

Вера МУРНИКОВА, 11 лет, ученица 5 «З» класса, МАОУ «Лицей № 11», г. Красноярск,
Руководители: М.А. Зуева, учитель математики;
Н.Н. Мурникова, мама автора; В.В. Мурников, папа автора

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ

Мое исследование направлено на изучение проявлений математической закономерности — последовательности чисел Фибоначчи — в объектах живой и неживой природы.

Актуальность темы заключается в том, что она наглядно показывает, что математика является универсальным языком описания мира, стирая грань между «точными» и «естественными» науками. Так что нам предстоит большое путешествие с целью объединения знаний!

Проблему моего исследования можно сформулировать следующим образом: в природе наблюдается удивительная повторяемость определенных форм и пропорций (например, спиральное расположение семян, чешуек, лепестков). Это требует объяснения с точки зрения математической основы при анализе красоты природы.

Основой работы послужили известные факты о последовательности Фибоначчи, где каждое последующее число равно сумме двух предыдущих. Эти знания заложены в трудах ученых от Леонардо Пизанского (известный, как Фибоначчи). Обзор аналогичных ученических проектов показал, что они часто носят просто теоретический или описательный характер, в то время как в моей работе сделан акцент на практическое исследование задач, которые можно решить с помощью чисел Фибоначчи. См. раздел моего доклада «Мои первые наблюдения и эксперименты в изучении последовательности Фибоначчи. Первая практическая часть» и «Мой большой эмпирический опыт исследований последовательности Фибоначчи. Вторая практическая часть доклада».

На первом этапе была собрана теоретическая база о последовательности Фибоначчи. Изучение литературы позволило понять принципы образования этого ряда, его историю возникновения и основные свойства, проявляющиеся в различных природных объектах. Числа Фибоначчи обнаруживаются в подсолнухах и сосновых шишках, крыльях стрекоз и морских звездах, ритмах человеческого сердца и музыкальных композициях, строении человеческого тела и раковин моллюсков, а также в океане и космосе. Я самостоятельно исследовала и обнаружила эти закономерности, подсчитывая лепестки в цветах.

На втором, практическом этапе, я погрузилась в исследование чисел Фибоначчи, заглядывая в само строение человека. Мой взгляд уловил удивительную гармонию: 2 руки, словно два начала; 3 фаланги в каждом пальце (кроме большого), создающие ритм; 5 пальцев на каждой руке, и из них 8 — те самые трехфаланговые, что так явно отсылают к великой последовательности. Цифры 2, 3, 5 и 8 — вот они, живые числа Фибоначчи, вплетенные в нашу анатомию! И это было только начало. Позвоночник, наша ось, состоит из 34 позвонков — еще одно число из этой серии. А если взглянуть на весь скелет, то общее число костей, близкое к 233, вновь подтверждает эту невероятную связь. Вдохновленная этими открытиями, я не только проверила пропорции своего тела, но и нарисовала золотую спираль Фибоначчи, увидев, как она оживает в линиях человеческого силуэта.

На третьем, ключевом, практическом блоке моего исследования я прове-

ла практическую работу в 5 «З» классе, где мы познакомились с числами Фибоначчи.

Мною была подготовлена анкета с 4 вопросами и задачами, включающая в себя четыре блока вопросов:

1) открытый вопрос на знание определения;

2) практическая задача на продолжение последовательности;

3) вопрос с вариантами ответов на выявление понимания свойств (например, связи с золотым сечением);

4) задание на выявление ассоциативного ряда или знаний о применениях чисел Фибоначчи.

Было проведено анкетирование 22 школьников 11–12 лет с целью исследования уровня информированности и понимания темы о числах Фибоначчи и их применении. Был рассмотрен способ решения «Задачи про кроликов», «Задачи про кузнечика Кузю и лестницу» (см. прилож. 1 и 2) и даже проведена проба «гадания на ромашке» с помощью последовательности чисел Фибоначчи (см. прилож. 3). Все данные по этому блоку отражены в разделе моего доклада «Мой большой эмпирический опыт в изучении последовательности Фибоначчи» с диаграммами, таблицей и выводами.

Эмпирический этап исследования был направлен на диагностику знаний учащихся о последовательности Фибоначчи. С этой целью была разработана специальная анкета, содержащая 4 ключевых вопроса, охватывающих понимание определения, вычислительный навык, знание свойств и областей применения последовательности. В опросе приняли участие 22 ученика. Собранные данные были подвергнуты статистической обработке: произведен подсчет ответов по каждому пункту, рассчитаны проценты, а для наглядности построены сравнительные диаграммы. Результаты анализа представлены в следующем разделе.

Они наглядно показывают, как с помощью математических законов можно решать разные задачи, и понимать, как именно в живой природе достигается гармония, что это не совпадение, не удачное стечение обстоятельств, а настоящая закономерность, дающая ощущение красоты. В перспективе мое исследование может быть продолжено в направлении

изучения пропорций в строении человеческого тела на уроках биологии, например, а также на уроках математики, геометрии для решения задач с помощью удивительных чисел Фибоначчи.

ПОЧЕМУ ТАК КРАСИВО? ИЛИ ИСТОРИЯ МОИХ ВОПРОСОВ

Меня зовут Вера Мурникова, мне одиннадцать лет, и я очень люблю гулять с родителями и сестрами и рассматривать все вокруг. Однажды я спросила папу и маму: «Посмотрите, как листья на ветке растут — не вниз и не вверх, а по кругу или даже по какой-то спирали. Почему они не выстроились в рядок? И почему раковина улитки закручена такой идеальной завитушкой?» Папа улыбнулся и сказал: «А ты знаешь, что, возможно, у природы есть на это одно общее правило. Хочешь исследовать это подробнее?». И тогда мне стало еще интереснее.

Я стала замечать, что лепестков у цветка чаще бывает 3, 5 или 8, а не 4 или 7. А если взять сосновую шишку и попробовать посчитать спирали из чешуек, то в одну сторону их будет, например, 8, а в другую — 13. Все эти мои «почему» — про красоту, про форму, про гармонию — оказались связаны! Мама рассказала, что есть удивительная последовательность чисел, которую открыл (тогда неизвестный мне совсем) математик Леонардо Фибоначчи. Вот так она выглядит — посмотрите: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... Каждое следующее число получается, если сложить два предыдущих. Так вот это и есть тот самый шифр или магический код, про который мне рассказала мама и по которому, как выяснилось позже, растут побеги, укладываются семена в красивом подсолнухе и закручиваются раковины. Оказывается, это помогает растениям ловить максимум света, а животным — создавать прочные домики.

Мне захотелось узнать об этом больше, чтобы находить этот волшебный код Фибоначчи в самых обычных вещах вокруг. В этом участвовали и мои родители тоже. Так что мы с вами встретились, уважаемые читатели, педагоги и юные исследователи благодаря моему детскому любопытству и умению взрослых создавать мосты от обычного детского вопроса к настоящему научному обоснованию!

УДИВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель моего исследования: узнать, в чем состоит универсальный закон мироздания — ведь именно так современники частенько позиционируют последовательность чисел Фибоначчи.

Какие **задачи** я ставлю перед собой:

- узнать, что такое последовательность Фибоначчи;
- убедиться в существовании удивительных чисел Фибоначчи вокруг нас;
- познакомиться с гармонией этих чисел в природе;
- рассказать моим друзьям и другим школьникам о том, как можно с помощью математики интересно и познавательно знакомиться с явлениями окружающего нас мира, получая увлекательный ключ к развитию мышления и пониманию мира в целом.

КАКУЮ ПОЛЬЗУ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИНЕСЕТ МНЕ И ОКРУЖАЮЩИМ?

Осознание того, что математика не абстрактна, она встроена в саму природу! Это серьезно поменяет отношение к самому предмету, который станет не скучной дисциплиной, а языком, на котором с вами говорит Вселенная!

Умение замечать закономерности вокруг вас: в пропорциях вашего тела, в росте листьев, в формировании цветков и лепестков. А это база для будущего изучения биологии, искусства, информатики! И тогда это станет интересной игрой, а не сложной обязанностью!

Навыки самостоятельного построения удивительной последовательности и алгоритмического мышления! Это очень повышает самооценку и интеллектуальную смелость!

Способность стать настоящим детективом природы и возможность посчитать лепестки у ромашек и точно знать, с чего начать, чтобы получилось точно определить: «Любит или не любит»!

Творчество по созданию идеального моста между обычным любопытством ребенка и серьезной наукой, изучая эти удивительные числа Фибоначчи и возможность сделать это просто с помощью наблюдений, даже не заканчивая математический факультет университета!

ЛЕОНАРДО ФИБОНАЧЧИ И ЕГО УДИВИТЕЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

Что такое числа Фибоначчи?

Числа Фибоначчи — это удивительная последовательность чисел, в которой каждое следующее число равно сумме двух предыдущих: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 377 ...

Как строится последовательность?

Первое число: 0. Второе число: 1. Третье число: $0 + 1 = 1$. Четвертое число: $1 + 1 = 2$. Пятое число: $1 + 2 = 3$. Шестое число: $3 + 2 = 5$ и так далее...

Кто их открыл?

Математическую последовательность Фибоначчи открыл известный средневековый ученый Леонардо Пизанский — первый крупный математик средневековой Европы наиболее известный под прозвищем **Фибоначчи**. Итальянский математик родился в Пизе, посетил Египет, Сирию, Византию, Сицилию. В математику его привела практическая потребность установить деловые контакты для ведения торговли, так как его отец был торговцем. Он издавал свои книги по арифметике, алгебре и другим математическим дисциплинам. От мусульманских математиков он узнал о системе цифр, придуманной в Индии и уже принятой в арабском мире, и уверился в ее превосходстве.

В книге Леонардо Фибоначчи «Книга абака» подробно исследованы возможности применения индийских цифр, ранее остававшиеся неясными, и даны примеры решения практических задач, в частности, связанных с торговым делом. Он придумал задачу о размножении кроликов, решение которой и привело к этой числовой цепочке (см. прилож. 1. «Задача про кроликов»).

Числа Фибоначчи в природе

Примечательно, что эта математическая закономерность встречается в природе удивительно часто и проявляется в самых разнообразных формах. Одно из самых известных проявлений чисел Фибоначчи в природе — это спирали. Например, раковины улиток и моллюсков часто следуют спиральной форме, размеры вит-



ков которой соответствуют числам Фибоначчи.

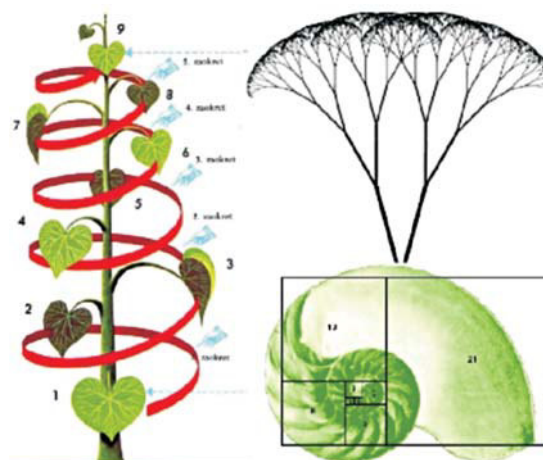
Подобным образом спирали можно увидеть в цветах подсолнуха и в сосновых шишках. Если посчитать ряды семечек на цветке подсолнуха, можно заметить, что их количество обычно соответствует числам Фибоначчи.

Я прочитала, что винтообразное и спиралевидное расположение листьев на ветках деревьев подметили давно. Расположение лепестков у цветов: у многих цветов (лилия, ирис, ромашки) количество лепестков — это число Фибоначчи (3, 5, 8, 13). Совместная работа ботаников и математиков пролила свет на эти удивительные явления природы. Паук спиралеобразно плетет паутину. Спиралью закручивается ураган. Испуганное стадо северных оленей разбегается по спирали. Молекула ДНК, несущая всю информацию о виде, закручена двойной спиралью. И все это так интересно, но это предстоит еще проверить!

Я измерила свои пропорции тела. Соотношение длины фаланг пальцев на моей руке, предплечья и плеча было близко к золотому сечению, т.е. примерно 1,6. Эти же пропорции можно найти в строении тела многих животных (например, в соотношении частей лап). Считается, что такие пропорции обеспечивают оптимальную подвижность и баланс.

Растения часто демонстрируют ветвление, следующее числам Фибоначчи. Если наблюдать за тем, как растут ветви деревьев или корни, можно заметить, что каждый новый отросток появляется в точках, которые соответствуют числам Фибоначчи. Это помогает растению очень эффективно использовать пространство для роста и получать достаточное количество света и питательных веществ.

Видите, расположение листьев на стебле растения происходит по спирали. При таком порядке они равномерно распределяются по стеблю, избегая затемнения



друг друга, обеспечивая равномерное распределение солнечного света и дождевой воды.

ЗНАМЕНИТАЯ ЗАДАЧА ПРО КРОЛИКОВ, ИЗ КОТОРОЙ И ПОЯВИЛАСЬ ЗНАМЕНИТАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ

Сам Леонардо Пизанский (Фибоначчи) в своем труде «Книга абака» предложил знаменитую последовательность в виде «задачи о кроликах», где описал кроличью популяцию со следующими условиями: в начале 1-го месяца появляется первая пара кроликов (самец и самка). Со 2-го месяца кролики начинают ежемесячно производить новую пару. Кролики бессмертны. Задача состояла в том, чтобы рассчитать, сколько кроликов будет через год. Так вот, если считать эти поколения

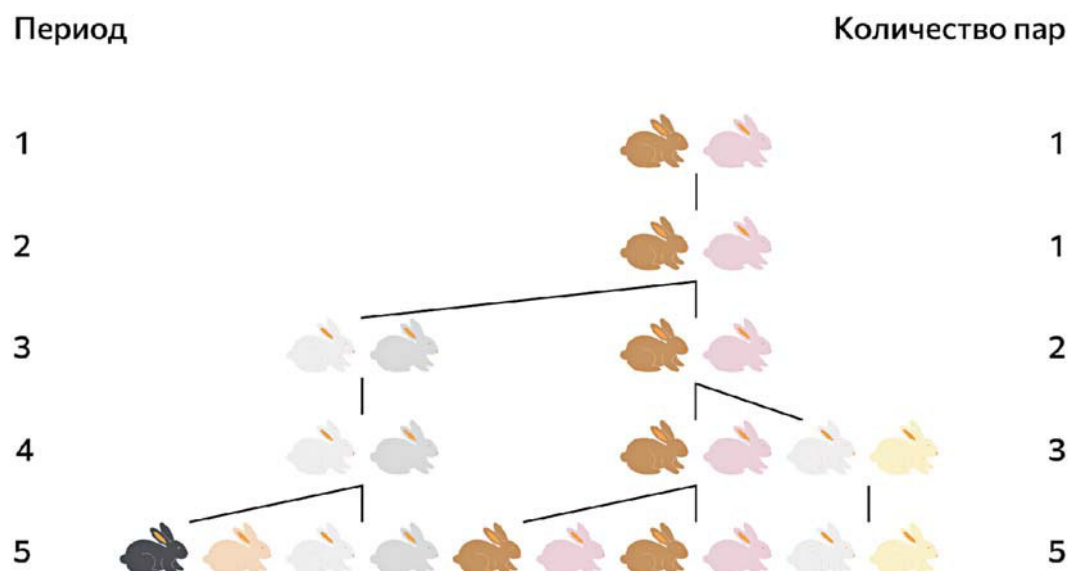
кроликов при указанных условиях размножения, то количество пар кроликов в каждом поколении будет следовать числам Фибоначчи!

Я подготовила для удобства дальнейшего использования материалов доклада специальный бланк задачи про кроликов (см. прилож. 1 «Задача про кроликов»). Мы разберемся вместе, как же, используя

последовательность Фибоначчи, решить такую непростую задачу!

Это исследование роста популяции кроликов можно предложить детям на уроках математики или любых факультативных занятиях по математике, геометрии и биологии.

Итак, перед вами визуализация задачи Фибоначчи о кроликах.



Приложение 1

ЗАДАЧА: «КРОЛИКИ ФИБОНАЧЧИ»

Цель задания: наглядно познакомить учащихся с последовательностью Фибоначчи через комбинаторную задачу с понятным сюжетом.

Имя: _____

Класс: _____

Дата: _____

Условие задачи. У Лены есть пара маленьких кроликов (самец и самка). Через месяц они подрастут и смогут принести еще одну пару крольчат. Каждая новая пара кроликов будет подрастать и тоже приносить потомство через месяц (по одной новой паре). Считаем, что кролики не болеют и не умирают.

Вопрос: сколько пар кроликов будет у Лены через 6 месяцев, если начать с одной молодой пары?

1. Давай посчитаем по месяцам вместе:

- Месяц 1-й: 1 пара (молодые).
- Месяц 2-й: 1 пара (стали взрослыми, но потомство пока только в пути). Пока все равно 1 пара.
- Месяц 3-й: Появилась 1 новая пара от первой. Всего стало 2 пары.
- Месяц 4-й: Первая пара дает еще одну новую пару, вторая пара пока подрастает. Всего 3 пары.

2. Посмотри на числа, которые у нас получаются по месяцам:

- Месяц 1-й: 1 пара.
- Месяц 2-й: 1 пара.
- Месяц 3-й: 2 пары.
- Месяц 4-й: 3 пары.
- Месяц 5-й: ? пары.
- Месяц 6-й: ? пары.

Это знакомые тебе числа? Так это и есть последовательность Фибоначчи!

3. Продолжи закономерность и запиши, сколько пар кроликов будет на 5-й и 6-й месяц.

- Месяц 5-й: _ пар кроликов.
- Месяц 6-й: _ пар кроликов.

Ответ:

Через 6 месяцев у Лены будет _ пар кроликов.

Приложение 2

ЗАДАЧА: «КУЗНЕЧИК И ЗАГАДОЧНАЯ ЛЕСТНИЦА»

Цель задания: наглядно познакомить учащихся с последовательностью Фибоначчи через комбинаторную задачу с понятным сюжетом.

Имя: _____

Класс: _____

Дата: _____

Условие задачи. Знакомьтесь — это кузнечик Кузя! У Кузи есть необычная лестница с N ступеньками. Он прыгает по ней только двумя способами:

- Короткий прыжок на 1 ступеньку вверх.
- Или длинный прыжок на 2 ступеньки вверх.

Задание:

Помоги Кузе узнать, сколькими разными способами он может допрыгать с земли (перед первой ступенькой) до самой верхней ступеньки!

Разминка для ума и подсказка!

Сначала попробуем с маленькой лестницей из 3 ступенек. Нарисуй или запиши все возможные способы:

1. $1 + 1 + 1$ (три коротких прыжка).
2. $1 + 2$ (короткий, потом длинный).
3. _____
4. _____

Вывод:

Для 3 ступенек всего _____ способов.

- Ступенек: $N = 1$

Пример: 1) Просто прыжок на 1.

Ответ: Всего 1 способ.

- Ступенек: $N = 2$

Примеры: 1) $1 + 1$.

2) 2.

Ответ: Всего 2 способа.

- Ступенек: $N = 3$

Примеры: запиши свои варианты из части 2 выше).

Ответ: Всего _____ способов.

- Ступенек: $N = 4$

Подсказка. Чтобы попасть на 4-ю, Кузя должен прыгнуть.

ПОСЛЕДНИЙ РАЗ либо со 2-й ступеньки (+2).

либо с 3-й ступеньки (+1).

Ответ: Всего _____ способов.

- Ступенек: $N = 5$

Подсказка. Аналогично! Последний прыжок = либо с 4-й ступеньки (+1).

либо с 3-й ступеньки (+2).

Ответ: Всего _____ способов.



ЗАДАЧА: «ГАДАНИЯ НА РОМАШКЕ ДЛЯ УЧЕНИКОВ СТАРШИХ КЛАССОВ И ВСЕХ ВЛЮБЛЕННЫХ (В ЖИЗНЬ)»

Рассмотрим, можно ли применить числа Фибоначчи к старой детской игре на гадание по ромашке! Все зависит от того, с какого лепестка вы начинаете считать или есть правила?

Целевая аудитория: ученики старших классов и все влюбленные. Можно раздать в любой праздник и отлично повеселиться на уроках естественных или точных наук.

Как работает классическое правило?

В классическом варианте вы чередуете варианты, начиная с первого лепестка:

1. Любит
2. Не любит
3. Любит
4. Не любит

5. ... и так далее до последнего лепестка. Итогом будет то слово, которое выпало на последний лепесток.

Как направить результат к «любит»?

Есть несколько хитрых способов:

1. Начните с «не любит»

Самый честный метод. Если вы начнете отсчет с «не любит», то на нечетных лепестках (1, 3, 5...) будет «любит». Значит, если у ромашки нечетное количество лепестков, вы гарантированно получите «любит». Пример: у ромашки 21 лепесток. Начинаем: 1-й = «не любит», 2-й = «любит», 21-й (нечетный) = «любит».

2. Выберите «правильную» ромашку

Если вы сорвете ромашку сами, выберите ту, у которой нечетное число лепестков (посчитайте быстро на глаз). Тогда при классическом начале с «любит» результат тоже будет «любит». Кажется, мы хитрим, но все равно любопытно, что получится!

3. Управляйте счетом (самый верный способ)

Договоритесь с собой, что считаете не «любит/не любит», а, например, «любит/обожает». В этой цепочке проиграть невозможно! А последнее слово — что бы вы ни выбрали — должно быть позитивным.

Согласитесь, здесь можно не ждать гармонии от чисел, а создать ее самостоятельно.

И еще одна хитрость! Вы считайте наоборот — от центра к краю, а не по кругу. Так последний лепесток будет не тем, что с краю, а любим, на котором вы решите остановиться.

Какой я вывод сделала или Про самый главный секрет для всех влюбленных

Настоящая магия этой игры — не в предсказании, а в вашем собственном желании. Если очень хочется получить ответ «любит», значит, сердце уже само все решило. А ромашка — просто повод в этом признаться.

Удачи в гадании!



МОИ ПЕРВЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ И МАЛЕНЬКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ИЗУЧЕНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ

Итак, взрослые говорят что, якобы, у природы есть свой любимый набор чисел. Проверим?

Оказывается, правда есть! И он называется последовательность Фибоначчи. Это не просто скучная математика, а настоящий секретный код, который можно разгадать, если внимательно посмотреть вокруг.

В чем секрет этого кода?

Давайте его расшифруем. В начале работы мы узнали, что начинается последовательность с 0 и 1, а каждое следующее число получается сложением двух предыдущих: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89... Пробую продолжить! Какое число будет после 89? Правильно, $55+89=144$. А теперь самое интересное: этот числовой ряд — как отпечаток пальца Вселенной. Он появляется в самых неожиданных местах! Природа, вообще, обожает эти числа, потому что они помогают ей расти красиво и экономично.

- Если взять шишку, ананас или посмотреть на сердцевину подсолнуха, то вы увидите, что семечки или чешуйки

выстроены по аккуратным спиральям. Посчитаем их!

Обычно количество спиралей, закрученных в одну сторону, и количество спиралей, закрученных в другую, — это соседние числа Фибоначчи (например, 8 и 13 или 21 и 34). Это самый надежный способ упаковать максимум семян в маленькое пространство!

- Рассмотрим теперь лепестковый шифр: посчитаем лепестки у цветов! У многих их количество совпадает с числами Фибоначчи: 3 лепестка — лилия, 5 — лютик, колокольчик, 8 — дельфиниум, 13 — ноготки, цинния, 21 — астра, 34 — в ромашке. Конечно, бывают и исключения, но закономерность есть!

Интересные данные!

Мы с вами — настоящее произведение математического искусства! Наше тело тоже знает про этот код. Пропорции, которые мы считаем гармоничными, часто близки к золотому сечению (это примерно 1,618). Говорят, что это число (1,618) напрямую связано с числами Фибоначчи! Как мне это получить, чтобы проверить это свойство ряда Фибоначчи? Оказывается, если поделить соседние пары чисел, например, 8 на 5 или 21 на 13 — получим число, близкое к 1,618 (такие цифры мы



еще не проходили на уроках, но учитель показал). Свойство проверено.

Веселый мини-эксперимент:

1. Измерим длину своей кисти от запястья до кончика среднего пальца. У меня она равна: 16 см.

2. Измерим длину предплечья (от локтя до запястья). У меня она равна 22 см.

3. Поделим длину предплечья на длину кисти. Результат близок к 1,6? У меня он равен 1,3 и у мамы и у папы, а у сестры Софии результат оказался близок к 1,6! Она — идеальна! А какая у вас математическая гармония?

Секрет популярности есть даже у современных вещей — у формы кредитной карты и у логотипа Apple, у экранов смартфонов, у обложек некоторых книг, визиток и логотипов Twitter, Pepsi.

Кстати, многие современные здания, картины, фотографии, даже форма пластиковой или кредитной карты, в своей геометрической форме содержат эти удивительные пропорции. Я проверила это — измерила свою банковскую карту и у меня получилось! Итак, начинается эксперимент!



Стандартная банковская карта имеет размеры $85,6 \times 53,98$ мм. Если вы разделите длинную сторону на короткую ($85,6 : 53,98$), то получите примерно 1,585. Помните, когда мы берем пары соседних чисел Фибоначчи и смотрим на них повнимательнее, то видим, что отношение большего числа к меньшему: $3/2=1,5$, $5/3=1,666$, $8/5=1,6$, $13/8=1,625$, $21/13=1,615$... всегда стремится к некой постоянной, которая примерно равна 1,618. Это значение очень близко к так называемому золотому сечению (примерно 1,618). Так и с пластиковой картой.

Мы снова проверили свойство ряда Фибоначчи. Как я себе это объясняю? Числа Фибоначчи — это как будто ступеньки лестницы (1, 1, 2, 3, 5...), а вот это золотое сечение в 1,618 — это идеальный уклон (угол), по которому эти ступеньки прилегают близко, но не всегда точно ее достигают.

Итак, свойство ряда Фибоначчи проверено! И пропорции банковской карты тоже идеальны.

ЗАЧЕМ ЭТО ВСЕ НУЖНО НАМ ВСЕМ?

Изучая числа Фибоначчи, мы понимаем, что мир вокруг нас — не хаос, а удивительно упорядоченная и красивая система. Математика — это ведь не только цифры в учебнике, а золотой ключ к пониманию красоты цветка, гармонии в музыке и даже секрету любимого мультфильма, где художники тоже используют эти правила для создания приятной картинки. Замечали ли вы, что не на все приятно смотреть!

ВЫВОД

Последовательность Фибоначчи — это математическая магия в реальном мире, которая доказывает, что природа — гениальный математик, а красота часто имеет свою точную формулу.

ЭМПИРИЧЕСКИЙ ОПЫТ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ФИБОНАЧЧИ

Для того чтобы выяснить, насколько эффективно было проведено ознакомительное занятие и каковы исходные представления учеников о числах Фибоначчи, мною организовано эмпирическое исследование в форме анонимного опроса.

Цель анкетирования: определить уровень понимания темы «Последовательность Фибоначчи» среди учащихся в 5 «З» классе.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- составить анкету из 4 вопросов, проверяющих знание определения, умение продолжить последовательность, понимание ее свойств (см. приложение № 4);
- опросить 22 учеников;
- обработать 88 ответов, систематизировать имеющиеся данные и представить их в виде наглядных круговых диаграмм;
- проанализировать результаты, и сделать выводы об успешности усвоения материала и типичных ошибках.

Анкетирование проводилось 5 февраля 2026 г. на уроке геометрии. Респондентами стали ученики 5 «З» класса.

Эмпирический этап исследования был направлен на диагностику знаний уча-

щихся о последовательности Фибоначчи. В опросе приняли участие 22 ученика. Собранные данные были подвергнуты статистической обработке: произведен подсчет ответов по каждому пункту, рассчитаны

проценты, а для наглядности построены сравнительные диаграммы.

Анкета, таблица результатов, диаграммы и результаты анализа представлены в приложении 4.

Приложение 4

АНКЕТА: «ВОЛШЕБНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ФИБОНАЧЧИ»

Имя: _____

Класс: _____

Дата: _____

Небольшая справка

Последовательность Фибоначчи — это ряд чисел, где каждое следующее число равно сумме двух предыдущих.

Она начинается так: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Проверь: $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$, $3 + 5 = 8$ и так далее.

Эти числа часто встречаются в природе: в спиралях ракушек, семенах подсолнуха, лепестках цветов!

Вопрос 1. Посмотри на начало последовательности: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ...

Какие два числа нужно сложить, чтобы получить следующее число после 13?

Ответ: $_ + _ = _$

Вопрос 2. Продолжи последовательность Фибоначчи еще на три числа:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, $_$, $_$, $_$

Вопрос 3. Посмотри на числа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

Есть ли в этой последовательности четные числа? Обведи свой ответ и приведи пример.

* Да

* Нет

Если «Да», приведи пример четного числа из ряда: $_$.

Вопрос 4. Если мы хотим угадать следующее число в последовательности Фибоначчи после 21 и 34, что нам нужно сделать? Выбери один верный ответ:

* Сложить 21 и 34.

* Умножить 21 на 2.

* Вычесть 13 из 21. _____

Вопрос 5 (творческий). Понравилась ли тебе эта математическая загадка? Что показалось самым интересным?

Результаты ответов учеников по вопросам

№ вопроса и его содержание	Верно	Неверно	Нет ответа	Кол-во учеников
Вопрос 1. Посмотри на начало последовательности: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... Какие два числа нужно сложить, чтобы получить следующее число после 13?	14	6	2	22
Вопрос 2. Продолжи последовательность Фибоначчи еще на три числа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, $_$, $_$, $_$	17	1	4	22
Вопрос 3. Посмотри на числа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... Есть ли в этой последовательности четные числа? Обведи свой ответ и приведи пример. Да / Нет	16	3	3	22

№ вопроса и его содержание	Верно	Неверно	Нет ответа	Кол-во учеников
Вопрос 4. Если мы хотим угадать следующее число в последовательности Фибоначчи после 21 и 34, что нам нужно сделать? Выбери один верный ответ: * Сложить 21 и 34. * Умножить 21 на 2. * Вычесть 13 из 21.	19	0	3	22
Итого:	66	10	12	88

Примечание: сумма по строкам (Верно + Неверно + Нет ответа) всегда равна 22 — общему количеству учеников.

АНАЛИЗ ДАННЫХ АНКЕТЫ

1. Общее участие

Всего в анкетировании участвовало 22 ученика. Общее количество данных ответов (верных + неверных): 86 из 88 возможных (4 вопроса * 22 чел.). Это означает высокий уровень вовлеченности — почти на все вопросы ребята дали ответ.

2. Анализ по вопросам

Вопрос 1-й оказался самым сложным: только 14 из 22 ответили верно. У него же наибольшее количество неверных ответов (6). Есть ощущение, что задание было непонятно ученикам или они прослушали объяснение, что есть такая последовательность чисел Фибоначчи.

Вопрос 4-й — самый легкий: 19 из 22 дали правильный ответ, при этом никто не дал неверного ответа (0).

Вопросы 2-й и 3-й были наиболее легкими. Во 2-м вопросе меньше ошибок, но больше пропусков.

3. Выводы

По результатам анализа 22 анкет учеников 5 «З» класса тема по числам последовательности Фибоначчи усвоена хорошо: по трем из четырех вопросов большинство учеников ответили верно.

Всего получено 88 ответов: 22 ученика × 4 вопроса = 88 ответов. Верных ответов: 66. Неверных ответов: 10. Нет ответа: 12.

Следует разобрать материал по первому вопросу, так как он вызвал наибольшие затруднения. В 12 случаях из 88 ответ на вопрос не получен, что может указывать на индивидуальные затруднения или необходимость контроля времени при выполнении подобных работ.

В результате проделанной мною работы я выполнила все поставленные задачи:

1. Я узнала, что такое последовательность чисел Фибоначчи, и в чем состоит их магия! Поняла, что числа Фибоначчи — это не просто цифры в учебнике, а ключ к пониманию гармонии нашего мира! Они управляют ростом растений, формируют их красивые формы в окружающей нас природе. И это происходит не потому, что природа научилась вычислять эти числа, как это делает человек, а потому, что это возникает как следствие чего-то очень выразительного и суперэффективного, например, эффективной упаковки (рассмотрите, как растут семена в растениях) или как следствие оптимального роста (максимальный доступ к свету растение получает благодаря именно такому расположению листьев и лепестков на стебле) и даже объясняют, почему мы находим одни вещи прекрасными, а другие — нет.

2. Мне удалось увидеть эти числа в нашей реальной жизни. Они окружают нас повсюду: многие современные здания, картины, фотографии, даже форма нашей пластиковой или кредитной карты, а также экраны смартфонов, размеры некоторых книг, визиток и даже логотипы Appl, Twitter, Pepsy в своей геометрической форме содержат эти удивительные пропорции. Я проверила это!

3. Я узнала, что в настоящее время последовательность Фибоначчи используют и художники, и дизайнеры, и программисты. По этим числам (есть такая гипотеза) строили даже египетские пирамиды — это гипотеза, которую я не проверяла, но именно это утверждают некоторые ученые. А такие композиторы, как Б. Барток, Клод Дебюсси, Фредерик Шопен использовали последовательность Фибоначчи для

построения своей музыки (музыкальных фраз и кульминаций). Во время моего доклада звучала музыка Фредерика Шопена, а в промежутках между моими слайдами раздавались гноссиены Эрика Сати и музыка Клода Дебюсси.

4. В двух практических частях моего исследования для того, чтобы выяснить, насколько эффективно было проведено ознакомительное занятие и каковы исходные представления учеников о числах Фибоначчи, мною организовано эмпирическое исследование в форме анонимного анкетирования, которое удалось провести на уроке геометрии. Вместе с респондентами я изучала последовательность чисел Фибоначчи, обобщала данные, считала 88 ответов 22 учеников по всем вопросам анкеты, разбирала задачи про кроликов, лестницу и кузнечика Кузю, используя знания удивительных чисел Фибоначчи,

выстраивала диаграммы и даже нарисовала золотую спираль Фибоначчи с помощью линейки и карандаша. Теперь я смогу провести мастер-класс для детей из других классов, чтобы рассказать об удивительных числах и их магии в природе и нашей жизни! На биологии мы сможем измерить пропорции своего тела, а на уроках геометрии и математики решать задачи, используя свои новые знания.

3. Работая над этой темой, я узнала много новой и интересной для меня информации. Ясно одно: хотя во многих источниках числа Фибоначчи и позиционируются, как универсальный закон мироздания, все же в отношении многих других природных явлений принцип числа Фибоначчи не является всеобъемлющим: например, раковина моллюска наутилуса закручена по-другому — по логарифмической спирали.

Приложение 5

ЛЮБОПЫТНЫЕ ФАКТЫ ПРО ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ В МАССОВОЙ КУЛЬТУРЕ

Притягательное и даже таинственные числа в последовательности Фибоначчи так или иначе «засветились» во многих произведениях современной массовой культуры самых разных жанров.

- Числа Фибоначчи упоминаются в бестселлере Дэна Брауна «Код да Винчи»: последовательность Фибоначчи служит кодом, при помощи которого главные герои книги открывают сейф.

- В сериале 2012 г. «Связь» главный герой, мальчик, страдающий аутизмом, способен различать закономерности в происходящих в мире событиях. В том числе посредством чисел Фибоначчи. И управлять этими событиями также посредством чисел.

- В американском фильме 2009 г. «Господин Никто» в одном из эпизодов адрес дома представляет собой часть последо-

вательности Фибоначчи — 12358. Кроме этого, в другом эпизоде главный герой должен позвонить по телефонному номеру, который по сути — та же, но слегка искаженная (лишняя цифра после цифры 5) последовательность: 123-581-1321.

- Разработчики java-игры для мобильных телефонов Doom RPG поместили на одном из уровней секретную дверь. Открывающий ее код — последовательность Фибоначчи.

- В 2012 г. российская рок-группа «Сплин» выпустила концептуальный альбом «Обман зрения». Восьмой трек носит название «Фибоначчи». В стихах лидера группы Александра Васильева обыграна последовательность чисел Фибоначчи. На каждый из девяти последовательных членов приходится соответствующее число строк (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьев Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука, 1978.
2. Детская энциклопедия по математике: серия «Я познаю мир».
3. Детская иллюстрированная энциклопедия.
4. Сидман Д. Живые спирали.
5. ru.wikihow.com — научно-популярный энциклопедический портал.

6. genon.ru — научно-популярный интернет-портал знаний
7. Наука Mail.ru <https://science.mail.ru/articles/3757-chisla-fibonachchi/>.
8. Skillbox Media — <https://blog.skillfactory.ru/>.
9. Tutoronline Blog — <https://blog.tutoronline.ru/>.
10. <https://blog.tutoronline.ru/chisla-fibonachchi-ishhem-sekret-mirozdaniya>.