

Проявление креативности учащихся и её развитие в процессе обучения математике

Светлана Григорьевна Киреенко,

учитель математики лицея при Томском политехническом университете, г. Томск

Основной путь проявления и формирования креативности школьников — это индивидуализация обучения. И реализуется он — через урок, проектную деятельность учащихся, внеклассную деятельность, подготовку к олимпиадам различного уровня.

Урок здесь занимает главенствующее место. Способы проявления и формирования креативности учащихся в рамках урока могут быть самыми разнообразными. Это:

- предложение учащимся заданий в нестандартной формулировке;
- поощрение оригинальных идей, выдвигаемых школьниками;
- создание обстановки «никто кроме меня»;
- рассмотрение разных подходов к решению одной задачи;
- поиск оптимальных путей решения, одновременное рассмотрение прямых и обратных задач;
- переключение внимания с основных объектов, соотношений на другие, кажущиеся второстепенными, маловероятными.

При введении нового материала желательно освещать различные точки зрения на определяемые понятия, давать возможность учащимся самостоятельно получать свойства изучаемых объектов, причём в этой ситуации ученики не должны стесняться высказывать идеи, способы реализации которых им ещё не известны. На таких уроках есть место чувству интуиции, озарению.

На уроках закрепления и применения полученных знаний необходимо выслушивать различные способы решения одной задачи, учить принятию «чужой» точки зрения и умению проникать в её смысл.

При обобщении и систематизации знаний по теме есть возможность обучать классифицировать объекты по тому или иному признаку, переносить полученные знания в другие разделы курса математики, другие предметные области.

Для целенаправленной деятельности по развитию креативного мышления уча-

щихся и разработке способов оценки креативных способностей необходимо определить сущность креативности.

Креативность в узком значении этого слова — это дивергентное мышление, отличительной особенностью которого является разноплановость и вариативность поиска разных, в равной мере правильных решений относительно одной и той же ситуации.

Креативность в широком смысле — это творческие интеллектуальные способности, в том числе способность приносить нечто новое в опыт, способность порождать оригинальные идеи в условиях разрешения или постановки новых проблем, способность отказываться от стереотипных способов мышления.

Иными словами, креативность — это способность порождать множество разнообразных оригинальных идей в нерегламентированных условиях деятельности (М.А. Холодная).

В большинстве исследований при оценке креативности во внимание принимаются, как правило, первые два показателя:

- количество сформированных идей;
- степень их отличия по сравнению с другими.

Для осуществления развития креативности и оценки степени креативности необходимо сделать следующее:

- выделить креативные умения, которые формируются у учащихся;
- разработать критерии сформированности умений;
- выделить формы уроков и внеурочных занятий по формированию умений;
- определить формы оценки сформированности креативных умений;
- отследить динамику изменения уровня сформированности креативных умений учащихся;
- проанализировать результаты, наметить перспективы дальнейшей деятельности.

На основе анализа литературы, собственного опыта работы с учащимися, обсуждения с ними вопроса — какие умения можно считать творческими, выделены

следующие креативные умения учащихся: умение постановки учебной задачи; умение постановки исследовательской задачи; умение видеть множество решений; умение искать неочевидное, нестандартное решение; умение анализировать решение; умение расширить границы задачи; умение восстановить ход решения, формулировать обратную задачу.

Как видно, таких умений много и все они в какой-то степени развиваются на разных формах урока и во внеурочной деятельности при наличии определённого содержания заданий.

Для оценки динамики развития такого рода умений наиболее оптимальным вариантом является оценка сформированности умений: видеть множество решений; искать нестандартные, объективно и субъективно оригинальные решения.

Ниже приведено содержание урока, на котором формируется умение учащихся искать множество решений одной задачи.

Решение задач на угол наклона.

Урок одной задачи. 10-й класс

Задача

В тетраэдре $DABCA$ — правильный треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. $DA = DB = DC$. $DO \perp ABC$, $DO = \sqrt{3}$. Найдите угол наклона грани BDC к плоскости основания, расстояние от A до BDC и угол наклона ребра AC к плоскости BDC .

Цель урока: Развитие креативных способностей как одного из типов интеллектуальных способностей.

Рассмотрим, какая база знаний имеется у учащихся, чтобы дать возможность развитию креативных способностей.

1. Учащиеся имеют хорошие навыки в построении пространственного чертежа, используя законы кабинетной проекции (из курса черчения) и правила проектирования из курса стереометрии (правила параллельной проекции).

2. Владеют решением прямоугольного треугольника по двум его данным.

3. Владеют алгоритмом построения угла наклона прямой к плоскости основания.

4. Владеют алгоритмом построения угла наклона грани пирамиды к плоскости основания.

5. Знают решения косоугольного треугольника с использованием теоремы синусов и теоремы косинусов.

6. Знакомы с теоремой трёх косинусов и с теоремой трёх синусов.

Для того чтобы учащиеся могли увидеть различные способы решения и на уро-

ке проверить правильность своих рассуждений, к уроку готовятся наглядные пособия:

1. Модели правильного тетраэдра.

2. Измерительные инструменты для проведения практических работ.

3. Таблицы:

1) чертёж тетраэдра;

2) алгоритмы углов наклона;

3) теоремы трёх синусов и трёх косинусов.

Ход урока

I часть урока

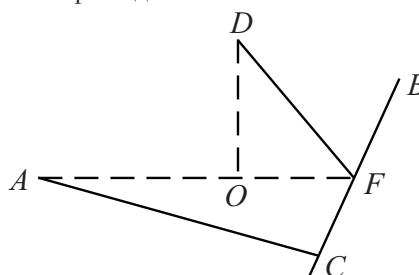
На доске написано условие задачи. Дается первое задание учащимся.

Задание № 1. По данному условию выполнить построение чертежа с обоснованием угла наклона грани BDC к плоскости основания.

Этим заданием проверяются конвергентные способности.

Конвергентные способности обнаруживают себя в показателях эффективности процесса переработки информации, в показателях правильности и скорости нахождения единственно возможного ответа в соответствии с требованиями заданной ситуации.

Ученик должен охарактеризовать построение чертежа, используя законы кабинетной проекции для построения правильной пирамиды.



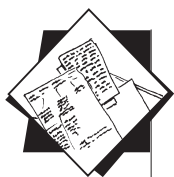
Воспользоваться условием, что рёбра равны, значит O — центр описанной окружности, а $OF:AO = 1:2$.

Для построения линейного угла используется правило построения перпендикуляров в равнобедренном треугольнике $CF = FB$.

Конвергентные способности характеризуют адаптивные возможности индивидуального интеллекта с точки зрения успешности индивидуального интеллектуального поведения в регламентированных условиях деятельности.

Они представляют три свойства интеллекта:

1) уровневые свойства (проверяется уровень овладения пространственными представлениями);



2) комбинаторные свойства — характеризуются умением устанавливать связи и обнаруживать закономерности;

3) процессуальные свойства (как человек выполняет задание).

Ответ: $\angle DFA$ — угол наклона грани BDC к плоскости основания.

Задание № 2

Учитель предлагает установить зависимость между данными элементами и вновь построенными.

Ученики должны найти различные способы нахождения этих величин.

В результате решения получается некоторая база данных, добытая различными способами решения.

Задание № 3

Построить плоскость перпендикулярно ребру CB и найти расстояние от вершины A до плоскости CDB .

Построение

1) Имеем $AF \perp CB$, т.к. $CF = FB$, а $\triangle ABC$ — правильный.

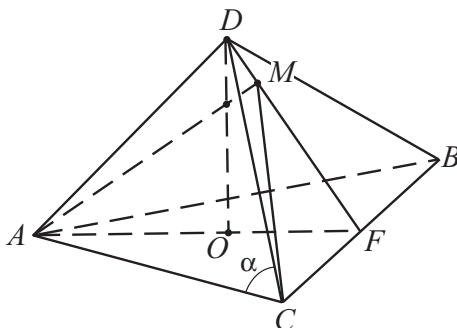
2) Проведём DF .

3) $OF = \text{пр} DF$, т.к. $DO \perp (ABC)$

4) $(ADF) \perp BC$, т.к. $BC \perp AF$ и $BC \perp DF$ (теорема о трёх перпендикулярах).

5) $AM \perp DF_{\text{вл}}(ADF)$

Ответ: $(ADF) \perp BC$.



Задание № 4. Построить проекцию ребра AC на плоскость CDB .

Построение

1) Укажем основание наклонной AC . Имеем точку C .

2) Укажем основание перпендикуляра AM на плоскость (CDB) . Имеем точку M .

3) Соединим основание наклонной с основанием перпендикуляра. Получим $CM = \text{пр}_{(CDB)} AC$.

В результате этих заданий учащиеся получили следующие результаты:

$$CF = \sqrt{3}$$

$$AF = 3$$

$$AO = 2$$

$$OF = 1$$

$$AD = DC = DB = \sqrt{7}$$

$$DF = 2$$

$$\text{tg} \angle DFO = \text{tg} \varphi = \sqrt{3}, \varphi = 60^\circ$$

$$\triangle AMF \sim \triangle ODF$$

$$MF = \frac{3}{2}.$$

II часть урока

Введение новой темы

Учитель: Давайте усложним предложенные задачи и попробуем найти угол наклона ребра AC к боковой грани CDB .

В тетради запишем условие задачи (вывешивается плакат с условием): В тетраэдре $DABC$ — правильный треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. $DA = DB = DC$, $DO \perp ABC$, $DO = \sqrt{3}$. Найдите угол между AC и плоскостью BDC .

Вспользуемся построенными чертежами на листочках, дополним построение.

Задание № 1

На чертеже укажите угол наклона ребра AC к плоскости BDC (Ответ: $\angle ACM$).

Этой задачей проверяется одно из свойств креативности интеллекта, умение применить свои знания в необычные условия.

Имеем нестандартную задачу. У ребят отработаны навыки определения угла наклона к плоскости основания.

В роли плоскости основания выступает плоскость боковой грани. В роли наклонной выступает сторона основания.

Перед ребятами ставится цель спроецировать AC на (CDB) ортогонально. Следовательно, необходимо построить перпендикуляр из точки A на плоскость CDB . Чтобы построить перпендикуляр, мы должны вначале построить плоскость, перпендикулярную (CDB) .

Она у нас уже есть. Значит надо доказать, что $ADF \perp CDB$, а затем уже провести $AM \perp DF$ (перпендикулярно линии пересечения плоскостей).

Построение закончено.

Надо найти $\angle ACM$ — угол между наклонной и её проекцией (обозначим $\angle ACM = \alpha$).

Ставится вопрос: как найти величину этого угла?

На этом этапе урока проверяется и развивается свойство креативности: беглость (количество идей, возникающих в единицу времени).

Идея первая. Выделить опорный треугольник (наклонная, перпендикуляр, проекция) — $\triangle AMC$.

Найти AM .

Найти MC .

AM находим из $\triangle AMF$. $AF = 3$, $\angle AMF = 90^\circ$, $\angle AFM = 60^\circ$, значит

$$AM = AF \cdot \sin 60^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{2}.$$

MC находим из $\triangle CMF$.

Имеем: $CF = \sqrt{3}$, $MF = \frac{3}{2}$, т.к.
 $\angle MAF = 30^\circ$, $AF = 3$.

Получим $MC = \frac{\sqrt{21}}{2}$, т.к.

$$MC^2 = CF^2 + MF^2 \text{ или}$$

$$MC^2 = 3 + \frac{9}{4} = \frac{21}{4}$$

$$MC = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Можно найти $\sin \alpha$ из $\triangle AMC$.

$$\sin \alpha = \frac{AM}{AC}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{27}/2}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{4},$$

$$\alpha = \arcsin 0,75.$$

Можно найти $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = \frac{MC}{AC}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}/2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{4},$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Проверка: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = 1 \text{ — верно.}$$

Можно найти $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AM}{MC}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{27}}{2} : \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{21}} = \frac{3}{\sqrt{7}}.$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

Можно найти по теореме косинусов:

$$AM^2 = MC^2 + AC^2 - 2MC \cdot AC \cdot \cos \alpha;$$

$$\frac{27}{4} = \frac{21}{4} + 12 - 2 \cdot \frac{\sqrt{21}}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos \alpha;$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Идея вторая. Проверяется второе свойство креативности — оригинальность (способность производить «редкие» идеи, отличающиеся от общепринятых типичных ответов).

Ребятам предлагается воспользоваться теоремой о трёх косинусах.

Уметь выделить углы:

α — угол наклона ребра AC к (BDC),
 $\angle ACM = \alpha$

γ — угол между проекцией данного ребра и ребром двугранного угла, $\angle MCF = \gamma$,

$$\cos \gamma = \frac{CF}{CM}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}/2} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

β — угол между данным ребром (наклонной AC) и ребром двугранного угла, $\angle ACF = 60^\circ = \beta$.

Воспользуемся формулой

$$\cos \beta = \cos \alpha = \cos \gamma$$

$$\frac{1}{2} = \cos \alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{7}}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4},$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}}, \alpha = \arccos \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Используя идею вторую, развивается и используется третье свойство креативности — восприимчивость.

Восприимчивость — чувствительность к необычным деталям, противоречиям и неопределённости, готовность гибко и быстро переключаться с одной идеи на другую.

В данном способе угол наклона связан с линейным углом двугранного угла. Используется новая терминология — ребро угла, а не только ребро тетраэдра.

Идея третья. Ребятам предлагается воспользоваться теоремой о трёх синусах.

Развивается свойство метафоричности (готовность работать в фантастическом «невозможном» контексте, склонность использовать символические, ассоциативные средства для выражения своих мыслей, а также умение в простом видеть сложное и, напротив, в сложном — простое).

Ребята должны увидеть:

а) двугранный угол CB , который измеряется. $\angle DFA = 60^\circ$, $\angle DFA = \varphi$;

б) α — угол наклона AC ;

в) β — угол между наклонной AC и ребром двугранного угла; $\angle ACB = 60^\circ$.

Теорема синусов:

$$\sin \alpha = \sin \beta \cdot \sin \varphi$$

$$\sin \alpha = \sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \arcsin \frac{3}{4}.$$

Задача решается одним действием. В этом её необычность и оригинальность.

В заключение урока предлагается провести лабораторную работу на модели тетраэдра. Как нужно поступить, если есть измерительные инструменты и модель тетраэдра, чтобы найти угол наклона ребра AC к плоскости BDC . Проверяется нужность пространственного образа в реальной жизни, умение увидеть простоту решения. 📌

Литература

1. Гилфорд Дж. Три стороны интеллекта // Психология мышления: Сб. пер. с нем. и англ. яз. М., 1965.

2. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования. СПб.: Питер, 2002. 272 с.

3. Барретт С. Тайны мозга: Как развить свои умственные способности. СПб.: Питер, 1997. 160 с.