

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБРАЗ КАК КРЕАТИВНЫЙ РЕСУРС ИНТЕЛЛЕКТА СОВРЕМЕННОГО ЧЕЛОВЕКА

Валерий Николаевич Клепиков, кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник Института изучения детства, семьи и воспитания РАО, учитель математики и этики МБОУ, СШ № 6 г. Обнинска, klepikov@mail.ru

• математика • интегратор • структура • образ • форма • продуктивное воображение • идея • метод

Когда говорят о креативном ресурсе математики и в частности — математического мышления, то чаще всего имеют в виду рационализм и логику. Но рациональное и логическое мышление можно формировать и не используя математику! И тогда возникает закономерный вопрос: а существуют ли специфические и в каком-то смысле общепонятные математические структуры, которые укрепляют и стабилизируют мышление современного человека, делают его одновременно универсальным и уникальным, убедительным и эстетически выразительным? Интуитивно мы чувствуем, что существуют, но не всегда отдаём в них отчёт.

При этом в информационном пространстве всё чаще и чаще проскальзывают словосочетания, в которых фигурируют математические понятия: «мыслить по касательной», «обнаружить точки соприкосновения или пересечения», «симметричные или пропорциональные отношения», «найти точку отсчёта», «масштабный подход», «выявить параметры развития», «мировоззренческие координаты», «высокая степень взаимопонимания», «играть осевую роль», «административная пирамида», «любовная комбинаторика», «геометрия взаимодействий», «смотреть через призму», «многогранная личность», «интеграционные процессы», «учитывать плюсы и минусы», «выявить вектор развития», «обозначить рабочие функции», «обнаружить золотую середину, среднюю линию или медиану», «несоизмеримые мнения», «суммарный эффект» «параллельное движение», «иррациональное состояние» «культурный континуум», «мыслить в пределе», «вынести детали за скоб-

ки», «сменить единицу измерения» и прочее¹.

Очевидно, что при создании таких словосочетаний мы опираемся на математические образы и творчески их развиваем. В этой связи важно напомнить, что исторически русскому сознанию присуща тяга к образному осмыслению действительности. Наш замечательный русский философ А.Ф. Лосев писал, что русскому миропониманию чуждо стремление к абстрактной, чисто интеллектуальной систематизации взглядов. Оно представляет собой внутреннее, интуитивное, даже мистическое познание сущего, его скрытых глубин, которые не могут быть сведены к логическим понятиям и определениям, поэтому воплощаются в образе посредством силы воображения и внутренней жизненной подвижности².

Согласно современным психологическим исследованиям, образ не формируется как продукт пассивного отражения, созерцания. По меткому замечанию И.С. Якиманской: «Он, как своеобразный луч, избирательно фиксирует своим содержанием те стороны, свойства, признаки объектов, которые необходимы для деятельности субъекта и значимы для него»³. Поэтому образ менее информативен, чем сам объект, но зато он всегда динамичен, подвижен, оперативен

¹ Более того, Интернет просто изобилует эстетически привлекательными и оригинальными геометрическими формами, которыми «грех» не воспользоваться.

² Лосев А.Ф. Страсть к диалектике. М., 1990. С. 71.

³ Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся / Под ред. И.С. Якиманской/. М., 1989. С.7.

в своём содержании. К тому же одним из важных свойств образа является концептуализация информации. По мысли С.Л. Рубинштейна, не только абстрактное понятие, но и «образ становится носителем обобщённого содержания всё более высокого уровня»⁴. Таким образом, образы создают индивиду огромные преимущества во взаимодействии с миром: это возможности масштабного охвата явлений действительности, неординарного видения, обновлённой интерпретации, интеллектуальной мобильности.

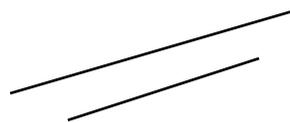
Одним из важных механизмов по созданию образов является *механизм воображения*. Психологи различают продуктивное и репродуктивное воображение. Репродуктивное воображение восстанавливает то, с чем человек ранее встречался, при этом в его сознании возникают образы памяти. Продуктивное воображение конструирует то, чего не было, но использует элементы ранее увиденного. Продуктивное воображение не станет подлинно творческим, если не встретится со словом, знаком, рисунком, звуком. В резонансе этой встречи возникают образ, метафора, произведение. Дав толчок к мысли, состоянию, смыслу воображение «угасает», так как оно орудие, а не продукт творчества.

Конечно же, математические образы обогащали человеческое мышление всегда. Вот несколько примеров. Согласно легенде, однажды Зенон (V в. до н.э.), который жил более двух тысяч лет назад, в ответ на вопрос, почему он сомневается во всём, нарисовав два неравных круга, сказал: «Этот большой круг — мои знания, тот малый — твои. Всё, что за пределами круга, — область неизвестного. Ты видишь, что граница соприкосновения моего знания с неизвестным гораздо больше. Вот почему я сомневаюсь в своих знаниях больше, чем ты».



Известны и старинные исторические загадки. Однажды юный человек провёл отрезок и попросил мудреца, чтобы тот сократил его, не урезывая и не касаясь. Мудрец параллельно провёл более длинный отрезок,

и тем самым первоначальный отрезок был умалён. «Так можно относиться к своим недостаткам и достоинствам, — заметил мудрец, — увеличивая достоинства, мы тем самым умаляем недостатки». В свою очередь мудрец задал юноше следующую задачу: на листе бумаге находятся две различные точки, как эти точки совместить, если исключить возможность соединения точек линией? Юноша, подумав, сложил листок и совместил точки. «Так часто бывает в жизни, — подметил юноша, — когда проблема не решается в «плоском измерении», то легко решается в «многомерном».



Геометрическое представление о бесконечности люди могут легко обрести, например, с помощью прямой, плоскости, пространства. Но некоторым математикам важно было получить бесконечные геометрические фигуры с помощью трансформации конечных фигур. Этим самым они доказывали, что бесконечность не есть нечто потустороннее, она присутствует во всех предметах мира. Например, итальянский математик эпохи Возрождения Николай Кузанский (XV в.) создал следующий образ бесконечности. Возьмём равнобедренный треугольник. Начнём удалять его вершину всё далее и далее. По мере стремления вершины к бесконечно удалённой точке угол у вершины треугольника будет становиться всё меньше и меньше, и, в конце концов, две боковые стороны треугольника сольются в одну. И мы в итоге получим бесконечную прямую. Отсюда возникает несколько парадоксальное определение прямой: прямая — это равнобедренный треугольник с бесконечными боковыми сторонами.

Обратимся к творчеству Л.Н. Толстого. Его мышление изобилует математическими образами. Вот один из них: человек есть дробь: числитель — это совокупность достоинств, которые человек имеет, а знаменатель — это то, как он свои достоинства оценивает, при этом гармония — это тот случай, когда дробь стремится к единице (когда числитель равен знаменателю). Л.Н. Толстой прекрасно понимал, что математику необходимо в первую очередь рас-

⁴ Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии в 2 т. Т. 1. М., 1989. С. 397.

сма­три­вать не как некий само­дос­таточ­ный пред­мет, а как уни­вер­саль­ный и в то же время спе­ци­фический метод поз­на­ния мира. Он писал: «Математика имеет зада­чей не обу­чение исчис­ле­нию, но обу­чение приёмам че­ловеческой мысли при исчис­ле­нии», имен­но эти приёмы нужны че­лове­ку для того, «чтобы жить хоро­шей жизнью»⁵.

Нужно доба­вить, что до сих пор круп­ней­шим «инку­ба­то­ром» и постав­щи­ком мето­дов для раз­лич­ных об­ла­стей науки и прак­тики вы­сту­пает имен­но мате­ма­тика (аксио­матический метод, ста­ти­стический метод, метод мо­де­ли­ро­ва­ния, ве­ро­ят­ност­ный метод, метод мате­ма­ти­че­ского экс­пе­ри­мен­та и т.д.). Также мате­ма­тика яв­ляется гносео­ло­гическим⁶ идеалом науки. И, на­ко­нец, мате­ма­тика среди есте­ствен­ных наук (ко­то­рые вклю­чают и мате­ма­тику) яв­ляется ин­те­гра­то­ром, объе­ди­ня­ю­щим дан­ные науки в еди­ное це­лое. Другими сло­ва­ми, все есте­ствен­ные науки так или ина­че ши­ро­ко ис­поль­зуют мате­ма­ти­че­ские идеи, образы, поня­тия, фор­му­лы, сим­во­лы⁷.

Имен­но уни­вер­саль­ный ха­рак­тер мате­ма­ти­че­ского зна­ния поз­во­ляет ин­те­гри­ро­вать его с дру­гим зна­нием. Лю­бой мате­ма­ти­че­ский объект пред­став­ляет со­бой как бы обо­лоч­ку, в ко­то­рую можно вло­жить то или иное со­дер­жа­ние. Так, *про­из­вод­ная* может быть исто­л­ко­вана как ско­рость дви­же­ния ра­дио­ак­тив­ного рас­па­да, раз­мно­же­ния по­пу­ля­ции, из­ме­не­ния ат­мо­с­фер­ного дав­ле­ния с из­ме­не­нием вы­со­ты и т.д. *Ин­те­грал* вы­ра­жает и прой­ден­ный путь, и мас­су рас­па­да­ю­щегося ра­дио­ак­тив­ного ве­ще­ства, и чис­лен­ность по­пу­ля­ции, и ат­мо­с­фер­ное дав­ле­ние, и вы­пол­нен­ную ра­боту, и пло­щадь, и объём, и т.д. Таким об­ра­зом, аб­стракт­ные мате­ма­ти­че­ские фор­мы, в ко­неч­ном счёте, имеют про­об­ра­зы в ре­аль­ном мире.

Сис­те­ма со­от­вет­ст­вую­щих об­ра­зов со­став­ляет *мате­ма­ти­че­скую кар­тину мира*. Слово «мир» при­ме­няется в спе­ци­фическом смы­сле, обо­зна­чая не мир в це­лом, а пред­мет­ную об­ла­сть от­дель­ной науки, на­при­мер: мате­ма­ти­че­ский мир, фи­зи­че­ский мир, био­ло­гический мир т.п. Мате­ма­ти­че­ская кар­тина мира, как и лю­бой кон­цеп­ту­аль­ный об­раз, оп­ре­де­лён­ным об­ра­зом сис­те­ма­ти­зи­рует, син­те­зи­рует, обо­б­щает рас­с­ма­три­ва­е­мую ре­аль­ность и, что са­мое важ­ное, од­но­вре­мен­но при­даёт ей уни­каль­ный об­

лик. От­сю­да мате­ма­ти­че­ская кар­тина мира ак­тив­но вза­им­о­дей­ствует с миро­воз­зрен­че­скими струк­ту­рами че­лове­ка, та­кими как миро­чув­ствие, миро­ощу­ще­ние, миро­по­ни­ма­ние, миро­виде­ние и т.д. Когда из ш­ко­лы у­хо­дит опы­т­ный и муд­рый пе­да­гог, то с ним у­хо­дит уни­каль­ная кар­тина мира или про­ще — его Пред­мет с не­пов­то­ри­мым ли­цом. И в этом смы­сле пе­да­гог как лич­ность прин­ци­пи­аль­но не­за­ме­ним.

За­ме­ча­тель­но, что мате­ма­ти­че­ские зна­ния об­ла­дают и *ду­хов­но-на­рав­ст­вен­ным по­тен­ци­алом*. Уже бо­лее двух ты­сяч лет на­зад древ­ние гре­ки рас­с­ма­три­вали мате­ма­тику как сред­ство «де­лать ду­шу пре­крас­ней». На­при­мер, со­фис­ты Древ­ней Гре­ции убе­жи­дали, что ок­ру­ж­ность и касател­ная имеют не одну об­щую точку, и, ка­залось бы, бы­товой опыт это под­твер­ждает. Од­на­ко спу­стя ты­ся­че­летия ду­хов­ный опыт че­ловечества по­ка­зал, что не толь­ко фор­маль­ная гео­мет­рия пра­ва, но и «гео­мет­рия са­к­раль­ная». Оп­тин­ский ста­рец Ам­вросий го­во­рит: «Мы дол­жны жить на зем­ле так, как ко­ле­со вер­тится: толь­ко чуть од­ной точ­кой касаться зем­ли, а ос­таль­ным не­пре­стан­но вверх стре­миться; а мы как за­ля­жем на зем­лю и в­стать не можем». Здесь ста­рец ис­поль­зует мате­ма­ти­че­ские зна­ния о том, что ок­ру­ж­ность и касател­ная имеют толь­ко одну точку касания.

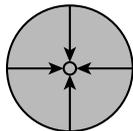
Дру­гой ста­рец — пре­по­доб­ный Ав­ва Доро­фей — даёт та­кой г­лу­бо­кий об­раз вза­им­о­дей­ствия лю­дей и Бо­га: «Пред­став­те себе круг, начертанный на зем­ле, се­ре­ди­на ко­то­рого на­зы­вается цен­тром, а от­рез­ки, и­ду­щие от цен­тра к ок­ру­ж­ности, на­зы­ва­ются ра­дио­су­сами. Те­перь вник­ните, что я буду го­во­рить: пред­по­ло­жите, что круг сей есть мир, а са­мый цен­тр круга — Бо­г; ра­дио­су­сы же, и­ду­щие от ок­ру­ж­ности к цен­тру, суть пу­ти жи­зни че­ловеческой. И­так, на­сколь­ко лю­ди вхо­дят в­ну­тр­ю круга, жа­лая при­бли­зиться к Бо­гу, на­сто­ль­ко, по мере вхо­жде­ния, они ста­но­вятся бли­же и к Бо­гу, и друг к дру­гу; и сколь­ко при­бли­жаются к Бо­гу, и друг к дру­гу, столь­ко при­бли­жаются

⁵ Толстой Л.Н. Педагогические сочинения. М., 1989. С. 123.

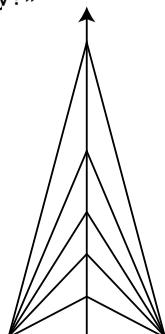
⁶ Гносеология – это теория познания.

⁷ Хотя некоторые учёные считают, что математика занимает особое место в системе наук: её нельзя отнести ни к гуманитарным, ни к естественным наукам; однако к естественным наукам она всё-таки ближе.

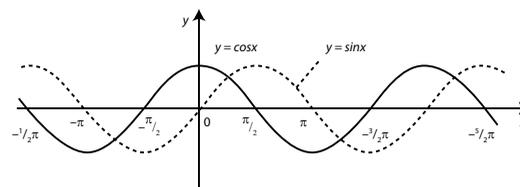
и к Богу. Так разумеете и об удалении. Когда удаляются от Бога и возвращаются ко внешнему, то очевидно, что в той мере, как они исходят от средоточия и удаляются от Бога, в той же мере удаляются и друг от друга; и сколько удаляются друг от друга, столько удаляются и от Бога».



А вот как описывает духовное значение треугольника для жизни человека художник В. Кандинский: «Большой остроконечный треугольник, разделённый на неравные части, самой острой и самой меньшей своей частью направленный вверх — это схематически верное изображение духовной жизни. Чем больше к низу, тем больше, шире, объёмистее и выше становятся секции треугольника. Весь треугольник медленно, едва заметно движется вперёд и вверх, и там, где «сегодня» находился наивысший угол, «завтра» будет следующая часть, то есть то, что сегодня понятно одной лишь вершине, что для всего остального треугольника является непонятным вздором — завтра станет для второй секции полным смыслом и чувства содержанием жизни. На самой вершине верхней секции иногда находится только один человек. Его радостное видение равнозначает неизмеримой внутренней печали. И те, кто к нему ближе всего, его не понимают. Они возмущённо называют его мошенником или кандидатом в сумасшедший дом. Так, поруганный современниками, одиноко стоял на вершине Бетховен. Да и один ли он? Сколько понадобилось лет, прежде чем большая секция треугольника достигла вершины, где Бетховен когда-то стоял в одиночестве. И, несмотря на все памятники, — так ли уж много людей действительно поднялось на эту вершину?»



Широко используют математические образы для выражения своих оригинальных мыслей и школьники. Вот что не без юмора написал один из них: «В жизни каждого человека наступает такой период, когда не хочется ничего делать. Хочется просто валяться на диване и не думать ни о новостях, ни о фотографиях, ни об учёбе. Такое время называется косинусоидное» (по всей видимости, от слова «косить», т.е. избегать нечто для себя неприятное).

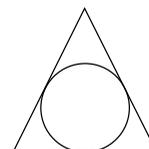


Другой школьник придумал небольшой диалог треугольника и окружности.

— Вы мне нравитесь, — искренне призналась окружность треугольнику.

— Но мы с вами не пара, милочка, ведь я такой разносторонний, к тому же у меня целых три вершины, а вы однообразно круглая, — отрезал высокомерно треугольник.

— Какой вы наивный, — мягко парировала окружность, — по секрету сообщу вам, что окружность... вписывается в любой треугольник.



Многие величайшие мыслители человечества, такие как К.Э. Циолковский, В.И. Вернадский, Тейяр де Шарден и другие, считали, что дух и материя едины. Истина для них заключается в том, что во Вселенной есть материя и законы, имманентно присущие ей. Материя постепенно развивается и в конце концов пробуждается к жизни, а законы воспроизводятся в сознании человека (рефлексия). Так постепенно физическое бессмертие материи сменяется её духовным бессмертием. Тем самым изначальная иерархия как бы выворачивается наизнанку: *материя-дух* становится *духом-материей*. Эту ситуацию помогает осмыслить лента Мёбиуса («перекрученное кольцо»): если мы поведём ручкой от какой-

либо фиксированной точки одной стороны ленты, то охватим «внешнюю» и «наружную» поверхности и окажемся в той же самой точке, откуда начали своё движение, но подойдём к ней уже с другой стороны.



Нельзя пройти мимо знаменитого треугольника Пенроузов (XX век). В чём же его смысл? Обычный треугольник не существует в пространстве (это двумерная фигура), поэтому его невозможно поддержать в руке. В пространстве может существовать пирамида. У треугольника Пенроузов странная «жизнь»: существуя как-то в плоскости, он явно «претендует» на существование и в пространстве. Отсюда получается раздвоение: по-настоящему он не существует ни в плоскости, ни в пространстве. Таким образом, треугольник Пенроузов и провокация, так как он претендует на «полноценное» существование как на плоскости, так и в пространстве, и геометрический парадокс, так как он заставляет почувствовать диалектику подлинного и мнимого, существующего и несуществующего, истинного и кажущегося. Человек в своей жизни по-

стоянно сталкивается с подобными ситуациями, и треугольник Пенроузов может в процессе столкновения с различными типами реальности нечто подсказать. Именно поэтому он так интересен.



Итак, в современном мире математические образы играют роль не только наглядных и развлекательных картинок, но являются значительным креативным ресурсом по активизации мышления современного человека. В первую очередь этому мы обязаны Интернету, в котором обнаруживаются целые арсеналы вновь и вновь актуально обновляющихся математических форм на заданную тему. Можно сказать, что здесь действительно наблюдается общечеловеческое взаимодействие и сотворчество. В этом многообразии «диалогизирующих» форм гораздо легче найти и смоделировать свой вариант понимания того или иного явления, фрагмента действительности, научного феномена. При этом математические образы помогают осмыслить не только мир математики и окружающий мир, но и, главное, свой внутренний — духовный мир, почувствовать его топографию. □