МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА СОВРЕМЕННОГО ШКОЛЬНИКА

Валерий Николаевич Клепиков, *кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник Института изучения детства, семьи и воспитания РАО, учитель математики и этики МБОУ СШ № 6 г. Обнинска, klepikovvn@mail.ru*

• образованный человек • человек культуры • общая культура • математическая культура • математическая картина мира • культура математического мышления • математические практики • концепция • концепт • феномен • интеграция

В последние десятилетия параллельно словосочетанию «образованный человек» появилось, может быть, более близкое и родное для российской ментальности — «человек культуры». Понимание данного концепта, помимо предыдущей истории русской культуры, в XX веке подготовили фундаментальные работы таких известных на весь мир учёных, как П.А. Флоренский, М.М. Бахтин, А.Ф. Лосев, Ю.М. Лотман, В.С. Библер, С.С. Аверинцев и другие, которые задали нашему образованию широкий и глубокий общекультурный контекст. В то же время в Западной Европе известный физик Э. Шрёдингер небезосновательно напоминал: «Существует тенденция забывать, что все естественные науки связаны с общечеловеческой культурой и что все научные открытия, даже кажущиеся в настоящий момент наиболее передовыми и доступными пониманию немногих избранных, всё же бессмысленны вне своего культурного контекста»[1]. Вот почему для нас существенно рассматривать становление юного человека в контексте формирования его общей и математической культуры.

Как известно, общая культура человека состоит из ряда культур: интеллектуальной, эстетической, этической, математической и других. Каждая культура выявляет особый ракурс видения, понимания и освоения мира, создаёт его особенную картину (физическую, биологическую, математическую и т.п.). В соответствии с данной картиной юный человек выбирает для себя поле деятельности, профилизацию, профессию. Важную роль в ряду других культур занимает и математическая культура. Известный педагог П.К. Гейлер ещё в XIX веке проницательно заметил: «Математика человеку необходима для понимания красоты мироздания и для изучения природы как великого целого, составную часть которого составляет каждое творение и в недрах которого витает жизнь и радость…»[2].

На страницах журнала «Школьные технологии» мы уже познакомили читателей с формированием интеллектуальной[3], эстетической[4] и этической[5] культур учащихся. Пришло время познакомить с формированием математической культуры школьников. Математическая культура основывается на «трёх китах»: математическая картина мира, культура математического мышления и математические практики. Представим сказанное в виде схемы.

Под концептуальной картиной мира мы понимаем совокупность динамически взаимосвязанных концептов, образующих фрактально-подобное целое. Тем самым инкультурация человека осуществляется в виде особых ментальных образований — концептов. Каждый концепт обладает свойством самоподобия: часть подобна целому, целое

[1] *Шрёдингер Э.* Избранные труды по квантовой механике. М., 1976. С. 261.

[2] *Гейлер П.К.* Геометрия как необходимое образовательное средство в каждом мужском и женском заведении // Учитель. 1864. С. 47.

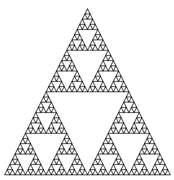
[3] *Клепиков В.Н.* О формировании культуры мышления у современного школьника // Школьные технологии. №4. 2012.

[4] *Клепиков В.Н.* Формирование эстетической культуры учащихся в современной школе // Школьные технологии. 2014. №6.

[5] Клепиков В.Н. Как построить и провести современное этическое занятие? // Школьные технологии. 2014. №1.

Математическая культура школьника		
Математическая картина мира	**Культура математического мышления**	**Математические практики**
Концептуальная картина мира, выражаемая с помощью базовых математических концептов: аксиома, мера, число, величина, равенство, неравенство, тождество, пропорция, подобие, симметрия, функция, дифференциал (производная), интеграл, геометрическая фигура, параметр, континуум и т.д.	Практико-прикладное, абстрактно-логическое, комбинаторно-вероятностное, пространственно-образное, ассоциативно-пластическое, знаково-символическое, интуитивно-наглядное, проектно-исследовательское, креативно-эвристическое	Устный счёт, математическая игра, решение и составление задач и примеров, сбор данных, измерение объекта, построение модели объекта, проектировка параметров, компьютерное моделирование, исследовательский эксперимент, профильная подготовка
Математические результаты (ЗУНы, УУД, компетенции) и продукты (концепты, проекты, исследования, модели и т.д.)		

подобно каждой части. Именно поэтому, освоив всего лишь один концепт, учащийся с учётом своего возраста как бы охватывает математическую культуру в её полноте, получает о ней некоторое целостное представление. Залогом целостного представления, конечно, является педагог, вооружённый соответствующим инструментарием: сформированной общей и математической культурой, математической картиной мира, научным мировоззрением, различными типами мышления, математическими практиками, математическим языком. Приведём наглядный пример фрактала.



Через любой концепт человек входит в мир математики в роли полноправного «жителя». Поэтому в ходе формирования математической культуры учащихся решать примеры и задачи очень важно, но недостаточно. В этой связи известный математик Р. Пенроуз отметил, что «математическое понимание вовсе не сводится к вычислительной работе мозга, а к чему-то совершенно иному, связанному с нашей способностью осознать или понимать окружающий мир»[6]. Нужно всегда стремиться смоделировать полнокровный и жизнеспособный математический концепт. В этом деле, конечно, неоценимую помощь оказывает Интернет, а также научно-популярная литература (многие книги находятся также в Интернете в свободном доступе). В последние годы вышли и были переизданы замечательные книги таких учёных, как А.Ф. Лосев, Я.И. Перельман, Ф.Ю. Зигель, Г.И. Глейзер, В.А. Успенский, А.В. Волошинов, Ю.В. Пухначёв, Ю.П. Попов, Л.Ф. Пичурин, А.А. Ивин и многих других. Хорошим подспорьем для формирования математической культуры стали книги издательства «Де Агостини» серии «Мир математики» в 45 томах (2014 год).

Перед тем как более подробно пояснить понятие «концепт», напомним суть термина непосредственно с ним связанного — «концепция». Концепция — это общее понимание явлений, общий замысел, основная точка зрения, система связанных между собою и вытекающих один из другого взглядов на те или иные явления. «Концепция (от лат. conception — схватывание) связана с разработкой и развёртыванием личного знания, которое, в отличие от теории, не получает завершённой дедуктивно-системной формы организации и элементами которого являются не идеальные объекты, аксиомы и понятия, а концепты — устойчивые смысловые сгущения, возникающие и функционирующие в процессе диалога и речевой коммуникации»[7]. Таким образом, можно утверждать, что концепция состоит из концептов.

Слово «концепт» — относительно новое понятие. Ранее в отечественной педагогике

[6] *Пенроуз Р.* Большое, малое и человеческий разум СПб., 2008. С. 117

[7] Новая философская энциклопедия в четырёх томах. Т.2. М., 2010. С. 308.

употреблялись такие близкие термины, как «стержневые знания», «порция знаний», «единица знаний», «опорные знания», «укрупнённая дидактическая единица» и т.п. Однако они уже не совсем соответствуют современным требованиям ФГОС, в которых заявлены не только ЗУНы, но и универсальные учебные действия, компетенции, которые должны отвечать не только гносеологическим и психологическим критериям, но и аксиологическим (идеалы, ценности, смыслы) и онтологическим («живое знание», «культурный феномен»). В этой связи важно отметить, что учащийся может усвоить систему математических знаний, но не сформировать математическую культуру. Их различие состоит в том, что систему знаний можно эффективно использовать, но полноценно жить можно только в мире культуры.

Что же означает слово «концепт»? Мы солидарны с мнением Ю.С. Степанова, который трактует концепт следующим образом: концепт — это в первую очередь «разросшееся» понятие и вместе с тем «пучок» представлений, идей, знаний, ассоциаций, переживаний, символов, знаков. В отличие от понятий, концепты не только мыслятся, но и переживаются, в них погружаются. Они предмет эмоций, симпатий и антипатий, а иногда и столкновений. Концепт — основная ячейка культуры в ментальном мире человека. Концепт — это как бы сгусток культуры в сознании человека; то, в виде чего культура входит в ментальный мир человека. И, с другой стороны, концепт — это то, посредством чего человек — рядовой, обычный человек, не «творец культурных ценностей» — сам входит в культуру, а в некоторых случаях и влияет на неё[8]. Тем самым, концепт, благодаря своим пластичным характеристикам, достаточно органично вписывается в школьное образование, востребован им.

Слова Пифагора о том, что «всё есть число», не наивность, не эпатаж, не преувеличение знаменитого математика, а величайшее прозрение, осознание того, что число не только некая количественная мера и наиболее точный инструмент познания объектов мира, но и ценность, смысл, пластическое изваяние, универсальное устройство по гармонизации Космоса и внутреннего мира человека. Очевидно, что для пифагорейцев число не просто некое формальное знание, но концепт, т.е. в пределе — концептуальное обобщение, сопряжённое с их внутренним миром, закономерный результат и итог их многосторонней жизнедеятельности.

Собственно, каждый первопроходец, подобно Пифагору, мог воскликнуть: «Вначале была мера, бесконечность, пропорция, функция и т.п.». Каждый учащийся, стремящийся сформировать индивидуальную математическую культуру, должен стать открывателем математических феноменов с последующим их развёртыванием в концепт. Очевидно, что для этого должны быть созданы соответствующие условия и открытая образовательная среда. В образовательных программах по математике с 1-й по 11-й классы для каждого возраста обозначен круг понятий-концептов, которые могут лечь в основу математической культуры учащегося. В соответствии с этим для каждого класса намечается и определённый уровень сформированности математической культуры школьника.

Как же воспроизводится концепт? Во-первых, как мы уже сказали, общее понимание концепта должно присутствовать в сознании педагога в качестве некоторого идеального образца. Во-вторых, учащийся должен быть настроен на освоение не некоего фрагмента знания, а целостного концепта. В-третьих, при создании концепта необходимо использовать не только формально-логические знания, но и культурно-исторические, философские, психологические, поэтические, отвечающие на следующие вопросы:

- Какие артефакты были найдены в связи с данным феноменом?
- Какие занимательные исторические факты связаны с данным феноменом?
- Какими свойствами и признаками обладает данный феномен?
- Что нового человечество узнало благодаря данному феномену?
- Кто придал данному феномену наиболее совершенную форму — форму современного концепта (формула, язык, знак, символ)?
- Какую проблему решил или поставил данный концепт?

[8] *Степанов Ю. С.* Константы: Словарь русской культуры: 3-е изд. М., 2004. С. 42-67.

• Как данный концепт связан с другими близкими концептами?
• Как данный концепт используется в науке, искусстве и жизни?
• Какой потенциал концепта остался нереализованным?
• Какие общекультурные (философские, религиозные, психологические, бытовые и т.д.) смыслы были актуализированы человечеством благодаря данному концепту?
• Какую роль играет данный концепт в моём внутреннем мире?

Для педагога, занимающегося формированием математической культуры учащихся, очень важно учитывать и раскрывать различные методологические контексты. Благодаря различным контекстам мы получаем не «линейный» и «плоский», а «объёмный» и «многомерный» концепт. Научный контекст предполагает рассмотрение концепта с точки зрения объективных значений, без различных субъективных коннотаций. Для этого концепту даются однозначные толкования, а понятиям — однозначные дефиниции. Обычно такое рассмотрение присуще учебникам и соответствующим специализированным словарям. Однозначное определение понятия очень важно в ходе научного познания, так как устраняет неопределённости и двусмысленность в трактовке терминов.

Исторический контекст предполагает рассмотрение концепта в его развитии: возникновение, содержательное наполнение с учётом различных субъективных мнений и точек зрений учёных. П.М. Эрдниев сетовал: «Интересное, занимательное, удивительное в математике подчас не находит места в учебнике. Эти наиболее информативные и драгоценные достижения человеческой мысли сообщаются вне и после уроков, т.е. лишь небольшой части учащихся, в необязательном плане»[9]. В процессе раскрытия исторического контекста значимо эмоционально-мировоззренческое отношение учёных к своим открытиям. Вспомним лишь, как отнеслись пифагорейцы и Пифагор к открытию иррациональных чисел. Это открытие привело их в ужас: неужели в основании мира лежит нечто непредсказуемое, неустойчивое, иррациональное?

Культурный контекст предполагает рассмотрение концепта с точки зрения разнообразных культур. Как показывает анализ, в различных культурах одни и те же знания имеют различную смысловую наполненность — в соответствии с тем или иным национальным менталитетом. Неслучайно в последние годы появилась так называемая *этноматематика*, которая выявляет культурологическую специфику математических знаний. Например, древние государства числа обожествляли и мифологизировали, античная культура в понятие числа вкладывала телесные и пластические интуиции (для них число — это буквально определённая геометрическая фигура), в средние века число насыщалось религиозно-мистическими смыслами, в новое время число чаще всего рассматривалось как некая количественная абстракция и величина, в современной общечеловеческой культуре превалируют различные взаимодополняющие точки зрения. Вспомним также, как в различных странах относятся к тем или иным числам или цифрам в быту.

Философский контекст рассматривает те или иные концепты в соответствии с той или иной мировоззренческой парадигмой, с тем или иным типом рациональности (классическим, неклассическим, постнеклассическим). Различные типы рациональности определяют рефлексию над деятельностью субъекта: от элиминации из процедур объяснения всего, что не относится к объекту (классика), к осмыслению соотнесённости объясняемых характеристик объекта с особенностями средств и операций деятельности (неклассика), до осмысления ценностно-целевых ориентаций субъекта научной деятельности в их соотнесении с социальными целями и духовно-нравственными ценностями (постнеклассика). Действительно, на современном этапе образования очень важно, как ученик осмысливает тот или иной объект, какими методами, средствами и операциями пользуется и на что эта деятельность в конечном счёте направлена (идеалы, ценности, жизненные приоритеты и т.д.). Французский математики Жан-Шарль де Борда писал: «Без математики нельзя глубоко проникнуть в суть философии, без философии нельзя глубоко проникнуть в суть математики, а без них обеих нельзя понять суть чего бы то ни было».

[9] Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Обучение математике в школе. М., 1996. С. 233.

Таким образом, в ходе формирования математической культуры принципиально важно не просто решить некоторую задачу (или ряд задач), но исследовать в контексте научных, исторических, культурных и философских контекстов ключевую задачу-проблему, которая обусловила поворотный момент в истории математики. Важно выяснить, чем была данная ключевая задача в истории развития математики и культуры человечества, а также прояснить значимость данной задачи для внутреннего мира учащегося. И тогда получаемый концепт заслуженно становится очередной ступенькой по формированию математической культуры учащегося.

Ключевые задачи общеизвестны: открытие числа (в многообразии его определений и исторических коннотаций), открытие проблемы несоизмеримости (в контексте рациональных и иррациональных чисел), доказательство теоремы Пифагора (в контексте универсальности и различия исторических трактовок), задача на решение квадратуры круга (в контексте строгого и нестрогого решения), задача на трисекцию угла (возможности различных делений угла), обнаружение различных видов пропорции (обычная, геометрическая, «золотая», арифметическая, гармоническая, их применение), софистические задачи (в контексте математических законов и правил логики), наличие различных систем счисления в культурах народов (в контексте их культурно-исторического аспекта), задачи на теорию вероятности (в контексте их проблемного обсуждения Паскалем и Ферма), проблема бесконечности (в контексте её интерпретации Зеноном, Аристотелем, Лейбницем и другими математиками и философами), проблема континуума (драма идей Кантора), нахождение мгновенной скорости (исследования Галилея), нахождение объёма бочки («Новая стереометрия винных бочек» Кеплера и «Геометрия неделимых» Кавальери), открытие интегрирования и дифференцирования (в контексте диспута Лейбница и Ньютона) и т.д.

На ключевую задачу порой бывает выйти нелегко, тогда можно использовать любое значимое для ребёнка достоверное математическое знание. Только его необходимо грамотно «раскрутить», захватить в его орбиту самые существенные смыслы и значения, в том числе и ключевые проблемы-задачи. Многие учёные отмечают, что в любой информации существуют особые «зоны уплотнения», «узловые точки» или «монады», которые как бы собирают, стягивают информацию в единое целое и в круге которых образуется силовое поле, наблюдается более интенсивная духовно-интеллектуальная жизнь. Такие точки П.А. Флоренский назвал «средоточиями», М.К. Мамардашвили — «точками интенсивности», В.С. Библер — «точками удивления», В.И. Загвязинский — «горячими точками», А.В. Хуторской — «точками-проблемами», Г. Померанц — «узелками бытия», А.Н. Леонтьев — «смысловыми единицами», а некоторые мыслители говорят о «точках роста». Здесь важно отметить, что именно субъектно-значимое знание может захватить ребёнка и способствовать формированию его индивидуальной математической культуры.

Концептом может стать изучение всего лишь одного определённого числа. Например, чтобы число $\sqrt{2}$ стало концептом, нужно не просто найти его примерное значение на микрокалькуляторе, но провести маленькое исследование и ответить на следующие вопросы: какие артефакты, связанные с числом $\sqrt{2}$, были обнаружены в истории математики? Как пифагорейцы могли столкнуться с иррациональным числом $\sqrt{2}$? Почему пифагорейцы испытали шок в процессе открытия $\sqrt{2}$? Как Гиппократ Хиосский в итоговом результате своего знаменитого доказательства, связанного с нахождением площади «луночки», избежал иррациональных чисел $\sqrt{2}$ и π? Для любых ли двух отрезков существует их общая мера? Какие отрезки называются соизмеримыми и несоизмеримыми? Возможен ли алгебраический переход от 1 к $\sqrt{2}$? Возможен ли геометрический переход от 1 к $\sqrt{2}$? Как, используя геометрические фигуры, извлечь $\sqrt{2}$? Что является мерой для иррационального числа $\sqrt{2}$? Как пифагорейцы доказывали иррациональность числа $\sqrt{2}$? Как удвоить площадь квадрата, используя его диагональ, равную $\sqrt{2}$? На какой геометрической фигуре основана поговорка: «Пифагоровы штаны во все стороны равны»? Как из иррационального числа $\sqrt{2}$ получить десятичную дробь? Почему для осмысления числа $\sqrt{2}$ необходимо понятие «актуальная бесконечность»? Какая формула связывает числа $\sqrt{2}$ и π? Где используется число $\sqrt{2}$ в современных технологиях?

Если внимательно проанализировать вопросы, то в них обнаруживаются и математический (алгебраический, геометрический), и исторический, и психологический, и философский, и технический, и бытовой смыслы числа $\sqrt{2}$. Интеграция этих значений и смыслов образует содержательную наполненность получаемого концепта $\sqrt{2}$. В данном концепте, как в капле, отражается или выражается целое математической культуры для учащегося 8-го класса.

Интеграционные процессы здесь существенны, так как обеспечивают органическое единство различных знаний о числе. Только благодаря интеграционным процессам можно получить органичный концепт. Напомним, что целое (концепт) и интегрированные элементы (в нашем случае — значения и смыслы) отличаются следующими признаками:

- 1) связи между элементами приобретают сообразный и взаимообусловленный характер;
- 2) они приобретают такие свойства, которыми вне целого не обладают;
- 3) составленное целое приобретает некие новые дополнительные свойства, которые бы отсутствовали, если бы целое было составлено из простой суммы элементов.

Если сказать очень лаконично, то в концепте осуществляются следующие интеграционные сопряжения: число — величина, обыкновенная дробь — десятичная дробь, целое — часть, мера — отсутствие меры, соизмеримое — несоизмеримое, конечное — бесконечное, рациональное — иррациональное и т.д. Используя данные сопряжения, мы узнаём, что существуют несоизмеримые числа и величины (рациональные и иррациональные). Однако в теореме Пифагора они связываются формулой, а на прямой они сосуществуют, образуя множество действительных чисел. Так отчасти решается проблема несоизмеримости. Благодаря открытию числа человечество в науке, искусстве и жизни стало широко использовать слова «рациональное» и «иррациональное», а само число — в технологиях (стандарт DIN бумаги, размеры диафрагмы в фотографии и т.п.).

Хорошим методологическим и методическим подспорьем по формированию математической культуры школьников являются ФГОС второго поколения, в которых определяются основные образовательные результаты: *личностные*, *предметные* и *метапредметные*. Как показывает практика, именно метапредметные результаты и создают предпосылки для перехода личностных и предметных результатов на уровень математической и далее общей культуры учащегося.

Для метапредметных результатов характерны мощные рефлексивные процедуры (осознавать, оценивать, представлять, моделировать, планировать, координировать, контролировать и прочее), которые позволяют концепты актуализировать, выявлять, разграничивать, классифицировать, а также интеграционные процедуры (диалогизация, идентификация, ассимиляция, экстраполяция, концептуализация и прочее), которые позволяют рассматривать концепты в различных ракурсах, контекстах, интерпретациях и синтезировать в общую концептуальную картину. При этом особенно существенны те контексты, которые актуализируются в процессе межпредметных связей. Например, в ходе формирования концепта пропорции привлекаются почти все школьные предметы:

- на уроках математики — это знание обычной и геометрической пропорции;
- на уроках литературы — это поэтические сравнения, сопоставления;
- на уроках физики — это учёт равновесия тел и сил, раскрытие связей в изопроцессах, выражение свойства преломления волн и т.д.;
- на уроках химии — это расчёт меры смешиваемых веществ;
- на уроках физкультуры — это чувство равновесия и эстетическое восприятие физической красоты человека;
- на уроках труда — это способность создать гармоничную и устойчивую конструкцию;
- на уроках рисования — это использование «формулы красоты» или «золотого сечения»;
- на этических занятиях — это использование «золотого правила нравственности» в отношениях и т.д.;
- на уроках географии — это широкое использование такого понятия, как «масштаб»;

• на уроках биологии — экологии — понимание чуткого баланса природного мира.

Но самое главное — с помощью пропорции до внутреннего мира ученика можно донести то, что она, как уже понимали древние мудрецы, лежит в основе гармонии мира (онтологический аспект).

Так как математический концепт является общекультурным феноменом, для его формирования привлекаются различные деятели-созидатели. К данному процессу присоединяются:
• *учёные* и *экспериментаторы*, совершающие научные открытия в полноте человеческих переживаний и драматических коллизий;
• *историки науки* и *культуры*, воссоздающие культурно-исторические факты и наполняющие их чувствами и мыслями участников событий;
• *писатели* и *художники*, раскрывающие особенности эпохи посредством ярких художественных образов;
• *психологи* и *социологи*, помогающие разобраться во внутриличностных и социальных процессах (которые нередко взаимообусловлены);
• *философы* и *богословы*, пытающиеся осмыслить реалии жизни в горизонте предельных вопросов бытия;
• *педагоги* и *учащиеся*, осваивающие научные и культурно-исторические феномены с помощью концептов и современных технологий.

Отсюда ясно, что необходимо широкое привлечение научной, художественной, научно-популярной литературы, а также Интернета.

Важнейшей составляющей математической культуры учащегося является широкий спектр различных видов мышления. В современном образовании востребованными являются следующие виды мышления:

1) *практико-прикладное мышление* отражает компетентность учащегося применять свои теоретические знания на практике, в конкретной деятельности, в «полевых условиях»; для этого от него требуются такие качества, как эрудиция, собранность, сосредоточенность, организованность, сноровка, точность, сила воли, т.д.;

2) *интуитивно-наглядное мышление* отражает компетентность учащегося делать опору на зрительные представления, наглядную память, интуитивные прозрения; порой понимание теоремы не сводится к осознанию каждого шага доказательства, но сводится к интуитивно-наглядному схватыванию самого главного, самых существенных этапов доказательства за ограниченный промежуток времени[10];

3) *абстрактно-логическое мышление* выражает компетентность учащегося формулировать определения (давать дефиниции), классифицировать понятия по различным основаниям, делать верные суждения и умозаключения, демонстрировать умения по выявлению свойств и признаков различных объектов, анализировать, синтезировать, сравнивать, обобщать, доказывать и опровергать, делать заключения и выводы и т.д.;

4) *пространственно-образное мышление* отражает компетентность учащегося в различении линейных, плоскостных и объёмных объектов, мысленное достраивание и реконструкцию объектов, моделирование принципиально новых объектов, восстановление недостающих элементов объекта, сопряжение и перекодирование образов и т.д.;

5) *ассоциативно-пластическое мышление* выражает компетентность учащегося на основе объективных и субъективных ассоциаций устанавливать плавные переходы, взаимосвязи между различными объектами, значениями и смыслами, обнаруживать их границы, пределы, взаимопереходы; например, понимать, как обычная пропорция трансформируется в геометрическую и далее — в «золотую» и т.п.;

6) *комбинаторно-вероятностное мышление* отражает компетентность учащегося использовать простейшие способы представления и анализа статистических данных, находить относительную частоту и вероятность случайного события, решать комби-

[10] А. Пуанкаре отмечал: «Нельзя всё доказать и нельзя всё определить. Приходится всегда делать заимствования у интуиции».

[11] *Клепиков В.Н.* Развитие пластического мышления школьников // Школьные технологии. 2015. №1.

наторные задачи на нахождение числа объектов или комбинаций и т.д.;

7) *проектно-исследовательское мышление* выражает компетентность учащегося фиксировать изменения объекта, различать объект и предмет, ставить проблему, выдвигать гипотезу, выбирать методы исследования, планировать, рефлексировать, прогнозировать, корректировать и т.д.;

8) *креативно-эвристическое мышление* выражает компетентность учащегося своевременно применять воображение, проницательность, навыки обнаружения противоречий и проблем, навыки неожиданных сравнений и сопоставлений, обнаруживать «точки удивления», антиномии и парадоксы, конструировать метафоры и т.д.;

9) *знаково-символическое мышление* отражает компетентность учащегося ясно, лаконично выражать свои мысли с помощью математического языка (знаки, символы, схемы, графики и прочее); освоение новых знаков и символов влечёт за собой и приращения в области культуры математического мышления[12].

Педагогу, занимающемуся формированием математической культуры учащихся, важно осознавать, на развитие какого вида мышления направлена его деятельность, какой тип мышления он актуализирует в данный момент, какому виду мышления отдаёт предпочтение тот или иной ребёнок. Тем самым умение своевременно привлечь тот или иной тип мышления обеспечивает успешность его работы.

В работе со всеми школьными возрастами в первую очередь учитель нацеливает учащихся на понимание материала. Поэтому, начиная с первых классов, он актуализирует у детей вопросительность, неоднозначность и парадоксальность видения научных понятий, фактов, феноменов. А это достигается благодаря вызреванию самобытных смыслов. Отсюда главное в ходе формирования математической культуры — это вычленение адекватного смысла, близкого возрастным особенностям ребят.

Сегодня, согласно ФГОС второго поколения, востребованы такие математические практики, как моделирование, проектирование, исследование, эксперимент. Каждый учащийся в течение года должен подготовить свой образовательный продукт[13] в рамках одного предмета или ряда предметов. Он может довести свою работу и до уровня некоего концептуального обобщения, т.е. получить полновесный концепт. Конечно, нечто объективно новое учащийся не создаст, но, используя интеграционные процессы, он сможет получить обновлённые («вновь ожившие») знания: выявить субъектно-значимые ракурсы, идеи, связи, смыслы и интерпретации.

Существенным фактором по формированию математической культуры могут стать общешкольные научно-практические конференции, на которых присутствуют педагоги и участвуют учащиеся различных возрастов. Именно на общешкольных конференциях демонстрируются результаты и достижения, которые объединяют педагогов и учеников, занимающихся формированием математической культуры.

Предлагаем вашему вниманию названия и главные идеи конференций, разработанных и проведённых в СШ № 6 г. Обнинска и других школах России.

1. «Всё есть число» (5–6-е классы). Числовое разнообразие в математике выражает смысловое богатство мира. Числовые закономерности позволяют понять явления окружающего мира и раскрыть глубины духовного мира человека. Древние мудрецы пришли к выводу, что вещи суть копии чисел, а числа — начала вещей.

2. «Целое — доля — часть в математике, искусстве и жизни» (6–7-е классы). Между понятиями «целое», «доля» и «часть» существует глубинная взаимосвязь, которую можно найти как в математике, так и в жизни. Целое — это то, относительно чего мы измеряем. Часть — это то, что приобщается к «целому», и тем самым приобретает размерность. Доля — это то, что связывает

[12] Н. Бор говорил: «Математика – это больше, чем наука, это — язык».

[13] Клепиков В.Н. Создание проектных продуктов в современной школе // Школьные технологии. 2015. № 3.

«часть» и «целое». Пропорция — это гармоническое соотношение «целого», «доли» и «части».

3. «Симметрия в науке, искусстве и жизни» (7–8-е классы). Идея симметрии (асимметрии, диссимметрии) характеризует визуально-пространственное и чувственное равновесие или его отсутствие во внешнем и во внутреннем мире человека, и тем самым помогает на эмоционально-физиологическом уровне почувствовать гармонию мира.

4. «Пропорция и гармония мира» (8–9-е классы). Различные типы пропорций («обычная», «геометрическая», «золотая» и прочее) помогают обнаружить разнообразие зависимостей явлений окружающего мира, выразить гармонию мира на языке математики, выявить закономерности духовно-нравственной жизни человека.

5. «Софисты и софистика» (7–9-е классы). Софистические доказательства возникают тогда, когда «мерой» всего выступает только человек. Для сохранения объективного взгляда на мир человеку помогают такие структуры, как аксиомы математики, принципы логики, законы мироздания, общечеловеческая культура, абсолютные ценности и т.д.

6. «Истина и логика» (7–9-е классы). Для понимания мира и человека очень важно овладеть законами правильного мышления, правилами логики, основами культуры мышления; только тогда человек вправе надеяться на постижение истины.

7. «Великая тайна пифагорейцев» (8–9-е классы). Проблема несоизмеримости открыла для человечества новый взгляд на мир, с учётом как его рациональной составляющей, так и иррациональной. Оказалось, что гармония и красота мира есть парадоксальный синтез рационального и иррационального.

8. «Парадоксы бесконечности» (9–10-е классы). Осваивая различные виды математической бесконечности (актуальная, потенциальная и так далее), человек параллельно осваивал и звёздные просторы вселенной, и окружающий мир, и глубины своего внутреннего мира. Красноречиво это демонстрируют памятники мировой культуры.

9. «Тайны и загадки совершеннейшей формы» (5–11-е классы). Совершеннейшая из форм, различные модификации которой выражаются окружностью, кругом, сферой и шаром, благодаря своим удивительным свойствам и признакам, является символом идеальной гармонии и полноты, надёжным ориентиром в человеческих отношениях и переживаниях.

10. «Угловатая форма, устремлённая вверх» (5–11-е классы). Угловатую форму в первую очередь связывают с треугольником и теми фигурами, в которых треугольник является образующим элементом (тетраэдр, пирамида и т.д.). С давних времён с данной формой связывали человеческую устремлённость к идеалам, духовное восхождение. Обнаружить это можно, созерцая великие памятники архитектуры.

11. «Царство многогранников» (6–11-е классы). Многогранники, благодаря своим уникальным свойствам, являют нам идеальные модели наиболее компактного, совершенного и гармоничного существования объектов мира. Теория многогранников тесно связана с топологией, теорией графов, линейным программированием и т.д. Недаром многогранник является символом многосторонней одарённости человека.

12. «Этот вероятностный мир» (9–11-е классы). Идея вероятности — одна из основополагающих и интригующих идей, лежащих в фундаменте современной науки. Вероятность — количественная мера возможности осуществления события при наличии неопределённости. Вероятностные методы исследований интенсивно входят практически в каждую из наук о природе и обществе. Везде, где наука сталкивается со сложностью, с исследованием сложноорганизованных систем, вероятность приобретает важнейшее значение.

13. «Евклидова и неевклидова геометрии» (9–11-е классы). В XIX веке, благодаря работам Я. Бояи, К. Гаусса, Н. Лобачевского и Г. Римана, оказалось, что Евклидова геометрия не является единственно возможной. Вслед за ними математики создали и исследовали многие различные «геоме-

трии», которые оказались столь же логичными, стройными и непротиворечивыми. И только в XX веке учёные доказали, что геометрия Н. Лобачевского нашла применение в специальной теории относительности А. Эйнштейна, а геометрия Г. Римана служит фундаментом для общей теории относительности. Оказалось, что взаимосвязь пространства и времени имеет непосредственное отношение к неевклидовой геометрии. Мир предстал перед человеком не столь «плоским» и «прямолинейным», как в геометрии великого Евклида.

14. «Особенности интегрально-дифференциального понимания мира и человека» (10–11-е классы). Для понимания мира человеку приходится постоянно производить операции интегрирования и дифференцирования (в широком смысле). Интегрирование позволяет осмыслить и сохранить полноту мира (удержать его целое), дифференцирование — обнаружить ценность составляющих его частей и мгновений. Взаимообусловленность этих процессов выражается в принципах «Всё во всём», «Часть подобна целому», «Максимум и минимум тождественны», «Единое во многом», «Различное в одном» и т.д.

Для примера укажем, что, разрабатывая общешкольную тему «Угловатая форма, устремлённая вверх» (5–11-е классы), учащиеся разрабатывали в течение года индивидуальные исследовательские темы, при этом многие темы содержательно пересекались, что подогревало интерес к работам друг друга. Вот названия некоторых из них: «Особенности треугольных узоров» (4-й класс), «Треугольные числа» (5-й класс), «Особенности доказательства теоремы Пифагора в различных культурах» (8-й класс), «Трисекция угла» (8-й класс), «Магия равностороннего треугольника в геометрических задачах» (8-й класс), «Пифагорейская пентаграмма» (9-й класс), «Замечательные точки треугольника» (9-й класс), «Взаимосвязь треугольника Паскаля, бинома Ньютона и чисел Фибоначчи» (9-й класс), «Применение свойств правильных выпуклых многогранников в понимании мира: мифы и реальность» (11-й класс), «Парадоксы и загадки треугольника Пенроуза» (10-й класс), «Построение компьютерных моделей готического и православного храмов» (9-й класс), «Сравнительный анализ понимания идейных истоков готического и православного храмов в работах русских писателей и философов» (11-й класс), «Геометрические и мистические загадки пирамид» (11-й класс), «Наиболее эффективные способы конструирования многогранников» (11-й класс).

При ознакомлении с процессом формирования математической культуры школьников возникает закономерный вопрос: а как она отражается в их повседневной жизнедеятельности? Отчасти её весомую значимость легко проследить по широчайшему распространению математических терминов, которые органично используют ребята в своей речи. Приведём некоторые примеры: «мыслить по касательной», «обнаружить точки соприкосновения или пересечения», «симметричные или пропорциональные отношения», «найти точку отсчёта», «масштабный подход», «выявить параметры развития», «мировоззренческие координаты», «высокая степень взаимопонимания», «играть осевую роль», «административная пирамида», «психологическая комбинаторика», «геометрия взаимодействий», «смотреть через призму», «многогранная личность», «острые углы», «интеграционные процессы», «учитывать плюсы и минусы», «выявить вектор развития», «обозначить рабочие функции», «обнаружить среднюю линию или медиану», «несоизмеримые мнения», «суммарный эффект» «параллельное движение», «иррациональное состояние» «культурный континуум», «мыслить в пределе», «вынести детали за скобки», «сменить единицу измерения» и прочее. На наш взгляд, математическая культура человека имеет место быть, когда математические понятия и символы органично присутствуют в разговорной речи, мышлении, воображении человека и определяют его культурный кругозор.

Итак, математическая культура современного школьника базируется на «трёх китах»: математическая картина мира, культура математического мышления и математические практики. Математическая картина мира подразумевает «фрактальную» концептуализацию материала с помощью интегрированных концептов, имеющих научные, исторические, философские и культурные коннотации. Культуру математического мышления выражает широчайший спектр интеллектуальной деятельности, востребованный современной технологической революцией: от практико-прикладного до креативно-эвристического. Традиционные математические практики в современном школьном образовании дополняются относительно новыми: моделирование, проектирование, исследование, эксперимент. Закономерными результатами формирования математической культуры становятся знания — умения — навыки, универсальные учебные действия, компетенции, а продуктами — модели, проекты, исследования, концепты. ❑