как бы его «огрубление». При использовании данной когнитивной структуры мы всегда точно знаем, чем пренебрегаем, за счёт чего получен результат и какие опасности подстерегают нас в связи с использованием гомоморфной, а не изоморфной модели.

7. *Понятийное включение.* Понятие А понятийно включает в себя понятие В, если сфера применения понятия А включает в себя сферу применения понятия В.

Когнитивный эффект рассмотрения этого конструкта состоит в том, что логически понятие А может быть подчинено понятию В, но в деятельностной компоненте оно может оказаться более востребованным и, тем самым, дидактически более значимым. Это относится, например, к таким парам математических понятий как «множество» и «подмножество»; «группа» и «подгруппа», «пространство» и «подпространство».

<sup>10</sup> Пойя Д. Как решать задачу: пособие для учителей. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1959. 205 с.

Логически понятие «подмножество» определяется на основе понятия «множество», однако понятие подмножества в рассмотрении возникающих задач играет гораздо более значимую роль, чем понятие множества (в частности, и за счет того, что всякое множество является подмножеством самого себя). То же можно сказать и об остальных парах понятий.

Но мы вынуждены констатировать, что на данный момент этот вид понятийной связи зафиксирован нами только для математического цикла дисциплин.

Как уже отмечалось, открытие Ж. Пиаже когнитивных инвариантов «классификация» и «сериация» лежит в основе построения диагностики развития мышления у детей. На наш взгляд, выделенные нами когнитивные инварианты могут служить основой для диагностики уровня развития мышления у последующих возрастных групп, в том числе студентов. Косвенным подтверждением этому тезису служит неявная опора на такие инварианты как изоморфизм и языковое представление в экспериментальных исследованиях А. Брушлинского<sup>11</sup>, Дж. Равена<sup>12</sup>, Р. Стемберга<sup>13</sup> и других.

Важная особенность метакогнитивных инвариантов состоит в том, что их освоение обучаемыми не увеличивает учебную нагрузку

студентов, а наоборот, позволяет строить методику преподавания, делающую усвоение учебного материала более эффективным. Переходя к обсуждению их роли в методике построения обучения, отметим, прежде всего, что логическая подчинённость, приоритет которой особо подчёркивается при выстраивании любого математического курса, реально является отношением частичного, а не полного упорядочения. Уже это обстоятельство нередко приводит к тем или иным методическим конфликтам, связанным с необходимостью линейного построения курса. Если изобразить логическую зависимость между различными элементами содержания курса (понятиями, фактами, утверждениями и т.п.), то получится ориентированный граф, в котором вершинами выступают элементы содержания (на рисунке 2 они обозначены кружочками), а стрелки указывают на логическое следование. На таком графе естественно определяется процедура измерения расстояния между элементами содержания как длины кратчайшего пути между вершинами, обозначающими эти элементы. Тем самым возникает понятие логической близости элементов содержания.

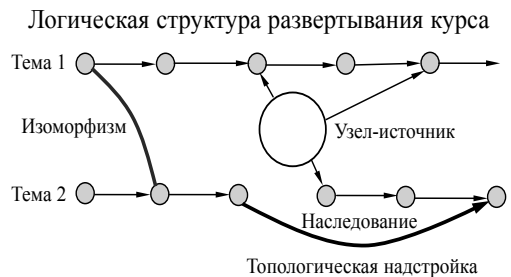


Рис. 2. Метакогнитивные инварианты в логической схеме курса

<sup>11</sup> Брушлинский А.В. Мышление и прогнозирование (Логико-психологический анализ) М.: Мысль, 1979. 230 с.

<sup>12</sup> Raven J.C. Guide to the Progressive Matrices. London: Lewis, 1960.

<sup>13</sup> Sternberg R.J. Procedures for identifying intellectual potential in the gifted: A perspective on alternative "Metaphors of Mind". In: // Heller K.A. et al. (Eds.). International handbook of research and development of giftedness and talent. Oxford: Pergamon, 1993. P. 185–207.

Однако с точки зрения методики преподавания логическая близость элементов содержания — это не единственный вид близости. Между многими понятиями существуют другие связи, обусловленные аналогиями, родственностью применяемых методов и т. д. Такие понятия оказываются близкими не в силу структуры логического следования, а ввиду действия других факторов, нередко более значимых с дидактической и методической точек зрения. Именно к таким факторам нужно отнести и рассмотренные выше метакогнитивные инварианты, ибо они отражают характер связи между различными понятиями, сближая их в процессе освоения. Придавая интуитивному пониманию такой близости ту или иную формализованную форму, мы фактически получаем на графе, отражающем логику курса, дополнительную топологическую структуру (см. рис. 2). Траектория изложения материала, учитывающая понятийную близость, позволяет «сшивать» далекие части и тем самым более отчетливо представлять обучаемым интегративный характер отдельных элементов курса. Это создаёт у студентов понимание его идейной целостности, а преподавателю позволяет глубже понять взаимосвязь отдельных составляющих дисциплины. Выявление понятийных связей обеспечивает такое развитие мышления студента, которое позволяет ему владеть предметным инструментарием не на формальном, а на содержательном уровне.

Приведём только один пример из курса «Дискретная математика», при построении которого был использован инвариант «изоморфизм».

Следует отметить, что теоретико-множественные операции и свойства операций

усваиваются студентами достаточно неплохо. Если считать элементами множества  $A$  точки, например, круга, то, глядя на картинку (диаграмму Эйлера), они легко понимают, что пересечение и объединение множества  $A$  с самим собой равно множеству  $A$ , т.е.  $A \cup A = A$  и  $A \cap A = A$ . В то же время аналогичные тождества алгебры логики усваиваются намного хуже ввиду ложного отождествления с арифметическими операциями над числами. Далеко не все сразу понимают, что если  $x$  — логическая, а не алгебраическая переменная, то логическое умножение (конъюнкция) и логическое сложение (дизъюнкция) удовлетворяют тождествам  $x \cdot x = x$  и  $x \vee x = x$ , а не  $x^2$  и  $2x$ , соответственно, как в алгебре. Сопоставление множеству  $A$  логической переменной  $x$ , а теоретико-множественным операциям «пересечение» и «объединение» — операций «конъюнкция» и «дизъюнкция» даёт изоморфизм этих понятий. Обсуждение со студентами этого изоморфизма способствует усвоению данного материала.

Чтобы иметь возможность оценить степень оптимизации преподавания курса с использованием метакогнитивных инвариантов, нами была предложена математическая модель<sup>14, 15</sup>, основанная на метрических соотношениях графа содержания, обогащенного системой понятийных связей. На примере курса «Дискретная математика» показано, что построение образовательной тра-

<sup>14</sup> Гейн А.Г., Некрасов В. П. Математические модели формирования понятийных связей. Екатеринбург: УрТИСИ. 2011. 112 с.

<sup>15</sup> Гейн А.Г., Некрасов В.П. О количественной оценке дидактической насыщенности математического курса. // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Киров, ВятГУ, 2010, № 4 (3). С. 63–67.

ектории изучения материала с учётом понятийных связей способно сэкономить до 24,1% учебного времени. Как следствие, у студентов появляется возможность более глубокого и обстоятельного освоения этого курса. Разумеется, при построении методики реального курса в действие вступают и другие факторы. Поэтому рассчитывать на достижение вычисленных по нашей модели параметров, конечно, не следует. Тем не менее, эффект наблюдается, о чем свидетельствуют результаты педагогического эксперимента, проведённого при преподавании курса «Дискретная математика».

Педагогический эксперимент по использованию методики преподавания с учётом понятийных связей осуществлялся в пяти потоках студентов Уральского технического института связи и информатики. Контрольную группу составили студенты, обучающиеся по исходной методике. Число студентов в академической группе составляло от 18 до 21 человека. Средний балл по предмету в контрольной группе составил 3,70, в то время как в четырёх экспериментальных группах он находился в пределах от 3,87 до 4,03. Возросла и доля студентов (на 1–3%), сдавших экзамен с первого раза. Особенно ярко эффект от изменения методики преподавания наблюдается при сравнении доли повышенных оценок (т.е. оценок «хорошо» и «отлично»): в контрольной группе он составляет 58% от общего числа оценок, полученных студентами на экзамене, а в экс-

периментальных группах — от 69% до 77%.

Это позволяет сделать следующие выводы по проведённому педагогическому эксперименту:

1. Во всех экспериментальных потоках наблюдается повышение успеваемости студентов по данной дисциплине, тем самым уменьшается опасность отсева.

2. Устойчивое повышение среднего балла по предмету свидетельствует о более высоком качестве усвоения студентами материала данной дисциплины в целом.

3. При использовании механизмов понятийных связей наблюдается устойчивое более чем 10%-е превышение повышенных оценок в сравнении с результатами в контрольной группе. Это означает, что применяемая методика не только уменьшает опасность отсева, но и обеспечивает более высокую подготовленность студентов к дальнейшему обучению.

Нам представляется закономерным пре-валирование эффективности данной методике в сегменте повышенных оценок над эффективностью в пограничной области «успевающие — неуспевающие», поскольку граница между «двойкой» и «тройкой» в большинстве случаев определяется для обучающегося усвоением материала на репродуктивном уровне, в то время как метакогнитивные инварианты способствуют развитию именно продуктивного мышления, которое и становится залогом успеха в получении оценок «хорошо» и «отлично».