

КАК РАЗВИВАЮТСЯ И КАК НЕ РАЗВИВАЮТСЯ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СПОСОБНОСТИ: АНАЛИЗ МЕТОДИК ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

Ясюкова Людмила Аполлоновна,

*преподаватель Санкт-Петербургского института практической психологии «Иматон»,
научный руководитель Центра диагностики и развития способностей, научный
руководитель экспериментальной школы «Smart class», кандидат психологических наук,
доцент, Санкт-Петербург*

В СТАТЬЕ РАССМАТРИВАЕТСЯ УРОВЕНЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НЕГРАМОТНОСТИ, ХАРАКТЕРНЫЙ ДЛЯ СОВРЕМЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ И МОЛОДЁЖИ. ДАЁТСЯ КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММ И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ, ПРИВОДЯЩИЙ К ТАКОМУ ПОЛОЖЕНИЮ В ОБРАЗОВАНИИ. ПРЕДЛОЖЕН ВАРИАНТ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ. СТАТЬЯ НАПИСАНА С УЧЁТОМ 35-ЛЕТНЕГО ОПЫТА РАБОТЫ АВТОРА В ШКОЛЕ.

• математические способности • понятийное мышление • абстрактное мышление • операторные структуры • образовательные программы • методы обучения

Как показывает моя многолетняя диагностическая практика и анализ обучения детей в школе, развитие математических способностей имеет вполне закономерную динамику, этапы становления, связанные с конкретикой используемых обучающих программ. В зависимости от программ и методов обучения, которые в настоящее время используются в школах России, развитие математических способностей может либо стимулироваться, либо поэтапно блокироваться до такой степени, что даже занятия с репетиторами в старших классах не дают положительных результатов. Первая часть статьи будет содержать критику современных методов преподавания, которые внедрялись в течение последних 30 лет и привели к той плачевной картине, которую я опишу ниже. В заключительной части статьи я постараюсь описать те минимальные изменения в преподавании математики, которые легко внести и которые качественно могут изменить ситуацию к лучшему.

Проблемы закладываются с начальной школы, но их негативное влияние проявляется не сразу, обычно только к концу 5-го класса, а полное непонимание математики

становится очевидным к 7–8-м классам. Сегодня, если молодые люди планируют получить высшее образование, то с 9-го класса (а часто и с 7-го) занимаются математикой с репетиторами, чтобы хотя бы в базовом варианте сдать ОГЭ и ЕГЭ. С репетиторами в этом случае, по моим данным, математикой занимаются более 90% старшеклассников, что позволяет им поддерживать текущую успеваемость, но, к сожалению, не формирует математические способности, не развивает математическое мышление.

Проверить это довольно просто. Я предлагаю подросткам решить 10 задачек уровня 3–5-х классов в два-три действия (отнюдь не олимпиадного уровня), при этом разрешаю им пользоваться черновиком и калькулятором. Около трети учащихся 7–11-х классов не решают правильно ни одной задачи. В основном это успешные учащиеся гуманитарных, химико-биологических и даже математических классов. Некоторые правильно решают одну-три задачи. Это типичный провал, из-за которого оказывается невозможным дальнейшее освоение математики, несмотря на дополнительные

занятия с репетиторами. Из обследованных в течение 2019–2022 годов более 300 старшеклассников (которые в основном успевают на «хорошо») все 10 задач правильно решил только один ученик физико-математической школы.

Постараюсь поэтапно расписать, как происходит формирование математических навыков и становление способностей. Для формирования математических способностей необходимы лежащие в их основе базовые навыки и операции: полноценный навык чтения (чтение — понимание текстов, чтобы прочесть задачу), логический компонент понятийного мышления (выделение причинно-следственных связей) и формально-логическое (абстрактное) мышление. Операции мышления могут развиваться в процессе овладения математикой, но могут развиваться вне зависимости от этого и использоваться в других областях, не оказывая никакого влияния на освоение математики. Могут не развиваться совсем.

Неумение читать (вернее, понимать прочитанное) обычно неочевидно. Технику чтения ко 2-му классу сдают уже все учащиеся, и считается, что читать они умеют. К сожалению, школьники умеют только озвучивать, но не понимают, о чём текст, который они прочитали вслух. (У меня есть тест, которым можно быстро проверить качество чтения [4].) Неумение читать проявляется следующим образом: школьники на контрольных работах не могут решать задачи, которые вполне успешно решают на уроке или дома. Учителя и родители недоумевают, почему так происходит. Объяснение простое: на уроках задачи читает учитель, а дома — родители. На контрольной работе ученикам приходится самостоятельно читать задачи, а именно этого они и не могут сделать. Они научились озвучивать (чтобы сдать технику чтения, обычно занимаясь с логопедом), но не научились понимать тексты. Это типичная ситуация неуспеха большинства учащихся начальной школы (да и не только начальной) при выполнении контрольных работ, включающих текстовые задачи. Среди сотен протестированных за последние годы учащихся 11-х классов только 30% обладают полноценным навыком чтения, могут понять всё, что читают. Естественно, что в начальной школе понимать прочитанное могут только единицы [3]. В последние годы

процент не умеющих читать школьников, к сожалению, увеличивается.

Теперь перейдём к анализу собственно программ по математике. Начнём анализ с программы 1-го класса. Первое, что начинает блокировать развитие математических способностей — это заучивание состава числа. Вместо того чтобы производить вычисления, на первых порах используя наглядный способ перекладывания палочек или загибания пальцев, дети заучивают, из чего состоит каждое число (сначала в пределах 10). Методисты, кто рекомендовал этот способ введения в счёт, видимо не понимают, что память не обладает операторной функцией. Память позволяет только воспроизвести то и так, как это было заучено, но не формирует умения оперировать числами, складывать их (или вычитать). Около двух месяцев дети тратят на то, чтобы выучить составы чисел. После этого они переходят к собственно сложению чисел, и выясняется, что складывать они не могут. Те дети, кому дома родители показывали, как считать на пальцах или пользоваться палочками, складывать числа постепенно обучаются, потому что сложение — это действие. Выполняемое вовне действие (перекладывание палочек или загибание пальцев) потом постепенно переходит, преобразуется в умственное действие. В этом случае уже можно говорить о начале развития математических способностей. А вот **попытки прямо перейти от выученного состава чисел к сложению в уме оказываются безрезультатными**. Когда учитель окончательно убеждается, что дети складывать в уме не могут, методисты рекомендуют дать линейку. И на этом развитие математических способностей заканчивается, фактически не успев начаться.

Считать в уме при помощи линейки школьники так и не обучаются. Использование линейки для «вычислений» в пределах 10 (а далее и в пределах 20) приводит к тому, что операция сложения (а далее и вычитания) выполняется и закрепляется, как последовательное передвижение в зрительном поле. В этом случае так и **не происходит абстрагирование понятия числа**. Дети иногда могут «пересчитать» конфеты, деньги (монеты или купюры), т. е. какие-то наглядные и привычные объекты, но оперировать собственно числами не могут.

Им нужно иметь перед глазами линейку, чтобы «сосчитать», что получается в итоге. Когда используемые числа начинают превышать второй десяток (до 30, 50, 100), то детей обучают считать в столбик. Вот тут и выясняется, что они не научились считать «в уме» с переходом через 10. Учащиеся делают много нелепых ошибок, а учителя и родители склонны списывать их на невнимательность. Напрасно. Я с этим постоянно сталкиваюсь в процессе тестирования детей, когда мы с ними (это дети 5–7-х классов и старше) разбираем пример для работы с числовыми рядами. Я спрашиваю, как из восьми получить одиннадцать, что надо сделать? Когда мне лет 5 назад шестиклассник после долгого молчания выдал: «Прибавить четыре», — я удивилась. Я попросила, чтобы он мне пояснил. Он мне пояснил, сказав, что там же четыре полоски на линейке. Все последующие годы, когда я постоянно слышу «прибавить четыре», то уже не удивляюсь, а показываю детям на палочках правильный ответ. Понятно, что при таком уровне развития математических способностей тест на числовые ряды они выполнить не в состоянии, хотя там используются достаточно простые примеры только с однозначными и двузначными числами. Увидеть закономерность в построении числового ряда учащиеся не могут ещё и потому, что ошибаются в промежуточных расчётах, хотя и считают на черновике в столбик.

Сегодня более половины старшеклассников (я уже не говорю о детях 3–6-х классов) сложение и вычитание двузначных чисел производят письменно в столбик. При этом ещё и делают ошибки. Устно в уме они оперировать двузначными числами не могут. У них **отсутствует представление числового поля в голове**, которое обычно формируется после того, как выполняются в уме операции сложения и вычитания двузначных чисел в пределах 100. А они и в пределах 10 этого не делали. При умножении в столбик дети пользуются таблицей, смотрят на обороте тетради, что должно получиться.

Выучить таблицу умножения не удаётся, хотя дети в первом классе для этого предварительно учат так называемую таблицу сложения. Они заучивают последовательный счёт, например, четвёрками (4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40), пятёрками, шестёрками и

так далее. Методисты считают, что после этого дети легче перейдут к таблице умножения. К сожалению, этого не происходит. Дети заучивают как стишки последовательные ряды чисел, но таблицу умножения запомнить не могут. На самом деле выучить её невозможно. Её надо понять, понять логику зависимостей, которая фиксируется таблицей умножения. Если у детей сформировалось представление числового поля в голове (когда они легко в уме могут складывать и вычитать двухзначные числа), то таблица умножения как бы ложится на него, и дети, если и не помнят какой-то результат умножения, то могут его вычислить. Если представление числового поля не сформировалось, то школьники не понимают, как можно вычислить, если не помнишь, например, сколько будет девятью семь, даже после того, как им объяснят способ, которым можно воспользоваться. Если для перемножения нельзя пользоваться калькулятором или таблицей, то многие школьники кроме как «пятью пять» или «шестью шесть» сосчитать ничего не могут.

Заучивание состава числа и таблицы сложения негативно сказывается на развитии математических способностей и тех детей, которые умели складывать и вычитать ещё до поступления в школу. В течение первой четверти (иногда и более) они вместе со всеми учат составы чисел, но не производят вычислений. В результате формируется не просто бесполезная, а «паразитическая» структура, которая в дальнейшем мешает функционированию ещё не укрепившихся вычислительных операций. Родители жалуются, что дети до школы считали лучше, а теперь путаются. У родителей складывается впечатление, что дети, обучаясь в школе, разучились считать. Фактически это и происходит. Последующее заучивание таблицы сложения формирует ещё одну «паразитическую» структуру, которая мешает производить вычисления. В результате детям перестаёт нравиться математика, которая им была интересна до школы. Родители недоумевают, почему так происходит. Вернуть интерес к математике не помогает и привлечение занимательных «олимпиадных» задач, т. к. дети с большим трудом могут выполнять рутинные вычисления, которые требуются в любой из них. Принятая методика преподавания

в начальной школе приводит к тому, что у учащихся формируется стойкое негативное отношение к математике.

Делить многие современные школьники не могут совсем. Спасает только калькулятор. Но если они нажали не на ту кнопку, то оценить полученный ответ всё равно не в состоянии. Записывают, что видят на экране. Неумение делить явно обнаруживается, если школьникам встречаются обыкновенные дроби, особенно в задачах. Вот задача, которая вводит в ступор практически всех **старшекласников**: «Спортсмен пробегает 1,4 м за 1/4 сек. Какое расстояние он пробежит за 5 сек.?» Тут и калькулятор не помогает, т. к. на нём не набрать обыкновенную дробь. Надо видеть, что они при этом пишут в черновиках! Перевести в десятичную дробь они не могут из-за того, что деление не понимается в принципе, ну и не научились рассуждать. Задача оказывается нерешённой.

В целом уровень математического мышления примерно трети старшекласников (7–11-е классы) характеризует то, как они решают следующую задачку (с использованием черновика и калькулятора). «Запасов продовольствия для 12 человек хватает на 15 дней. На сколько дней хватит этого запаса для 6 человек?» В ответе пишут: 7,5 дней, хотя я перед этим предупреждаю, что в ответе должно быть только целое число. Это более трети учеников 7–9-х классов и четвёртая часть учеников 10–11-х классов. Фактически все эти учащиеся занимаются математикой с репетиторами, а по остальным предметам успевают вполне прилично. Можно сказать, что у этих учащихся так и **не сформировалось понятийное мышление**, его логический компонент, умение рассуждать, выделять причинно-следственные связи. Решая задачу, **они пользуются формальной аналогией, не вникая в содержание**.

Проводя тестирование, я каждый раз уточняла, по каким программам дети учились в начальной школе, в 5–6-х классах, умели ли они считать до поступления в школу, чем занимаются с репетиторами. Сегодня по всем программам начальной школы обучение математике начинается с заучивания состава числа, а потом учат таблицу сложения. Единственная программа, где позднее

этот дефект преодолевается — это программа Л. Г. Петерсон. По остальным программам надеяться на развитие математических способностей можно только при дополнительных занятиях с родителями или с репетитором, начиная с 1–2-го класса, и если удастся обойтись без линейки. Особенно проблемными являются программы по математике в РКШ (Русской Классической Школе), «Школе России» и «Гармонии». Выводы о возможностях программ я делала не столько на основе индивидуальной диагностики (при индивидуальном тестировании я только их проверяла и подтверждаю), сколько на основе тестирования целыми классами в различных школах Санкт-Петербурга, Москвы и других городов России в течение последних 35 лет. При этом я отслеживала и анализировала результаты обучения математике этих же детей в средней и старшей школе. Такой подход позволяет выявлять роль именно самих учебных программ, методов обучения, нивелируя влияние личности учителя и индивидуальных особенностей учащихся. Проводить такие широкомасштабные исследования удавалось потому, что я заведовала лабораторией социальной психологии в Санкт-Петербургском государственном университете.

Ни одна программа начальной школы не содержит возможностей для дальнейшего изучения и понимания геометрии. Программы по арифметике не содержат базы для развития способностей к геометрии, а содержание программы «Окружающий мир» не закладывает основы логического мышления, которое требуется для восприятия и построения доказательств в курсе геометрии. Когда к 7-му классу выясняется, что школьники совсем не понимают геометрию, исправить что-либо оказывается очень сложно. Проще — сократить геометрию и полностью убрать черчение, что сейчас и делается повсеместно, даже в физико-математических школах.

К сожалению, до сих пор не принято серьёзно относиться к программам начальной школы, ведь там всё достаточно простое, только азы. Но именно что и как ребёнок делает в течение первых четырёх лет начальной школы, определяет и закрепляет его возможности (или отсутствие таковых) в дальнейшем обучении. **За четыре года обучения**

осваиваются (или не осваиваются) определённые операции мышления, которые закрепляются как постоянно функционирующие и используемые операционные структуры. Если для работы с каким-либо материалом они недостаточны или не годятся совсем, то всё равно именно они и используются, потому что других-то структур нет. Соответственно, ученики не понимают геометрию, не могут действовать с дробями, решать задачи на проценты, оказываются не в состоянии элементарно проанализировать содержание задачи и пр. И репетиторы тут уже мало чем могут помочь.

Ситуацию с геометрией можно частично подправить, т. к. есть программа А. В. Белошистой «Наглядная геометрия» с 1-го по 4-й класс. Эта программа совместима с любой программой по арифметике, которая используется в начальной школе. С её помощью хорошо развивается зрительно-графическое и пространственное мышление. Однако, чтобы дети научились логически мыслить, необходимо «Природоведение» вместо «Окружающего мира». Содержание программы «Окружающий мир» представляет собой «окрошку» из никак не связанных между собой текстов, содержащих много ошибок [5, 6]. Внутренней причинно-следственной логики в изложении материала нет никакой, поэтому мышление не задействуется. Оно не требуется и не формируется. Вся работа детей состоит в заучивании, пересказах и забывании. Программа «Общая биология» с 5-го по 9-й класс составлена в традициях «Окружающего мира», поэтому с логическим мышлением у современных школьников проблемы. Об изменении типа и уровня мышления школьников за последние 30 лет я уже писала, основываясь на данных обследования почти 5000 девятиклассников [2].

Иногда удаётся сформировать формальное, «абстрактное» мышление, минуя причинно-следственную логику, за счёт усиленных занятий алгеброй с репетиторами, начиная с 7-го класса. В этом случае учащиеся физику не понимают в принципе, как и геометрию, но с алгеброй кое-как справляются. Усваивать формальные алгоритмические действия и выполнять алгебраические преобразования оказывается проще, чем рас-

суждать и находить причинно-следственные зависимости. Понимание заменяется формальным оперированием алгоритмами, поэтому решать уравнения и неравенства старшеклассники ещё кое-как обучаются, но справиться с простейшими арифметическими задачами не могут. Для решения задачи всегда требуется актуализация неких конкретных представлений о соответствующей сфере, выделение конкретных зависимостей, требуется понятийное мышление. Это объясняет, почему простейшая задачка, которую я приводила выше, решается неправильно.

Но вернёмся к обучению математике в начальной школе. Если дети (без использования линейки) научились складывать в пределах 10 (или даже с переходом через 10), но не обучались одновременно вычитанию, то в психологическом плане у них не формируется единого операторного поля. По всем программам по арифметике (кроме Л. Г. Петерсон) дети сначала учатся сложению в прямом варианте, как увеличению, а потом также учатся вычитанию, как уменьшению. (Они и термин такой выучивают: уменьшаемое.). Они не выполняют заданий, типа «к какому числу надо прибавить три, чтобы получилось восемь?», или «сколько надо прибавить к двум, чтобы получилось шесть?» Далее действие умножения также закрепляется как увеличение, а деление — как уменьшение. При таком варианте обучения формируется и закрепляется натурально арифметическая установка: если мы что-то складываем или умножаем, то в итоге увеличиваем и получаем числа больше, чем были изначально. Если мы что-то вычитаем или делим, то в итоге уменьшаем и получаем числа меньше, чем были изначально. Эта установка за четыре года начальной школы закрепляется и уходит в подсознание, как абсолютное и вполне логичное правило.

С дробями школьников начинают знакомить только в конце 5-го класса (по программе Л. Г. Петерсон — с 4-го класса), но порочность натурально-арифметической установки проявляется только в процессе обучения умножению и делению на дробь. Школьники умножают на правильную дробь и ожидают (в соответствии с подсознательной установкой), что полученное произведение должно быть больше исходного числа, а получается

меньше. При делении на дробь ожидают получить число меньше, чем делимое, а получается больше. Дети путаются в расчётах, а учителя не понимают, почему это происходит. По старой программе Н. Я. Виленкина с умножения и деления на дробь начинался 5-й класс, и полгода школьники только этим и занимались, плавно переходя к задачам на части и к процентам. В итоге дефективность натурально-арифметической установки преодолевалась, школьники начинали воспринимать математические действия не как увеличение или уменьшение чего-то, а просто как сравнение различных величин в различных вариантах.

Сейчас в течение полугода или даже трёх четвертей в 5-м классе идёт повторение программы начальной школы, потому что абсолютное большинство школьников не научились к 5-му классу ни считать, ни решать простейшие задачки. Время, которое отводится на обучение действиям с дробями, задачам на части, процентам сокращается в разы. В итоге не формируется психологическая структура — интеллектуальный «переходник», преобразующий числовое поле таким образом, что в него легко можно включить действия с отрицательными числами. Казалось бы, что сложного, ставьте минус, и далее считайте так же, как и раньше, но не получается. Когда доминируют натурально-арифметические установки, школьники продолжают оперировать предметами (в этом случае понятие числа не абстрагировано, не используется как некая самостоятельная сущность), и они не могут отнять от 3 яблок 8 яблок или из 10 рублей вычесть 30 рублей. Они не могут представить, как это к 5 прибавить «минус 8» или от 3 отнять «минус 5». Одно дело — рассказать, что такое проценты, или показать, как действовать с отрицательными числами, но чтобы всё это школьники могли использовать, необходимо сформировать определённую психологическую операторную структуру. Чтобы мышление ребёнка освоило соответствующие операции, необходимо время, которого современные программы по математике не предоставляют. В результате такого обучения всего двое из 300 учащихся 7–11-х классов правильно решили следующую задачу: «10% мальчиков и 15% девочек одной школы получили хорошие оценки. Сколько процентов детей получили хорошие оценки, если в школе 60% мальчиков?»

К сожалению, математическое мышление не развивается даже в том случае, если в начальной школе дети усиленно занимаются решением олимпиадных задач (что стало за последние годы очень модным). Олимпиадные задачи начальной школы обычно требуют только комбинаторного мышления. Фактически — это неспецифичная интеллектуальная установка, формирующаяся на базе зрительно-графического мышления, которая позволяет в разных вариантах, используя зрительные представления и простейшие рисунки, «прокрутить» задачку, примерить разные подходы и в итоге наткнуться на правильный. Понимание задачи происходит после её решения, в то время как предварительный анализ ничего не даёт. Дети участвуют в олимпиадах, иногда даже вполне успешно, при этом школьной математике особого внимания не уделяется. Родителей не волнует, какая программа по математике в школе, что делают дети на уроках и делают ли что-то вообще. И напрасно.

Со средней школы суть олимпиадных задач качественно меняется: для их решения теперь требуется понятийное и абстрактное мышление. Комбинаторного мышления уже оказывается недостаточно. Если необходимые операции мышления не отработаны в процессе обучения в начальной школе и в 5-м классе, то все олимпиадные успехи резко заканчиваются. Более того, дети на фоне олимпиадных успехов поступают в физмат школы (вступительные контрольные требуют только комбинаторного мышления), но начинают испытывать серьёзные трудности в процессе дальнейшей учёбы. Когда я таких детей тестирую, то вижу, что понятийное и абстрактное мышление слабое. Объясняю родителям, что требуется длительная отработка рутинных заданий начальной школы, которые они пропустили вообще. Иначе ребёнок не сможет что-либо понимать на уроках математики и далее физики и вообще учиться в физмат школе.

Многолетняя практика показывает: если не отработаны действия с дробями и отрицательными числами, решение задач на части и на проценты, то дальнейшее полноценное развитие математических способностей оказывается невозможным. Да, отрабатывать надо все эти темы, как бы ни считали математики, что части и проценты — то же

самое, что дроби. Нет! Только после этого возможно становление абстрактного мышления, новый этап в развитии математических способностей. Сегодня у абсолютного большинства старшеклассников не сформировано абстрактное мышление, которое необходимо для освоения алгебры и физики. Изучение физики сегодня упрощают до пересказа параграфов. Задачи по физике школьники решать не умеют, да и смысла параграфов не понимают, хотя могут заучить и пересказать. Но математикой заниматься приходится, т. к. она обязательна для сдачи ОГЭ и ЕГЭ. Парадоксальность занятий с репетиторами заключается в том, что отработанные темы быстро забываются. К контрольной работе подготовились, сдали нормально, через месяц аналогичные (или даже те же самые) задания выполнить не могут. Знания и навыки не сохраняются. Алгоритмы, которые использовались для решения задач, забываются. Репетиторство поддерживает текущую успеваемость, но математические способности не развиваются. А к итоговым экзаменам надо все темы пройти заново, т. к. в голове не осталось ничего. От натурально-арифметического мышления не перейти к алгебраическому мышлению.

Алгебра — это оперирование отношениями в чистом виде, без конкретного представления о предметах, которыми оперируют, и об их количествах. Арифметика — это оперирование предметами и числами, которые обозначают (замещают) конкретное количество этих предметов. Алгебраическое (или абстрактное) мышление — это принципиально другой, более высокий уровень развития математических способностей. Чтобы освоить этот уровень, надо с начальных классов (как в программе Л. Г. Петерсон) вводить задачи без чисел, на рассуждения, с буквами вместо конкретного обозначения количеств. В этом случае школьники начинают работать с отношениями между предметами, а не только оперировать предметами. Если этого не делать, то учеников 4–6-х классов вводит в ступор следующая задача: «Мама купила «а» кг фруктов (яблок и груш). Яблоко было «б» кг. Сколько было груш?» Большинство детей говорит, что эту задачу решить нельзя, тут нет чисел. Иногда говорят, что яблоко было «в» или «с» кг. Я предлагаю эту же задачку, но только с конкретными числами. Решают легко.

Прошу по аналогии решить с буквами. Не могут. Некоторые доходят до записи: «а — б», и спрашивают, а как дальше считать? Они не понимают, что это уже и есть решение, т. к. отношение обозначено.

Прошли или нет школьники этап выделения отношений и оперирования ими, хорошо выявляется, если им предложить задачу, которую надо решить составлением уравнения. Наиболее простые задачи такого типа можно решить перебором вариантов. Например: «Во дворе гуляют куры и собаки. Кто сейчас может гулять во дворе, если видно 10 лап?» Даже младшие школьники легко решают эту задачку. Но вот следующая задача ставит в тупик фактически всех старшеклассников: «Зоопарк приобрёл животных: журавлей и черепах. Всего 8 особей и 20 ног. Кого сколько?» Можно тоже решить перебором, но я прошу решить, составив уравнение. Начинают бодро: журавли = x , черепахи = $2x$, и на этом всё заканчивается. Я рассказываю, как надо действовать, составляем вместе, легко решают. Предлагаю ещё пару аналогичных задач, тоже решают легко. Через два-три месяца даю опять эту же задачу, про журавлей и черепах. Начинают опять: журавли = x , черепахи = $2x$, и на этом всё заканчивается. Правильного рассуждения не помнят. Помнят, что как-то решали, но решить не могут. Это и означает, что переход к выделению отношений и оперированию ими не совершён. Именно поэтому «рабочие» алгоритмы сразу забываются, как только перестают использоваться. Памяти недостаточно. **Должна сформироваться операционная структура, в рамках которой алгоритмы будут использоваться, куда они встраиваются и где они функционируют.**

Эти старшеклассники вполне успешно сдают ЕГЭ, поступают в вузы, в том числе технические и экономические, заканчивают их и работают. Они могут достаточно успешно выполнять формальные вычисления, постоянно используя ограниченное число алгоритмов и не вникая в то, чем они оперируют. Если их работа ограничивается именно этим, то всё в порядке. Если же надо что-то интерпретировать, пояснять или составить прогноз, то вот тут и появляются проблемы. Для этого требуются операции понятийного мышления: умение выделять в конкретной предметной сфере сущностные моменты,

находить объективные причинно-следственные связи, зависимости. Они не только не умеют этого делать, но и не осознают, что это необходимо. Объяснения даются описательные, без выделения сути, а прогнозы строятся на основе статистических расчётов. Статистика даёт поверхностный план, не вскрывая причинно-следственных связей. Прогноз возможен, если далее будет продолжение той же зависимости, которая наметилась статистически. Но такой подход не гарантирует защиты от появления «чёрных лебедей», как образно выражается Н. Н. Талеб [1], т. е. от неожиданных резких изменений ситуации. Их можно предвидеть только при понимании внутренних объективных причинно-следственных зависимостей, которым подчиняется динамика развития соответствующей сферы.

Анализ того, как за последние 30 лет изменился тип мышления молодых и уже не очень молодых людей, показал, что у них абсолютно доминируют образное и формально-логическое мышление, а собственно понятийное мышление практически отсутствует [2]. Сегодня абсолютное большинство тех, кому 20–40 лет, не умеют рассуждать, чётко выделять суть явлений, видеть причинно-следственные связи, адекватно представлять смысл того, с чем имеют дело.

В заключение приведу пример из своей практики: рассуждение специалиста с высшим образованием, на которое я не знала, как реагировать. По роду своей деятельности мне приходится иметь дело с результатами различных медицинских обследований детей. В частности, я использую показания доплерографии, чтобы выяснить степень нарушения кровоснабжения мозга и оценить возможные негативные последствия этого для развития и обучения ребёнка. Если пробы с поворотом головы дают значительную асимметрию кровотока (более 5%), то это свидетельствует о возможных проблемах в кровоснабжении и соответствующих осложнениях в работе мозга ребёнка. Я обсуждала с врачом, имеющим высшее образование, который проводит диагностику и интерпретирует показания доплерографии, результат обследования ребёнка. Я вежливо ему заметила, что всё-таки 35% асимметрии — это многовато, нельзя считать нормой. Вот что он мне ответил: «Вы знаете, что есть такое понятие, как допусти-

мая ошибка измерения для каждого прибора. Так вот — 35% это и есть допустимая ошибка измерения в данном случае, поэтому тут вполне можно поставить норму». Объяснить что-либо такому специалисту просто невозможно. Он не только вообще не понимает смысла процентов, но и не умеет элементарно рассуждать, чтобы практически представить результаты собственных заключений. И данный уровень развития математического мышления, к сожалению, сегодня встречается достаточно часто, в том числе и у учителей начальной школы с высшим образованием.

Что можно и нужно сделать, чтобы сократить масштабы и уровень математической безграмотности? В первую очередь, изменить преподавание арифметики в начальной школе: полностью убрать заучивание состава числа и таблицы сложения. Этим высвобождается много времени для продуктивной и действительно необходимой работы. Следует сразу обучать вычислениям, используя на первых порах пальцы и палочки, как это делалось до 90-х годов прошлого века. Желательно при этом одновременно осваивать и сложение, и вычитание сначала в пределах 10, а потом и с переходом через 10, т. е. в пределах 20. В этом случае дети в течение двух-трёх месяцев полноценно отрабатывают базовые арифметические операции и могут переходить к счёту в уме (сложению и вычитанию двузначных чисел) в пределах 100. Формируется представление числового поля в голове. После этого к концу 1-го класса они могут легко освоить сложение и вычитание в столбик трёхзначных, четырёхзначных, пятизначных и т. д. чисел, производить вычисления и не делать ошибок. Со 2-го класса уже не возникает никаких трудностей с пониманием и использованием таблицы умножения или действий деления. При таком изменении процесса обучения происходит абстрагирование понятия числа, формирование базовых операторных структур, необходимых для дальнейшего освоения математики и перехода к алгебраическому мышлению.

Для обучения логическому мышлению на базе арифметики можно использовать задачи, предлагаемые А. В. Белошистой в пособии «Все виды задач по математике. 1–4 классы». Пособие хорошо тем, что в нём

не шаблонно, по-разному формулируются условия задач, предлагается найти, какой чертёж подходит к тому или иному условию и пр., отрабатываются решения всех типовых задач. Также полезно для развития мышления давать детям решать логические задачки А. З. Зака, в которых отсутствуют числа. Таких задач достаточно много в его комплектах «Интеллектика». Эти задачи учат рассуждению, выделению зависимостей, отношений, логических построений. Хорошо бы перенять опыт программы Л. Г. Петерсона введения буквенных выражений со 2-го класса и изучения дробей с 4-го класса. Тогда с 5-го класса можно было бы взять старую (не переработанную и не сокращённую) программу Н. Я. Виленкина, которая позволяет полноценно осваивать действия с дробями и отрицательными числами, решать задачи на части, проценты, формировать такие математические навыки, что в старших классах никаких репетиторов учащимся уже не потребуется.

Для укрепления чтения-понимания надо с 1-го класса давать возможность детям читать молча и в удобном для них темпе, не торопить. Дело в том, что озвучивание и осмысливание — две независимые операции, и озвучивание мешает пониманию, подавляет его. Любой ребёнок скажет вам, что ему проще читать молча. Чтобы проверить понимание, надо задавать конкретные вопросы по содержанию текста. Если ребёнок не может ответить, пусть ещё раз молча прочитает и найдёт ответ. Решение задач А. В. Белошистой и А. З. Зака также помогает развитию чтения-понимания. Только обязательно надо, чтобы ребёнок самостоятельно читал и разбирал задачки. Желательно научить будущего ученика читать ещё до поступления в школу, т. к. ни одна программа начальной школы детей читать не учит.

Использование «Наглядной геометрии» А. В. Белошистой позволит учащимся легче воспринимать геометрию, появится возможность вернуть в школу черчение, без которого инженерное образование вообще невозможно. Однако полноценное освоение геометрии, понимание физики, тем не менее, будут осложнены до тех пор, пока программу начальной школы «Окружающий мир» не заменят «Природоведением» (по образцу программы конца 70-х — начала 80-х годов),

в которой закладывались основы естественного-научного, понятийного мышления. Для укрепления понятийного мышления необходимо вернуть с 5-го по 9-й класс последовательное изучение биологии: «Ботаника», «Зоология», «Человек», «Общая биология» и не сокращать количество уроков биологии в старших классах. Эти изменения реализовать уже несколько сложнее, поэтому улучшить ситуацию с геометрией, а тем более с физикой более проблематично. Однако избавить будущие поколения школьников от вопиющей математической неграмотности, примеры которой я приводила в статье, можно и нужно. И это не требует каких-то особых педагогических усилий или финансовых вложений. □

Список использованных источников:

1. Талеб, Насим Николас «Чёрный лебедь». М.: Азбука Атткус, 2018.
2. Ясюкова Л. А. Изменение типа интеллекта подростков за период с 1990 г. по 2020 г. // Сборник статей к конференции «Памяти В. Н. Дружинина». М., ИП РАН, 2020.
3. Ясюкова Л. А. Исследование качества чтения современных школьников // Мат. конференции «Чтение детей и взрослых», М., 2013.
4. Ясюкова, Л. А. Методика выявления смысловой единицы восприятия текста // Журнал Международного института чтения им. А. А. Леонтьева, М., 2007. № 7. С. 67–68.
5. Ясюкова Л. А. Психологические причины снижения качества образования // Школьные технологии. 2013. № 6, С. 165–168.
6. Ясюкова Л. А. Реформирование образования: цели и проблемы // Школьные технологии. 2011. № 5. С. 7–10.

References:

1. Taleb, Nasim Nikolas «Chyornyj lebed'». М., «Azбука Attikus», 2018.
2. Yasyukova L. A. Izmenenie tipa intellekta podrostkov za period s 1990 g. po 2020 g. // Sbornik statej k konferencii «Pamyati V. N. Druzhinina». М., IP RAN, 2020.
3. Yasyukova L. A. Issledovanie kachestva chteniya sovremennyh shkol'nikov // Mat. Konferencii «Chtenie detej i vzroslyh», М., 2013.
4. Yasyukova, L. A. Metodika vyyavleniya smyslovoj edinicy vospriyatiya teksta // Zhurnal Mezhdunarodnogo instituta chteniya im. A. A. Leont'eva, М., 2007. № 7. С. 67–68.
5. Yasyukova L. A. Psihologicheskie prichiny snizheniya kachestva obrazovaniya // Shkol'nye tekhnologii. 2013. № 6. S. 165–168.
6. Yasyukova L. A. Reformirovanie obrazovaniya: celi i problemy // Shkol'nye tekhnologii. 2011. № 5. S. 7–10.