

ПРАКТИКА ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В разделе публикуются описания конкретного опыта организации исследовательской деятельности учащихся, приводятся примеры творческого подхода к организации учебно-исследовательской деятельности школьников при самых различных возможностях и условиях.

Творческий подход к учебно-исследовательской работе по математике (для 8–11-х классов)

Ирина Дмитриевна Белоногова,
учитель математики ВДЦ «Орлёнок»

Хорошо, когда есть возможность во внеурочную деятельность вынести отработку того учебного материала, на который не хватает места в учебной программе. Или организовать опережающее обучение, чтобы сократить время на объяснения и понимания в дальнейшем. Тем более что можно выбрать такую форму, где основой будет интерес обучающегося. И подчинение главной цели современного образования, формирование ключевых компетенций будет соблюдено.

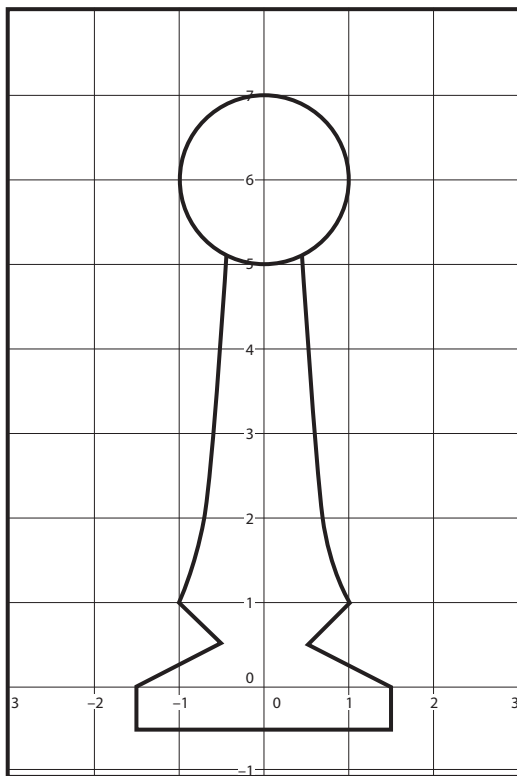
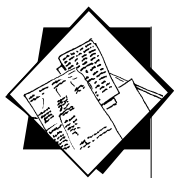
Функциональная линия в школьном курсе математики у многих ребят вызывает трудности. Не успели учащиеся научиться строить прямую для линейной функции, как нужно строить гиперболу и параболу, да ещё уметь пользоваться преобразованиями. Для многих учащихся эти действия так и остаются загадкой до окончания школы.

В своей практике использую творческую работу «Аргументы и функции», которая содержит элементы учебного исследования. Задание состоит в том, чтобы построить графики известных и неизвестных для учащихся функций и получить рисунок. А затем учащиеся составляют свой рисунок, описывая линии графиками функций. Идея не новая, но нравится она

мне тем, что я включаю в список функций новые для учащихся, которые и вызывают у них трудности (проблему). Таким образом, происходит побуждение учащихся на действия, направленные на изучение учебного материала, связанного с данной проблемной ситуацией.

За основу учебно-исследовательской работы было взято задание, напечатанное в газете «Математика в школе» под названием «Пешка», где уравнение окружности я заменила на два графика полуокружности, что сразу для учащихся стало проблемой.

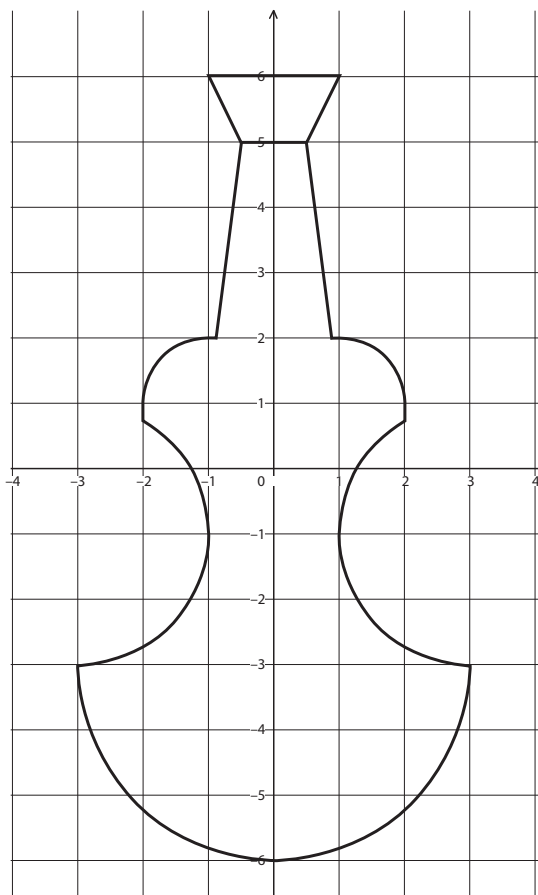
Если уравнение окружности они ещё узнавали (9–10-е классы), то с полуокружностью они никогда не сталкивались. Таким образом, учащимся нужно было предположить, что это за график, изучить материал и вывести формулу полуокружности, а учащиеся восьмых классов дополнительно изучали и уравнение окружности. Дополнительным вопросом для учащихся ставился о графике уравнения окружности: «Почему окружность — это график уравнения, а не функции». Поиск ответа на этот вопрос предполагает возвращение учащихся к определению функции, его осмыслению и усвоению на более высоком теоретическом уровне.



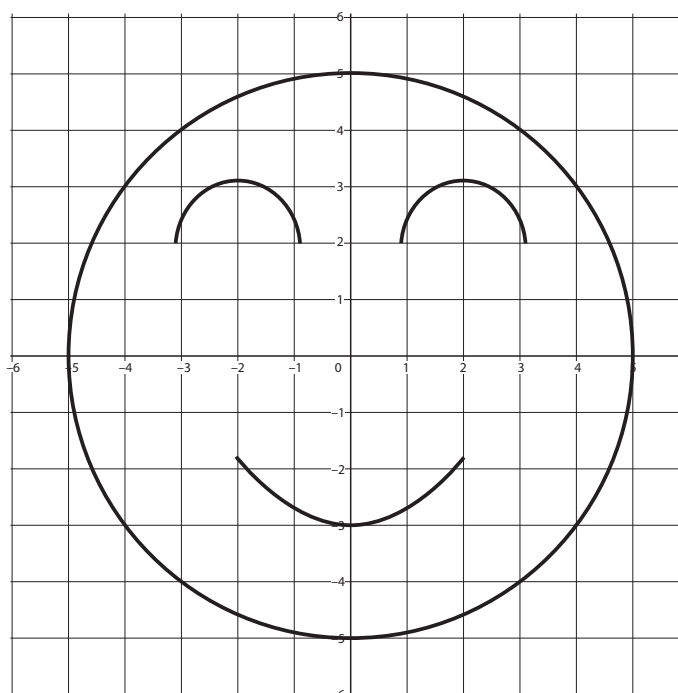
- 1) $y = -\frac{1}{2}, -1,5 \leq x \leq 1,5$
- 2) $y = \frac{1}{2}, -1,5 \leq x \leq 1,5$
- 3) $y = -0,5x + 0,75, 0,5 \leq x \leq 1,5$
- 4) $y = 0,5x + 0,75, -0,5 \leq x \leq -1,5$
- 5) $y = 1, -1 \leq x \leq 1$
- 7) $y = \sqrt{1-x^2} + 6$
- 7) $y = -\sqrt{1-x^2} + 6$
- 8) $y = \frac{1}{x^2}, -1 \leq x \leq -0,44$
- 9) $y = \frac{1}{x^2}, 0,44 \leq x \leq 1$
- 10) $y = x, 0,5 \leq x \leq 1$
- 11) $y = -x, -1 \leq x \leq -0,5$
- 12) $y = 0, -1,5 \leq x \leq 1,5$
- 13) $y = 1,5, -0,5 \leq y \leq 0$
- 14) $y = -1,5, -0,5 \leq y \leq 0$

Второе задание, которое нужно было выполнить учащимся в рамках учебно-исследовательской работы, заключалось в создании собственного рисунка из графиков

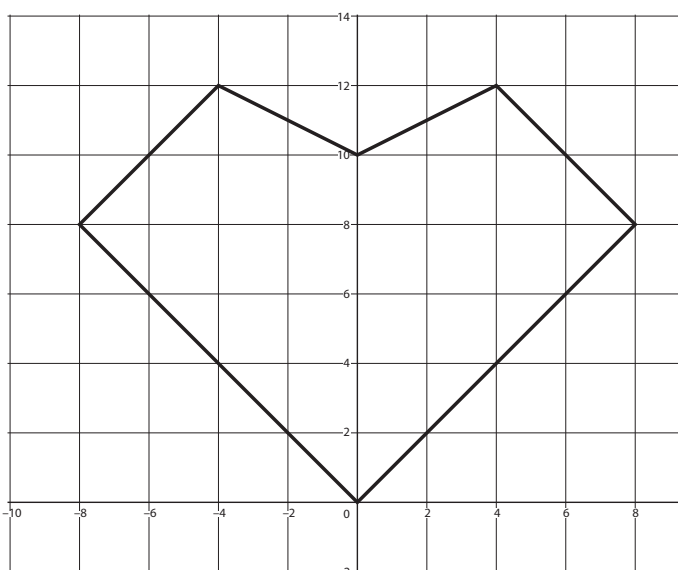
функций и уравнений, и задание этих графиков формулами. Вот что получилось у Кирилла Сердюкова из 10 «Б» класса (январь, 2021 год, ВДЦ «Орлёнок»).



- 1) $y = \sqrt{1-(x+1)^2} + 1, x \in [-2; -0,875]$
- 2) $y = \sqrt{1-(x-1)^2} + 1, x \in [0,875; 2]$
- 3) $y = 6, x \in [-1; 1]$
- 4) $y = 5, x \in [-0,5; 0,5]$
- 5) $y = 4 + 2x, x \in [0,5; 1]$
- 6) $y = 4 - 2x, x \in [-1; -0,5]$
- 7) $y = 9 - 8x, x \in [0,5; 0,875]$
- 8) $y = 9 + 8x, x \in [-0,875; -0,5]$
- 9) $y = \sqrt{4-(x-3)^2} - 1, x \in [1; 2]$
- 10) $y = -\sqrt{4-(x-3)^2} - 1, x \in [1; 3]$
- 11) $y = \sqrt{4-(x+3)^2} - 1, x \in [-2; -1]$
- 12) $y = -\sqrt{4-(x+3)^2} - 1, x \in [-3; -1]$
- 13) $y = -\sqrt{4-x^2} - 3, x \in [-3; 3]$
- 14) $x = 2, y \in [0,7; 1]$
- 15) $x = -2, y \in [0,7; 1]$
- 16) $y = 2, x \in [-1; -0,875]$
- 17) $y = 2, x \in [0,875; 1]$



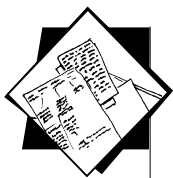
- 1) $f1(x) = \sqrt{25 - x^2}$
- 1) $f2(x) = \sqrt{25 - x^2}$
- 3) $f3(x) = 0,3x^2 - 3, [-2; 2]$
- 4) $f4(x) = \sqrt{1,21 - (x + 2)^2} + 2$
- 5) $f5(x) = \sqrt{1,21 - (x - 2)^2} + 2$



- 1) $y = 0,5|x| + 10, [-4; 4]$
- 2) $y = |x|, [-8; 8]$
- 3) $y = |x| + 16, [-8; -4]$
- 4) $y = |x| + 16, [4; 8]$

В сотрудничестве с учителем учащиеся самостоятельно находят нужную им информацию и способ действия, структурируют свои знания, используют их, применяя свои творческие способности. Как правило, данной учебно-исследовательской работой интересовались высокомотивированные старшеклассники, имеющие представление о ЕГЭ и понимающие, что графики функций могут быть использова-

ны в заданиях с параметром. Они быстро занимали исследовательскую позицию и самостоятельно достигали цель учебно-исследовательской работы. С ребятами 8–9-х классов была сначала организована работа по составлению алгоритмов построения графиков: окружности, полуокружности, параболы, гиперболы и даже прямой. А затем ребята использовали эти знания при составлении своих рисунков.

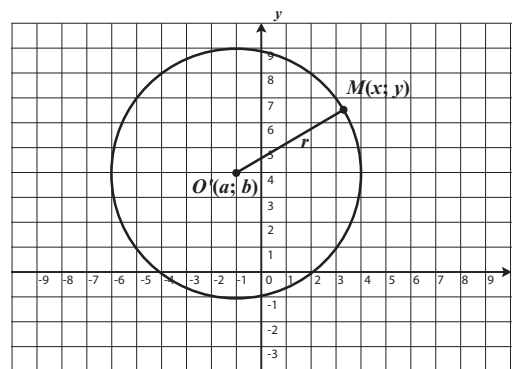
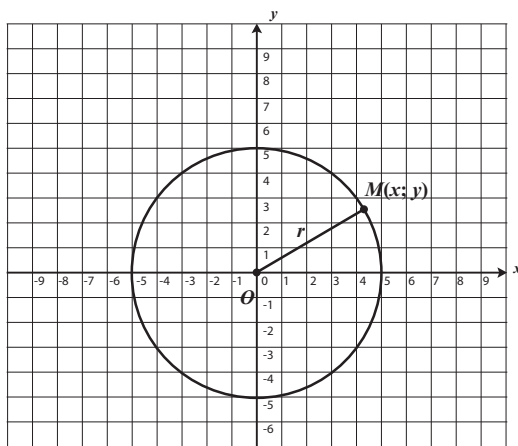


Приложение

УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Графиком уравнения $x^2 + y^2 = r^2$ является окружность на координатной плоскости xOy с центром в точке начала координат $O(0; 0)$ и радиусом r ($r > 0$)

Графиком уравнения $(x - a)^2 + (y - b)^2$ является окружность на координатной плоскости xOy с центром в точке $O'(a; b)$ и радиусом r ($r > 0$)



На рисунке изображена окружность с центром $O'(-1; 4)$ и радиусом, равным 5 ($r = 5$). Эта окружность задаётся уравнением: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$.

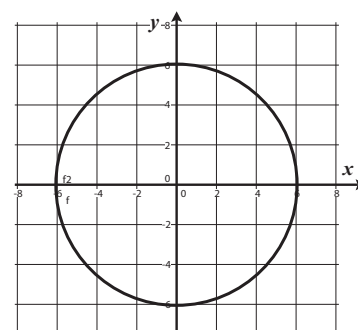
УРАВНЕНИЕ ПОЛУОКРУЖНОСТИ

ПРИМЕР 1

Рассмотрим уравнение окружности $x^2 + y^2 = 36$

Выразим y^2 : $x^2 + y^2 = 36$

Извлечём корень из левой и правой частей уравнения: $y = \pm\sqrt{36 - x^2}$

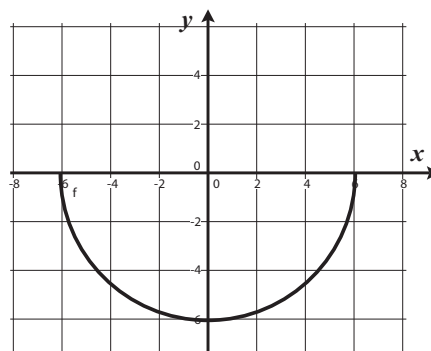
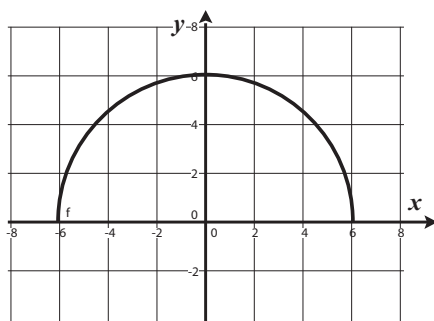


Графиком уравнения $y = +\sqrt{36 - x^2}$ является верхняя полуокружность окружности $x^2 + y^2 = 36$

Графиком уравнения $y = -\sqrt{36 - x^2}$ является нижняя полуокружность окружности $x^2 + y^2 = 36$

$$y = +\sqrt{36 - x^2}$$

$$y = -\sqrt{36 - x^2}$$



УРАВНЕНИЕ ПОЛУОКРУЖНОСТИ

ПРИМЕР 2

Рассмотрим уравнение окружности:

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$$

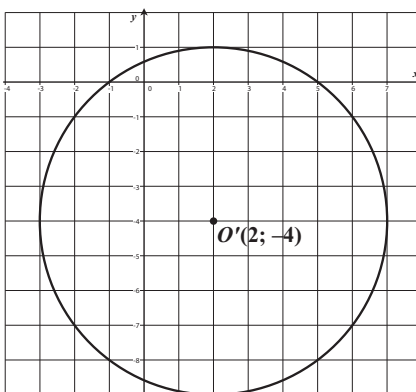
Выразим $(y + 4)^2$:

$$(y + 4)^2 = 25 - (x - 2)^2$$

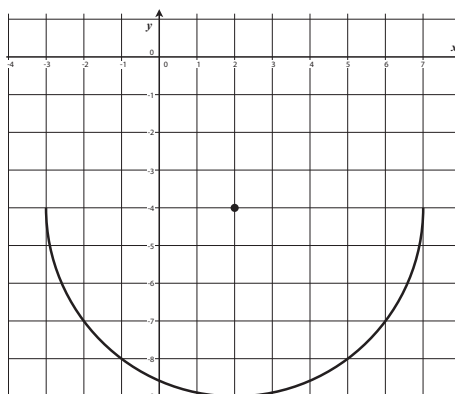
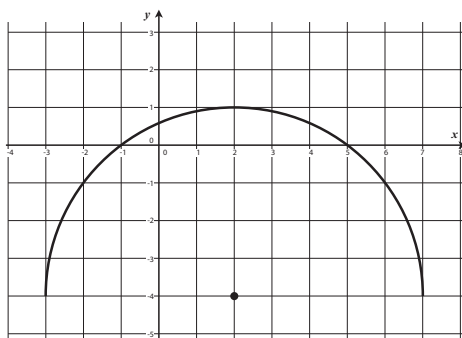
Извлечём корень из левой и правой частей уравнения:

$$y + 4 = \pm \sqrt{25 - (x - 2)^2}$$

$$y = \pm \sqrt{25 - (x - 2)^2} - 4$$



Графиком уравнения $y = +\sqrt{25 - (x - 2)^2} - 4$ является верхняя полуокружность окружности $x^2 + y^2 = 36$	Графиком уравнения $y = -\sqrt{25 - (x - 2)^2} - 4$ является нижняя полуокружность окружности $x^2 + y^2 = 36$
$y = +\sqrt{25 - (x - 2)^2} - 4$	$y = -\sqrt{25 - (x - 2)^2} - 4$



АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

ПРИМЕР: Построить график функции $y = x^2 + 4x + 5$

1. Найти координаты вершины параболы по формулам: $x_0 = \frac{-b}{2a}$, $y_0 = y(x_0)$.

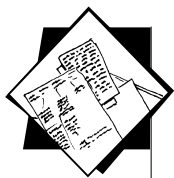
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2, \quad y_0 = y(-2) = (-2)^2 + 4 \times (-2) + 5 = 1$$

2. Провести через вершину параболы $(-2; 1)$ ось параболы y' , уравнение которой $x = -2$.

3. Взять на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы. Найти значение функции в этих точках (эти значения равны, так как точки симметричны относительно оси y'), записать их в таблицу значений:

x	-2	-1	-3
y	1	2	2

$$y(-1) = x^2 + 4x + 5 = (-1)^2 + 4 \times (-1) + 5 = 2$$



4. Взять на оси x ещё две точки, симметричные относительно оси параболы. Найти значение функции в этих точках (эти значения равны, так как точки симметричны относительно оси y'), записать их в таблицу значений:

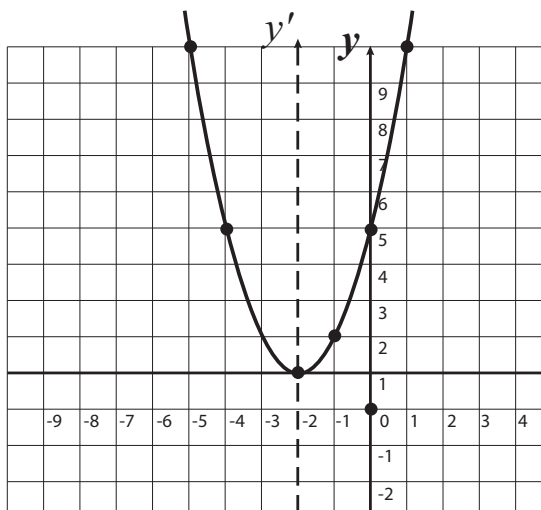
x	-2	-1	-3	0	-4
y	1	2	2	5	5

$$y(0) = x^2 + 4x + 5 = 0^2 + 4 \times 0 + 5 = 5$$

5. Если необходимо, можно взять ещё две точки, симметричные относительно оси параболы. Найти значение функции в этих точках (эти значения равны, так как точки симметричны относительно оси y'), записать их в таблицу значений:

x	-2	-1	-3	0	-4	1	-5
y	1	2	2	5	5	10	1-

6. В системе координат отметить точки с координатами (из таблицы) и соединить их, получить параболу.



Литература

1. Газета «Математика в школе» (материал про рисунок «Пешка»).
2. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2013.