

# Шоколадная математика

---

**Михаил Яковлевич Арест,**  
методический консультант, г. Хайфа, Израиль

## **Диалог с будущими родителями**

— Вы, наверное, пошутили, когда сказали о детском сайте. Разве это возможно?

— Вполне возможно, но сделали это только мы на сайте «Курсотека».

Нигде на всей планете ничего подобного вы не найдёте.

— А нужно ли это нашим детям?

— Мы думаем, что работа с шоколадками для детей всегда интересна.

— Но почему именно шоколадки?

— Потому что именно они бывают квадратной и прямоугольной формы, а именно эти формы нам нужны для работы.

— У вас очень сложные задания и не всякий ребёнок это сделает.

— Верно, но есть дети, для которых это будет очень интересно. На них мы и ориентировались.

— А зачем вы вообще создали это пособие?

— Дело в том, что дети начинают изучать арифметику, алгебру и геометрию сразу на символах. Мы нашли досимволический способ изучения.

— Поможет ли это детям?

— Конечно! Ведь они уже будут знакомы с этим на «шоколадном» уровне.

— Но не всем родителям понятно как с этим работать.

— Мы решим и эту проблему: создадим видеокурс специально для родителей и научим работе по нашему пособию.

— Верно ли, что в этом пособии есть задачи, которые развивают мышление?

— Разумеется! В пособии есть и задачи, которые нужно попробовать решить с закрытыми глазами.

— А это ещё зачем?



— Чтобы уже в раннем развитии дети учились концентрировать внимание и работали с ощущениями.

— *Зачем нужна такая работа?*

— Она настраивает подсознание, развивает интуицию.

— *Дети любят играть. Можно ли играть с вашими шоколадками?*

— Разумеется! Ведь само пособие создал разработчик игрового образования.

— *И какие возможны игры?*

— Самые разные, включая всевозможные лото, которые будут представлены в видеокурсе.

— *Можно ли считать этот курс некой родительской школой?*

— Именно так и замышляется проектом, который назван «Родительская школа».

— *Может, в этой школе вы научите письму и чтению?*

— Конечно! У нас разработаны методики и будет создан видеокурс.

— *Так, может, вы и всю школьную математику представите в видеокурсах?*

— А почему бы и нет? Разработчик игрового образования сам математик и потому такой видеокурс будет создан.

— *Может, и по другим предметам возможны подобные видеокурсы?*

— Именно так! Но это вы найдёте только у нас, на «Курсотеке». А впереди вас ждут и вебинары!

## Математика шоколадных долек

### (математика конечных множеств)

**Шоколадная долька** — модель точки.

#### Задание 1

**Познавательная цель:** сформировать умение делить произвольное конечное количество на 2 равные части.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления натурального числа на 2 нацело и с остатком.

**Развивающая цель:** сформировать метрическое мышление, как способность определять равные по величине конечные количества.

**Содержание задания:** нужно разделить некоторое количество шоколадных долек на 2 равные части. Раздели это количество и ответь на следующие вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты разделить это количество, не считая дольки в количестве?

2. Можешь ли ты разделить это с закрытыми глазами?

3. Любое ли количество долек можно разделить на 2 равные части?

4. Как проверить, что получились две равные по величине части?

5. Верно ли, что какие-то количества можно разделить на 2 равные части?

6. Будет ли деление на 2 равные части показывать способ деления на большее число равных частей?

## **Задание 2 (творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение делить произвольное количество на несколько равных частей.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления натурального числа на любое натуральное число на цело и с остатком.

**Развивающая цель:** закрепить метрическое мышление как способность определять равные по величине конечные количества.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребёнком случаи деления произвольного количества на большее число равных частей. Подготовьте вопросы к заданию.

## **Задание 3**

**Познавательная цель:** сформировать умение удваивать произвольное количество. **Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию умножения натурального числа на 2.

**Развивающая цель:** сформировать топологическое мышление, как способность определять удвоение по величине конечные количества.

**Содержание задания:** нужно увеличить вдвое некоторое количество шоколадных долек. Удвой это количество и ответь на следующие вопросы.

### **Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты удвоить величину конечного количества, не считая дольки в количестве?
2. Можешь ли ты удвоить количество долек с закрытыми глазами?
3. Любое ли количество долек можно удвоить?

4. Как проверить, что полученное количество вдвое больше по величине данного?

5. Верно ли, что какие-то количества нельзя удвоить?

6. Будет ли удвоение количества показывать способ утроения, учетверения и т.д. любого количества?

## **Задание 4 (творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение увеличивать в несколько раз произвольное количество.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию умножения натурального числа на любое натуральное число (подготовить к таблице умножения).

**Развивающая цель:** закрепить топологическое мышление как способность определять кратную величину по отношению к данной величине.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребёнком случаи умножения произвольного количества на число, большее двух. Подготовьте вопросы к заданию.

## **Задание 5**

**Познавательная цель:** сформировать умение уравнивать величины двух разных произвольных конечных количеств.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию уравнений относительно натуральных чисел, подготовить к решению арифметических задач, связанных с отношением «больше на — меньше на».

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность уравнивать величины двух разных конечных количеств.



**Содержание задания:** нужно уравнять два разных количества шоколадных долек. Уравняй и ответь на вопросы.

### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты уравнять, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты уравнять с закрытыми глазами?
3. Любое ли 2 разных конечных количества долек можно уравнять?
4. Как проверить, что получились две равные по величине количества долек?
5. Верно ли, что какие-то 2 количества можно уравнять?
6. Будет ли уравнивание 2 разных конечных количеств показывать способ уравнивания нескольких разных конечных количеств?

### Задание 6 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение уравнивать несколько разных конечных количеств.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию уравнивания.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность определять кратную величину по отношению к данной величине.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребёнком случаи уравнивания нескольких разных конечных количеств. Подготовьте вопросы к заданию.

### Задание 7

**Познавательная цель:** сформировать умение изменять величины двух

равных произвольных конечных количеств.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию неравенств относительно натуральных чисел, подготовить к решению арифметических задач, связанных с отношением «больше на - меньше на».

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность изменять величины двух равных конечных количеств.

**Содержание задания:** имеется два равных количества шоколадных долек. Нужно передать некоторое число долек из одного количества в другое, чтобы в одном количестве стало на 2 дольки больше чем в другом.

### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты изменить величины, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты изменить величины с закрытыми глазами?
3. На любое ли количество долек можно изменить величины?
4. Как проверить, что получились две разные по величине количества, из которых одно на 2 дольки больше другого?
5. Верно ли, что какие-то 2 количества нельзя так изменить?
6. Будет ли изменение на 2 дольки показывать способ изменения величины на любое количество долек?

### Задание 8 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение изменять 2 равные величины на заданное число долек.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию неравенств.

**Развивающая цель:** закрепить ана- литическое мышление как способность изменять величины двух равных конеч- ных количеств.

**Содержание задания:** рассмотри- те с ребенком случаи изменения двух равных конечных количеств на другое число долек. Подготовьте вопросы к за- данию.

### Задание 9

**Познавательная цель:** закрепить умение удваивать произвольное коли- чество.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию геометрической про- грессии с натуральными числами со зна- менателем 2.

**Развивающая цель:** закрепить ана- литическое мышление как способность отслеживать удвоение конечного коли- чества в последовательности.

**Содержание задания:** нужно пост- роить 3 количества шоколадных долек. Второе количество вдвое больше перво- го, третье количество вдвое больше вто- рого. Построй эти количества и ответь на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты построить, не счита- я дольки в количествах?
2. Можешь ли ты построить с закры- тыми глазами?
3. Для любого ли первого количества можно построить второе и третье?
4. Как проверить, что построил пра- вильно?
5. Будет ли третье количество вдвое больше первого?

6. Будет ли удвоение количества в последовательности показывать способ утроения, учетверения и т.д. количества в такой последовательности?

### Задание 10 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформиро- вать умение изменять величину конеч- ного количества втрое, вчетверо и т.д.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию геометрической про- грессии со знаменателями 3, 4...

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способ- ность изменять величину конечного количества в несколько раз в последо- вательности.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи изменения величины конечного количества в последователь- ности втрое, вчетверо и так далее. Под- готовьте вопросы к заданию.

### Задание 11

**Познавательная цель:** сформиро- вать умение изменять произвольное ко- личество на постоянную величину.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию арифметической прогрессии с натуральными числами с разностью 1.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способ- ность отслеживать изменение величи- ны конечного количества в последо- вательности на 1.

**Содержание задания:** нужно постро- ить 3 количества шоколадных долек. Вто- рое количество на дольку больше первого, третье количество на дольку больше вто- рого. Построй эти количества и ответь на вопросы.

**Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты построить, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты построить с закрытыми глазами?
3. Для любого ли первого количества можно построить второе и третье?
4. Как проверить, что построил правильно?
5. Будет ли третье количество на дольку больше первого?
6. Будет ли изменение количества в последовательности показывать способ изменения величины на две дольки, на три дольки и так далее?

**Задание 12  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение изменять величину конечного количества в последовательности на постоянное количество долек и т.д.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию арифметической прогрессии с разностями 2, 3...

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность изменять величину конечного количества на постоянную величину в последовательности.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи изменения величины конечного количества в последовательности на постоянную величину. Подготовьте вопросы к заданию.

**Задание 13**

**Познавательная цель:** сформировать умение организовывать величину произвольного количества в базовые двоичные блоки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию разрядных единиц натурального числа.

**Развивающая цель:** сформировать структурное мышление как способность организовать величины конечного количества в последовательность двоичных разрядов.

**Содержание задания:** имеется некоторое количество шоколадных долек (от одной дольки до семи долек). Из них нужно построить шоколадки (полоску из 2 долек, квадратную шоколадку из 4 долек). Постой эти шоколадки и ответь на вопросы.

**Вопросы к заданию:**

1. Из любого ли количества долек можно построить квадратную шоколадку?
2. Для какого количества долек не нужно строить шоколадку — полоску из двух долек?
3. Для какого количества долек не будет просто дольки?
4. В каких случаях нужны все три шоколадки (долька, полоска, квадратная шоколадка)?
5. Можно ли сказать, что в долке, полоске и квадратной шоколадке удваивается количество долек?
6. Будет ли удвоение величины в последовательности показывать способ организации величины в дольках, полосках, квадратах?

**Задание 14  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение организовывать величину конечного количества в троичной и пятеричной системах счета.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию разложения натурального числа по базисным разрядам с основаниями 3, 5.

**Развивающая цель:** развить структурное мышление как способность организовывать величину конечного количества в троичной и пятеричной системе счёта.

### Задание 15

**Познавательная цель:** сформировать умение конструировать величину произвольного количества в заданной форме.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию квадратуемости (составление из квадратов).

**Развивающая цель:** сформировать конструктивное мышление как способность конструировать величины конечного количества в заданной геометрической форме.

**Содержание задания:** имеется некоторое количество шоколадных долек. Нужно выяснить: можно ли из них собрать квадрат или прямоугольник из долек.

#### Вопросы к заданию:

1. Из любого ли количества долек можно сконструировать квадратную шоколадку?
2. Для какого количества долек её нельзя сконструировать?
3. Для какого количества долек можно сконструировать прямоугольник?
4. В каких случаях нельзя сконструировать прямоугольник?
5. Можно ли сказать, что если количество долек делится на 2, то из него можно сконструировать квадрат?
6. Что нужно потребовать от количества долек, чтобы из них всегда можно было сконструировать прямоугольник?

## Математика шоколадных полосок

### (математика отрезков)

**Шоколадная полоска** — модель отрезка.

#### Задание 1

**Познавательная цель:** сформировать умение делить шоколадную полоску на 2 равные полоски.

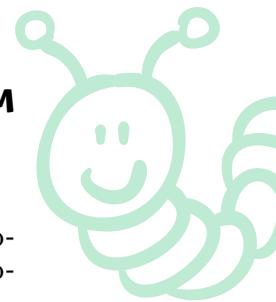
**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления отрезка на два равных по длине отрезка.

**Развивающая цель:** сформировать метрическое мышление как способность определять равные по величине полоски.

**Содержание задания:** имеются шоколадные полоски, состоящие из 2, 3, ... 10 долек. Нужно узнать: какие из них можно разделить на 2 равные по длине полоски.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты разделить, не считая дольки в полосках?
2. Можешь ли ты разделить с закрытыми глазами?
3. Любую ли полоску можно разделить на 2 равные по длине части?
4. Как проверить, что получились две равные по длине полоски?
5. Верно ли, что какие-то полоски можно разделить на 2 равные по длине полоски?
6. Будет ли деление на 2 равные по длине полоски показывать способ деления на большее число равных по длине полосок?



## Задание 2 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение делить полоску произвольной длины на несколько равных по длине полосок.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления отрезка на несколько равных по длине отрезков (теорема Фалеса о пропорциональных отрезках).

**Развивающая цель:** закрепить метрическое мышление как способность определять равные по длине полоски.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи деления произвольной шоколадной полоски на большее число равных по длине полосок. Подготовьте вопросы к заданию.

## Задание 3

**Познавательная цель:** сформировать умение удваивать длину шоколадной полоски.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию удвоения длины отрезка.

**Развивающая цель:** сформировать топологическое мышление как способность определять удвоение по длине шоколадной полоски.

**Содержание задания:** нужно увеличить вдвое длину шоколадной полоски. Удвой по длине эту шоколадную полоску и ответь на следующие вопросы.

### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты удвоить длину шоколадной полоски, не считая дольки в самой полоске?

2. Можешь ли ты удвоить полоску с закрытыми глазами?

3. Любую ли длину шоколадной полоски можно удвоить?

4. Как проверить, что полученная полоска вдвое больше по длине данной?

5. Верно ли, что какие-то полоски нельзя удвоить?

6. Будет ли удвоение шоколадной полоски показывать способ утробения, утробения и т.д. такой полоски?

## Задание 4 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение увеличивать в несколько раз длину произвольной полоски.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию умножения вектора на число.

**Развивающая цель:** закрепить топологическое мышление как способность определять кратную длину полоски по отношению к данной длине.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи умножения произвольной полоски на числа, которые больше 2. Подготовьте вопросы к заданию.

## Задание 5

**Познавательная цель:** сформировать умение находить длину полоски такую, что удвоенная длина равна заданному количеству долек.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения линейного уравнения  $2x = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность решать линейное уравнение  $2x = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** дано некоторое количество шоколадных долек.

Нужно найти такую полоску, удвоение длины которой равно длине полоски с данным количеством долек.

**Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты найти такую длину, не считая дольки в полоске?
2. Можешь ли ты найти длину с закрытыми глазами?
3. Для любого ли конечного количества долек можно найти такую полоску?
4. Как проверить, что найдена нужная длина полоски?
5. Верно ли, что для каких-то количеств долек можно найти такую длину полоски?
6. Будет ли решение уравнения  $2x = n$  показывать способ решения уравнения  $mx = n$  в натуральных числах?

**Задание 6  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать уравнение  $mx = n$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения линейного уравнения  $mx = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать линейное уравнение  $mx = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения линейного уравнения  $mx = n$ . Подготовьте вопросы к заданию.

**Задание 7**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать линейное неравенство с одним неизвестными вида  $2x > n(2x < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию неравенств относительно натуральных чисел, подготовить к решению арифметических задач, связанных с неравенствами.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать неравенства вида  $2x > n(2x < n)$ .

**Содержание задания:** имеется некоторое количество шоколадных долек. Требуется найти такую полоску, при удвоении длины которой, мы получим больше (меньше) долек, чем заданное количество.

**Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты найти такую длину, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты найти такую длину с закрытыми глазами?
3. Для любого ли количества долек всегда можно найти такую длину?
4. Как проверить, что найдена правильная длина?
5. Верно ли, что для каких-то количеств долек такую длину найти нельзя?
6. Будет ли решение неравенства  $2x > n(2x < n)$  показывать способ решения более общего неравенства  $mx > n(mx < n)$ ?

**Задание 8  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать неравенства  $mx > n(mx < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию неравенств.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать неравенства  $mx > n(mx < n)$ .



**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения неравенств  $mx > n$  ( $mx < n$ ).

### Задание 9

**Познавательная цель:** закрепить умение удваивать произвольную длину.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию показательного уравнения  $2^m = n$ .

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать показательное уравнение  $2^m = n$ .

**Содержание задания:** нужно построить 3 шоколадные полоски. Вторая полоска вдвое больше по длине первой, третья полоска вдвое больше по длине второй. Построй эти полоски и ответь на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты построить, не считая дольки в полосках?
2. Можешь ли ты построить с закрытыми глазами?
3. Для любой ли первой полоски можно построить вторую и третью?
4. Как проверить, что построил правильно?
5. Будет ли третья полоска вдвое длиннее первой?
6. Будет ли решение показательного уравнения  $2^m = n$  показывать способ решения более общего уравнения показательного уравнения  $k^m = n$ ?

### Задание 10 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение решать показательные уравнения  $k^m = n$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения показательного уравнения  $k^m = n$ .

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать показательное уравнение  $k^m = n$ .

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения показательного уравнения  $k^m = n$ .

### Задание 11

**Познавательная цель:** закрепить умение удваивать произвольную длину.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию показательного неравенства  $2^m > n$  ( $2^m < n$ )

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать показательное неравенство  $2^m > n$  ( $2^m < n$ ).

**Содержание задания:** нужно построить 3 шоколадные полоски. Вторая полоска вдвое больше по длине первой, третья полоска вдвое больше по длине второй. И при этом длина третьей полоски должна быть больше (меньше) некоторого количества шоколадных долек. Построй эти полоски и ответь на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты построить, не считая дольки в полосках?
2. Можешь ли ты построить с закрытыми глазами?
3. Для любой ли первой полоски можно построить такую третью полоску?
4. Как проверить, что построил правильно?
5. Всегда ли длина третьей полоски будет больше заданного количества шоколадных долек?

6. Будет ли решение показательного неравенства  $2^m > n(2^m < n)$  показывать способ решения более общего показательного неравенства  $k^m > n(k^m < n)$ ?

### **Задание 12** **(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** Сформировать умение решать показательные неравенства  $k^m > n(k^m < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения показательного неравенства  $k^m > n(k^m < n)$ .

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать показательные неравенства  $k^m > n(k^m < n)$ .

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения показательного уравнения  $k^m > n(k^m < n)$ .

## **Математика шоколадных плиток**

### **(математика квадратов и прямоугольников)**

Шоколадная плитка — модель квадрата или прямоугольника.

#### **3.1 Математика квадратных шоколадок**

##### **Задание 1**

**Познавательная цель:** сформировать умение делить квадратную плитку на 2 равные по величине плитки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления квадрата на 2 равных по величине квадрата.

**Развивающая цель:** сформировать метрическое мышление как способность определять равные по величине шоколадки.

**Содержание задания:** имеются квадратные шоколадки, в которых 1, 4, 9... 81 долек. Нужно узнать: какие из них можно разделить на 2 равные по величине шоколадки.

##### **Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты разделить, не считая дольки в шоколадках?

2. Можешь ли ты разделить с закрытыми глазами?

3. Любую ли квадратную шоколадку можно разделить на 2 равные по величине части?

4. Как проверить, что получились две равные по величине шоколадки?

5. Верно ли, что какие-то квадратные шоколадки можно разделить на 2 равные по величине части?

6. Будет ли деление на 2 равные по величине шоколадки показывать способ деления на большее число равных по величине шоколадок?

##### **Задание 2** **(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение делить квадратную шоколадку произвольной величины на несколько равных по величине шоколадок.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления квадрата на несколько равных по величине частей.

**Развивающая цель:** закрепить метрическое мышление как способность определять равные по величине шоколадки.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи деления произвольной квадратной шоколадки на большее число равных по величине шоколадок. Подготовьте вопросы к заданию.



### Задание 3

**Познавательная цель:** сформировать умение удваивать величину квадратной шоколадки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию удвоения величины квадрата. **Развивающая цель:** сформировать топологическое мышление как способность определять удвоение по величине квадратной шоколадки.

**Содержание задания:** нужно увеличить вдвое величину квадратной шоколадки. Удвой по величине эту шоколадку и ответь на следующие вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты удвоить величину квадратной шоколадки, не считая дольки в самой полоске?
2. Можешь ли ты удвоить квадратную шоколадку с закрытыми глазами?
3. Любую ли квадратную шоколадку можно удвоить?
4. Как проверить, что полученная шоколадка вдвое больше по величине данной?
5. Верно ли, что какие-то шоколадки нельзя удвоить?
6. Будет ли удвоение квадратной шоколадки показывать способ утроения, учетверения и т.д. такой шоколадки?

### Задание 4 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение увеличивать в несколько раз величину квадратной шоколадки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию умножения площади на число.

**Развивающая цель:** закрепить топологическое мышление как способность определять кратную величину квадрат-

ной шоколадки по отношению к данной длине.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи умножения величины произвольной квадратной шоколадки на числа, которые больше 2. Подготовьте вопросы к заданию.

### Задание 5

**Познавательная цель:** сформировать умение находить величину шоколадки такую, что удвоенная величина равна заданному количеству долек.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения квадратного уравнения  $2x^2 = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность решать квадратного уравнение  $2x^2 = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** дано некоторое количество шоколадных долек. Нужно найти такую квадратную шоколадку, удвоение величины которой равно величине шоколадки с данным количеством долек.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты найти такую квадратную шоколадку, не считая дольки в полоске?
2. Можешь ли ты найти длину с закрытыми глазами?
3. Для любого ли количества долек можно найти такую квадратную шоколадку?
4. Как проверить, что найдена нужная величина шоколадки?
5. Верно ли, что для каких-то количеств долек можно найти такую величину шоколадки?
6. Будет ли решение уравнения  $2x^2 = n$  показывать способ решения уравнения  $mx^2 = n$  в натуральных числах?

**Задание 6  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать уравнение  $mx^2 = n$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения квадратного уравнения  $mx^2 = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать квадратное уравнение  $mx^2 = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения квадратного уравнения  $mx^2 = n$ . Подготовьте вопросы к заданию.

**Задание 7**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать квадратное неравенство с одним неизвестными вида  $2x^2 > n(2x^2 < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения квадратного неравенства  $2x^2 > n(2x^2 < n)$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать квадратное неравенство  $2x^2 > n(2x^2 < n)$ .

**Содержание задания:** имеется некоторое количество шоколадных долек. Требуется найти такую квадратную шоколадку, при удвоение величины которой мы получим больше (меньше) долек, чем заданное количество.

**Вопросы к заданию:**

1. Можешь ли ты найти такую величину, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты найти такую величину с закрытыми глазами?

3. Для любого ли количества долек всегда можно найти такую шоколадку?

4. Как проверить, что найдена правильная шоколадка?

5. Верно ли, что для каких-то количеств долек такую шоколадку найти нельзя?

6. Будет ли решение неравенства  $2x^2 > n(2x^2 < n)$  показывать способ решения более общего неравенства  $mx^2 > n(mx^2 < n)$ ?

**Задание 8  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать умение решать квадратное неравенство  $mx^2 > n(mx^2 < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения квадратного неравенства  $mx^2 > n(mx^2 < n)$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать квадратные неравенства  $mx^2 > n(mx^2 < n)$ .

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения квадратных неравенств  $mx^2 > n(mx^2 < n)$ .

**3.2 Математика  
прямоугольных шоколадок**

**Задание 1**

**Познавательная цель:** сформировать умение делить прямоугольную плитку на 2 равные по величине плитки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления прямоугольника на 2 равных по величине прямоугольника.

**Развивающая цель:** сформировать метрическое мышление как способ-



ность определять равные по величине шоколадки.

**Содержание задания:** имеются прямоугольные шоколадки, в которых 6, 8, 10... 72 долек. Нужно узнать: какие из них можно разделить на 2 равные по величине шоколадки.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты разделить, не считая дольки в шоколадках?
2. Можешь ли ты разделить с закрытыми глазами?
3. Любую ли квадратную шоколадку можно разделить на 2 равные по величине части?
4. Как проверить, что получились две равные по величине шоколадки?
5. Верно ли, что какие-то прямоугольные шоколадки можно разделить на 2 равные по величине части?
6. Будет ли деление на 2 равные по величине шоколадки показывать способ деления на большее число равных по величине шоколадок?

#### Задание 2 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение делить прямоугольную шоколадку произвольной величины на несколько равных по величине шоколадок.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию деления прямоугольника на несколько равных по величине частей.

**Развивающая цель:** закрепить метрическое мышление как способность определять равные по величине шоколадки.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи деления произволь-

ной прямоугольной шоколадки на большее число равных по величине шоколадок. Подготовьте вопросы к заданию.

#### Задание 3

**Познавательная цель:** сформировать умение удваивать величину прямоугольной шоколадки.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию удвоения величины прямоугольника.

**Развивающая цель:** сформировать топологическое мышление как способность определять удвоение по величине прямоугольной шоколадки.

**Содержание задания:** нужно увеличить вдвое величину прямоугольной шоколадки. Удвой по величине эту шоколадку и ответь на следующие вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты удвоить величину прямоугольной шоколадки, не считая дольки в самой полоске?
2. Можешь ли ты удвоить прямоугольную шоколадку с закрытыми глазами?
3. Любую ли прямоугольную шоколадку можно удвоить?
4. Как проверить, что полученная шоколадка вдвое больше по величине данной?
5. Верно ли, что какие-то шоколадки нельзя удвоить?
6. Будет ли удвоение прямоугольной шоколадки показывать способ утроения, учетверения и т.д. такой шоколадки?

#### Задание 4 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение увеличивать в несколько раз величину прямоугольной шоколадки.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию умножения площади на число.

**Развивающая цель:** закрепить топо- логическое мышление как способность определять кратную величину прямо- угольной шоколадки по отношению к данной длине.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи умножения величи- ны произвольной прямоугольной шоко- ладки на числа, которые больше 2. Под- готовьте вопросы к заданию.

### Задание 5

**Познавательная цель:** сформиро- вать умение находить величину шоко- ладки такую, что удвоенная величина равна заданному количеству долек.

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию решения квадрат- ного уравнения  $2xy = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способ- ность решать квадратное уравнение  $2xy = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** дано неко- торое количество шоколадных долек. Нужно найти такую прямоугольную шоколадку, удвоение величины которой равно величине шоколадки с данным количеством долек.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты найти такую пря- моугольную шоколадку, не считая доль- ки в полоске?
2. Можешь ли ты найти величину с закрытыми глазами?
3. Для любого ли количества долек можно найти такую прямоугольную шо- коладку?

4. Как проверить, что найдена нуж- ная величина шоколадки?

5. Верно ли, что для каких-то коли- честв долек можно найти такую величи- ну шоколадки?

6. Будет ли решение уравнения  $2xy = n$  показывать способ решения уравнения  $mxy = n$  в натуральных чис- лах?

### Задание 6 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформиро- вать умение решать уравнение  $mxy = n$ .

**Пропедевтическая цель:** подгото- вить к пониманию решения квадрат- ного уравнения  $mxy = n$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить ана- литическое мышление как способность решать квадратное уравнение  $mxy = n$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения квадратно- го уравнения  $mxy = n$ . Подготовьте воп- росы к заданию.

### Задание 7

**Познавательная цель:** сформиро- вать умение решать квадратное нера- венство с одним неизвестными вида  $2xy > n(2xy < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** Подгото- вить к пониманию решения квадратно- го неравенства  $2xy > n(2xy < n)$  в нату- ральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить ана- литическое мышление как способ- ность решать квадратное неравенство  $2xy > n(2xy < n)$ .

**Содержание задания:** имеется не- которое количество шоколадных долек. Требуется найти такую квадратную шо-



коладку, при удвоении величины которой мы получим больше (меньше) долек, чем заданное количество.

#### Вопросы к заданию:

1. Можешь ли ты найти такую величину, не считая дольки в количествах?
2. Можешь ли ты найти такую величину с закрытыми глазами?
3. Для любого ли количества долек всегда можно найти такую шоколадку?
4. Как проверить, что найдена правильная шоколадка?
5. Верно ли, что для каких-то количеств долек такую шоколадку найти нельзя?
6. Будет ли решение неравенства  $2ху > n(2ху < n)$  показывать способ решения более общего неравенства  $тху > n(тху < n)$ ?

#### Задание 8 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать умение решать квадратное неравенство  $тху > n(тху < n)$ .

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения квадратного неравенства  $тху > n(тху < n)$  в натуральных числах.

**Развивающая цель:** закрепить аналитическое мышление как способность решать квадратные неравенства  $тху > n(тху < n)$ .

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком случаи решения квадратных неравенств  $тху > n(тху < n)$ .

### 3.3 Математика шоколадных плиток, полосок и долек

#### Задание 1

**Познавательная цель:** сформировать представление о теореме Пифагора.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию теоремы Пифагора.

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность оперировать с квадратами.

#### Содержание задания:

Из полосок собери 2 квадратные шоколадки. Затем соедини эти шоколадки в одну квадратную шоколадку и ответь на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Всегда ли можно так сделать?
2. Можно ли так сделать, если построенные две квадратные шоколадки равны по величине?
3. Можно ли так сделать, если построенные шоколадки состоят из одинакового количества полосок?
4. Можно ли так сделать с любыми двумя квадратными шоколадками?
5. Можно ли это сделать хоть с какими-то квадратными шоколадками?
6. Можно ли это сделать, если обе квадратные шоколадки собираются из полосок с разным количеством долек в полоске?

#### Задание 2 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать представление об обобщении теоремы Пифагора.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию решения уравнения  $m^2 + n^2 + \dots + k^2 = p^2$  в натуральных числах (проблема Гольдбаха).

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность решать уравнение  $m^2 + n^2 + \dots + k^2 = p^2$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком конструирование квадрата из большего количества квадратов.

### Задание 3

**Познавательная цель:** сформировать представление о распределительном законе умножения относительно сложения.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию формулы  $c(a+b) = ca + cb$ .

**Развивающая цель:** Сформировать аналитическое мышление как способность решать уравнение  $c(a+b) = ca + cb$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** собери прямоугольную шоколадку из двух прямоугольных шоколадок. Потом ответ на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Всегда ли это можно сделать?
2. Можно ли это сделать с прямоугольниками с одинаковой шириной и что понимать под шириной прямоугольника?
3. Можно ли это сделать с прямоугольниками с одинаковой длиной и что понимать под длиной прямоугольника?
4. Можно ли это сделать с прямоугольниками, состоящими из одинакового количества шоколадных долек?

5. Можно ли это сделать с прямоугольниками, состоящими из одинакового количества шоколадных полосок?

6. Можно ли найти два прямоугольника, которые нельзя соединить в один прямоугольник?

### Задание 3 (творческое для родителей)

**Познавательная цель:** сформировать представление о формуле  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию раскрытия скобок  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность решать уравнение  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$  в натуральных числах.

**Содержание задания:** рассмотрите с ребенком конструирование прямоугольника из большего количества прямоугольников.

### Задание 4

**Познавательная цель:** сформировать представление о структуре квадрата.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию формулы  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**Развивающая цель:** сформировать структурное мышление как способность организовать квадрат.

**Содержание задания:** собери квадрат из двух квадратов и двух прямоугольников. Потом ответ на вопросы.

#### Вопросы к заданию:

1. Всегда ли это можно сделать?



2. Можно ли это сделать с прямоугольниками, которые состоят из одинакового количества долек?

3. Можно ли это сделать с квадратами, которые состоят из разного количества долек?

4. Можно ли заменить прямоугольники полосками?

5. Можно ли это сделать из двух равных по величине квадратов и двух разных по величине прямоугольников?

6. Можно ли это сделать из двух разных по величине квадратов и двух равных по величине прямоугольников?

**Задание 4  
(творческое для родителей)**

**Познавательная цель:** сформировать представление о формуле  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac$

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию формулы  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac$

**Развивающая цель:** сформировать аналитическое мышление как способность решать уравнение  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac$  в натуральных числах.

**Задание 5**

**Познавательная цель:** развить представление о структуре квадрата.

**Пропедевтическая цель:** подготовить к пониманию формулы  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

**Развивающая цель:** развить структурное мышление как способность организовать изменения в квадрате.

**Содержание задания:** собери из полосок квадрат. Потом убери из него те полоски, которые также составляют квадрат. Из оставшихся полосок собери

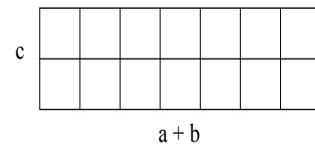
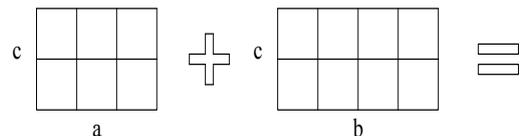
прямоугольник. Потом ответь на вопросы.

**Вопросы к заданию:**

1. Всегда ли это можно сделать?
2. Можно ли это сделать, если собранный квадрат и вынимаемый квадрат имеют общий угол?
3. Можно ли это сделать, если вынимаемый квадрат находится в центре собранного квадрата?
4. Всегда ли из оставшихся полосок можно построить прямоугольник?
5. Можно ли найти такие два квадрата, для которых это сделать нельзя?
6. Можно ли это сделать с двумя квадратами, которые равны по величине?

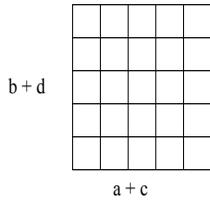
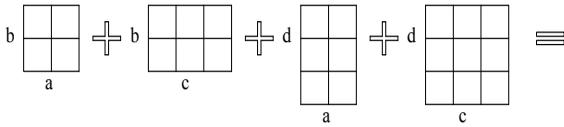
**Шоколадные формулы**

**Распределительный закон умножения относительно сложения**



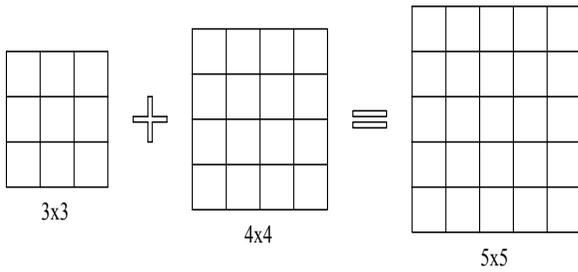
$$ac + bc = (a + b)c$$

### Раскрытие скобок при умножении

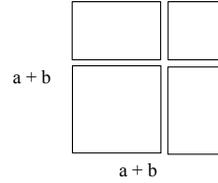
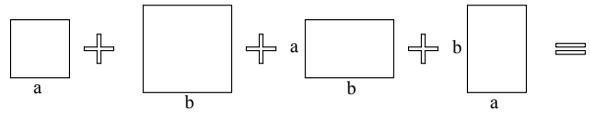


$$ab + cb + ad + cd = (a+c)(b+d)$$

### Теорема Пифагора

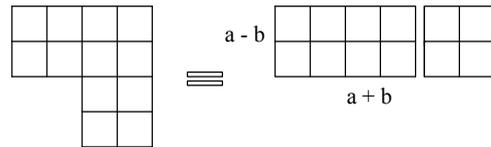
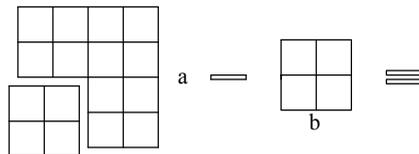


### Квадрат суммы двух чисел



$$axa + bxb + axb + bxa = (a+b)(a+b)$$

### Разность квадратов



$$axa - bxb = (a-b)(a+b)$$