

ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ФГОС

Алексеева Елена Евгеньевна,

старший научный сотрудник лаборатории математического общего образования и информатики ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования», кандидат педагогических наук, доцент, Москва, e-mail: alekseeva.ok@mail.ru

ПРОБЛЕМА ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ФЕДЕРАЛЬНЫМ ГОСУДАРСТВЕННЫМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ СТАНДАРТАМ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ КАК СРЕДСТВО РЕШЕНИЯ ЭТОЙ ПРОБЛЕМЫ. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ.

• универсальные учебные действия • познавательные умения • предметные результаты обучения • геометрия • задача • построение

В современных условиях развития школьного образования перед учителем-предметником стоит задача выполнения требований ФГОС общего образования¹. Математика, в частности геометрия на уровне основного общего образования, предоставляет учителю большие возможности для её решения. Геометрические задачи на вычисление, доказательство и построение при инновационном подходе к их использованию в процессе обучения предмету позволяют организовать деятельность учащихся, способствующую достижению результатов обучения, сформулированных в примерной основной образовательной программе основного общего образования (ПООП ООО) и соответствующих ФГОС². Отметим, что задачам на построение в практике обучения геометрии уделяется недостаточное внимание.

Конкретизируем познавательные универсальные учебные действия и предметные результаты обучения геометрии в 7–9-х классах, сформулированные в ПООП ООО, которые непосредственно связаны с геометрическими построениями (табл. 1).

Распределение содержательной линии «Геометрические построения» по классам на уровне основного общего образования представлено в табл. 2. Соотнесение мето-

дов решения задач на построение с теоретическим материалом основного курса геометрии позволяет выявить последовательность раскрытия этих методов в обучении предмету.

Сложные геометрические задачи на построение часто решаются при помощи простейших (элементарных) геометрических задач на построение, которые рассматриваются

¹ Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: <https://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/>

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Мин-во образования и науки Рос. Федерации. М.: Просвещение, 2011. 48 с.

² Алексеева Е.Е. Организация процесса обучения составлению геометрических задач, направленного на развитие познавательных действий учащихся [Электронный ресурс] / Е.Е. Алексеева // Образовательные ресурсы и технологии. Информационные технологии в образовании и научных исследованиях. Специальный выпуск. 2016. № 2 (14). С. 4–11. URL: <http://www.muiiv.ru/vestnik/pp/chitatel'nyam/podshivka-nomerov/48305/> (IX Сибирский конгресс женщин-математиков, май 2016 г.);

Алексеева Е.Е. Составление геометрических задач как средство достижения метапредметных и предметных результатов обучения / Е.Е. Алексеева // Профессионализм педагога: сущность, содержание, перспективы развития: в 2 ч. МАНПО, 2016. Ч. 2. С. 305–310;

Боженкова Л.И., Алексеева Е.Е. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии / Л.И. Боженкова, Е.Е. Алексеева // Наука и школа. 2013. № 5. С. 103–107.

Таблица 1

Результаты обучения геометрическим построениям в 7–9-х классах

Познавательные универсальные учебные действия		
Общеучебные	Логические	Постановки и решения проблем
Создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение: находить в тексте требуемую информацию; ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста; резюмировать главную идею текста; критически оценивать содержание и форму текста	Определять понятия; создавать обобщения; устанавливать аналогии; устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные, по аналогии) и делать выводы	Формулировать проблему; находить пути решения; выдвигать гипотезы; опровергать или подтверждать гипотезы; решать проблему
Предметные результаты		
Ученик научится	Ученик получит возможность научиться	
Успешное продолжение образования на базовом уровне	Успешное продолжение образования на базовом и углублённом уровнях	Успешное обучение на углублённом уровне
Изображать типовые плоские фигуры и фигуры в пространстве от руки и с помощью инструментов	Изображать геометрические фигуры по текстовому и символическому описанию; свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях; выполнять построения треугольников; применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений; изображать типовые плоские фигуры и объёмные тела с помощью простейших компьютерных инструментов	Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру; владеть набором методов построений циркулем и линейкой; проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение

Таблица 2

Распределение содержательной линии «Геометрические построения» по классам на уровне основного общего образования

Класс / тема школьного курса геометрии / методы решения задач на построение		Задачи на построение, полное решение которых представлено в учебнике [Геометрия. 7–9 классы. Л.С. Атанасян, 2014]
7	Начальные геометрические сведения. Построение с помощью чертёжного треугольника. Геометрическое место точек (ГМТ)	Построение перпендикуляра к прямой (теоретическая часть (ТЧ) п. 13)
7	Треугольники. Построение циркулем и линейкой (ЦЛ) а) ГМТ; б) алгебраический метод (элементарные задачи)	Элементарные задачи на построение (ТЧ п. 23)
7	Параллельные прямые. Построение с помощью чертёжного треугольника и линейки (ТЛ). ГМТ	Построение параллельных прямых (ТЧ п. 26)

Класс / тема школьного курса геометрии / методы решения задач на построение		Задачи на построение, полное решение которых представлено в учебнике [Геометрия. 7–9 классы. Л.С. Атанасян, 2014]
7	Соотношения между сторонами и углами треугольника. Построение с помощью чертёжного треугольника и линейки (ТЛ): а) ГМТ; б) алгебраический метод Этапы решения задач на построение (№ 350)	Построение треугольника по трём элементам: по двум сторонам и углу между ними (ТЧ п. 39); по трём сторонам (ТЧ п. 39); по стороне, прилежащему к ней углу и высоте, проведённой к этой стороне (№ 293); по стороне, медиане, проведённой к одной из двух сторон, и углу между данными стороной и медианой (№ 287, электронное приложение к УМК (Эпр)); по двум сторонам и высоте, проведённой к одной из этих сторон (№ 294, Эпр); по двум сторонам и высоте к третьей стороне (№ 351)
8	Четырёхугольники. Построение с помощью циркуля и линейки: а) ГМТ; б) алгебраический метод	Построение четырёхугольников: параллелограмма по двум смежным сторонам и соединяющей их концы диагонали (№ 393); прямоугольника: а) по двум смежным сторонам; б) по стороне и диагонали; в) по диагонали и углу между диагоналями (№ 413, Эпр); ромба: а) по двум диагоналям; б) по стороне и углу (№ 414, Эпр); квадрата: а) по стороне; б) по диагонали (№ 415, Эпр)
8	Практическое применение подобия треугольников. Построение с помощью циркуля и линейки. Метод подобия геометрических фигур	Построение треугольника: по данным двум углам и биссектрисе при вершине третьего угла (ТЧ п. 66); по углу и медиане, проведённой из вершины этого угла, и отношению сторон треугольника, являющихся сторонами этого угла (№ 588, Эпр). Деление отрезка на части в заданном отношении (№ 584, Эпр)
8	Окружность. Построение с помощью циркуля и линейки: а) ГМТ; б) построение окружностей	Построение хорды окружности с заданным углом между хордой и радиусом окружности (№ 649, Эпр). Построение касательной к окружности (№ 673, Эпр). Построение серединного перпендикуляра к отрезку (№ 686, Эпр). Построение окружности, вписанной в треугольник (№ 701, Эпр). Построение окружности, описанной около треугольника (№ 711, Эпр). Построение окружности, проходящей через точку, принадлежащую прямой и касающуюся этой прямой в заданной точке (№ 736, Эпр)
9	Правильные многоугольники. Построение с помощью циркуля и линейки: а) ГМТ; б) построение окружностей	Построение правильных многоугольников: шестиугольника (теоретическая часть п. 113); правильный 2^k -угольник, где $k > 2$ (ТЧ п. 113). Построение вписанного в окружность правильного: а) шестиугольника; б) треугольника; в) квадрата; г) восьмиугольника (№ 1100, Эпр)
9	Движение. Метод поворота, симметрии	Построение отрезка с помощью параллельного переноса (№ 1164, Эпр). Построение методом поворота отрезка, окружности, прямой (№ 1166, 1170, 1171, Эпр)

в курсе геометрии 7–9-х классов. Например, к элементарным задачам на построение относятся построения:

- 1) отрезка на прямой, равного данному отрезку;
- 2) угла, равного данному углу;
- 3) биссектрисы угла;
- 4) середины отрезка;
- 5) прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярную данной прямой;
- 6) прямой, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;
- 7) треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- 8) треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам;
- 9) треугольника по трём сторонам;
- 10) касательной к окружности, проходящей через данную точку (табл. 2).

На первом этапе обучения составлению и решению задач на построение при рассмотрении элементарных задач целесообразно организовать деятельность учащихся на «открытие» соответствующих предписаний, например построение отрезка, равного данному отрезку (пример 1).

Пример 1. Построение на прямой отрезка, равного данному отрезку

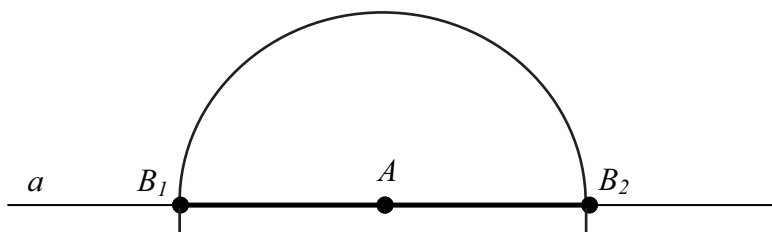


Рис. 1. Иллюстрация к примеру 1

Построение:

Действия построения	Результат построения
1) строим прямую a ;	1) прямая a ;
2) отмечаем на прямой a точку A ;	2) A , $A \in a$;
3) строим полуокружность $(A; AB)$	3) полуокружность $(A; AB) \cap$ прямую $a = B_1$; полуокружность $(A; AB) \cap$ прямую $a = B_2$
Получили: $AB_1 = AB$, $(AB_2 = AB)$, что и требовалось построить	

«Открытие» учащимися алгебраического метода для решения задач на построение учитель организует при построении отрезка XY , длина которого x выражена математическими выражениями (формулами): $a + b$, $a - b$, $\frac{ab}{c}$, $\sqrt{a \cdot b}$, $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 - b^2}$ и др. (отрезки a , b , c и др. заданы), с помощью проведения прямых и окружностей (основных операций построения³).

Введение построения конкретного математического выражения происходит при изучении соответствующего материала основного курса геометрии. Например, составление предписания для построения выражения $\frac{a}{m}$, где m — натуральное число, учитель организует при изучении теоремы Фалеса (8-й класс), выражений $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 - b^2}$ — при изучении теоремы Пифагора (8-й класс); $a = c \sin \beta$, $b = c \cos \beta$ — соотношения между сторонами и углами треугольника (9-й класс) (примеры 2–5).

Пример 2. Построение выражения, где n , m — натуральные числа

При построении отрезка XY , длина которого в m раз меньше длины данного отрезка, обоснованного теоремой Фалеса (рис. 2), используются:

³ Адлер А. Теория геометрических построений / А. Адлер. Л.: Учпедгиз, 1940. 233 с.

- 1) построение выражения nb ;
- 2) построение параллельной прямой, проходящей через данную точку (элементарная задача).

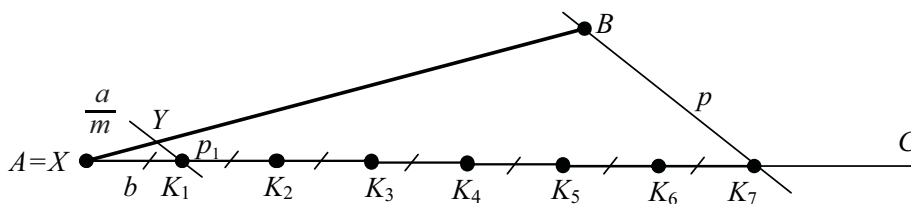


Рис. 2. Иллюстрация к примеру 2

Построение:

Действия построения	Результат построения
1. Строим луч, выходящий из одного конца данного отрезка	1. Луч AC
2. Откладываем последовательно на луче n раз произвольный отрезок b , $n = m$	2. n равных отрезков на луче AC , $n = 7$. $AK_1 = K_1K_2 = K_2K_3 = K_3K_4 = K_4K_5 = K_5K_6 = K_6K_7$
3. Проводим прямую через конец последнего отрезка на прямой и второй конец данного отрезка	3. Прямая p ; $B \in p$, $K_7 \in p$
4. Через конец первого отрезка, лежащего на прямой, проводим прямую, параллельную прямой, проведённую в п. 3	4. Прямая p_1 , $p_1 \parallel p$, $K_1 \in p_1$; $p_1 \cap AB = Y$
Так как получили: XY , $XY = \frac{AB}{7}$, то $x = \frac{a}{m}$, что и требовалось построить	

Пример 3. Построение математических выражений: $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 - b^2}$

Для построения отрезка XY , длина которого в процессе анализа представлена выражениями $\sqrt{a^2 + b^2}$ или $\sqrt{a^2 - b^2}$ ($a > b$), используем отношение между гипотенузой и катетами прямоугольного треугольника (рис. 3).

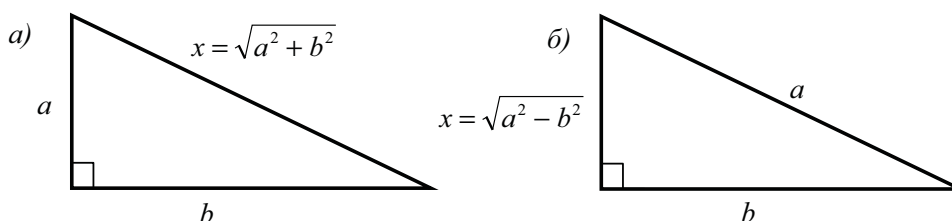


Рис. 3. Иллюстрация к примеру 3

Тогда:

- если длина отрезка равна $\sqrt{a^2 + b^2}$, то XY — гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b (рис. 3, а));
- если длина равна $\sqrt{a^2 - b^2}$ ($a > b$), то XY — катет прямоугольного треугольника с гипотенузой a и катетом b (рис. 3, б)).

Пример 4. Построение отрезка XY , если известны отрезок a и β — острый угол

Если длина отрезка XY выражается через тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника: $a = c \sin \beta$, $b = c \cos \beta$, то искомый отрезок является одним из катетов прямоугольного треугольника (рис. 4).

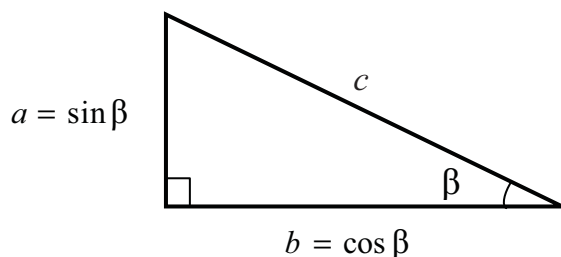


Рис. 4. Иллюстрация к примеру 4

Пример 5. Построение отрезка XU , если известны отрезок c и β — острый угол.

Если длина искомого отрезка в процессе анализа задачи представлена выражениями $a = c \sin^3 \beta$ или $b = c \cos^3 \beta$, то искомым отрезок является частью катетов прямоугольного треугольника с гипотенузой c и острым углом β .

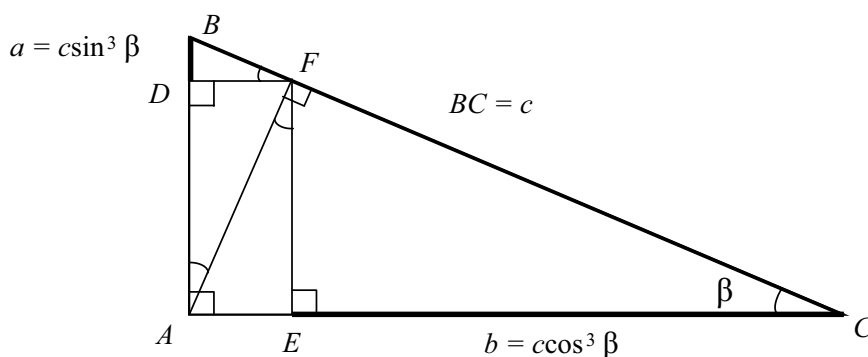


Рис. 5. Иллюстрация к примеру 5

Построение:

- 1) $\triangle ABC$: $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle BCA = \beta$, гипотенуза $BC = c$, катеты $AB = c \sin \beta$, $AC = c \cos \beta$;
- 2) $\triangle ABF$: $\angle BFA = 90^\circ$, $\angle BAF = \beta$, гипотенуза $AB = c \sin \beta$ (п. 1);
катеты $BF = c \sin^2 \beta$, $AF = c \sin \beta \cos \beta$;
- 3) $\triangle DBF$: $\angle BDF = 90^\circ$, $\angle BFD = \beta$, гипотенуза $BF = c \sin^2 \beta$ (п. 2);
катеты $BD = c \sin^3 \beta$, $DF = c \sin^2 \beta \cos \beta$;
- 4) $\triangle AFC$: $\angle AFC = 90^\circ$, $\angle FCA = \beta$, гипотенуза $AC = c \cos \beta$ (п. 1);
катеты $AF = c \sin \beta \cos \beta$ (п. 2), $FC = c \cos^2 \beta$;
- 5) $\triangle EFC$: $\angle FEC = 90^\circ$, $\angle FCE = \beta$, гипотенуза $FC = c \cos^2 \beta$ (п. 4);
катеты $EC = c \cos^3 \beta$, $EF = c \sin \beta \cos^2 \beta$.

Отрезки $a = c \sin^3 \beta$ или $b = c \cos^3 \beta$ построены с использованием построения прямоугольного треугольника по гипотенузе и острому углу (элементарная задача) и высоты этого треугольника.

После решения этой задачи учителем целесообразно организовать анализ построения выражений $a = c \sin^3 \beta$ или $b = c \cos^3 \beta$ и выявление учащимися возможности построения отрезков, длины которых представлены выражениями, содержащими тригонометрические функции: $c \sin^n \beta$ или $c \cos^n \beta$, при помощи выполнения аналогичных построений.

Анализ задач на построение, полное решение которых представлено в учебнике (табл. 2), позволяет учителю в процессе обучения составлению задач с последующим их решением расширить основной курс геометрии дополнительным материалом. Например, рассмотреть теорему о возможности построения фигуры с помощью циркуля и линейки⁴; выявить разрешимые и неразрешимые задачи на построение треугольника с помощью циркуля

⁴ Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. М.: Учпедгиз, 1957. С. 190.

и линейки; включить задачи: об удвоении куба, о трисекции угла, о квадратуре круга; показать построение правильного пятиугольника; предложить учащимся составить задачи на построение треугольника и решить те из них, условие которых содержит набор элементов искомого треугольника, отличный от набора рассматриваемых в учебнике.

Например, школьниками 9-го класса, учащимися на углублённом уровне, по требованию «построить треугольник» составлена задача: построить треугольник по радиусам вписанной и невписанной окружностей и периметру. Покажем поэтапное решение этой задачи.

Условие (дано): r — радиус вписанной окружности, r_a — радиус невписанной окружности, $2p$ — периметр треугольника (p — полупериметр).

Требование: построить треугольник, используя указанные элементы.

Анализ задачи. Пусть $\triangle ABC$ построен. В $\triangle ABC$ вписана окружность $(O; r)$ и невписана окружность $(O_a; r_a)$.

Рассуждения учащихся:

- 1) окружности $(O; r)$ и $(O_a; r_a)$ вписаны в $\angle CAB$, M и N и N_a , M_a — точки касания соответствующих окружностей со сторонами углов;
- 2) AM_a — расстояние от вершины угла до точки касания невписанной окружности равно периметру треугольника;
- 3) при построении касательной к окружности $(O_a; r_a)$ (элементарное построение) получим местоположение точки A ;
- 4) построим $\angle M_a A N_a = 2\angle M_a A O_a$, т.к. AO_a — биссектриса; AN_a — касательная к окружности $(O_a; r_a)$; сторона AB искомого треугольника ABC принадлежит AN_a ;
- 5) построим окружность $(O; r)$ — вписанную в $\angle M_a A N_a$;
- 6) построим CB — касательная к окружностям $(O; r)$ и $(O_a; r_a)$ или сторона искомого треугольника.

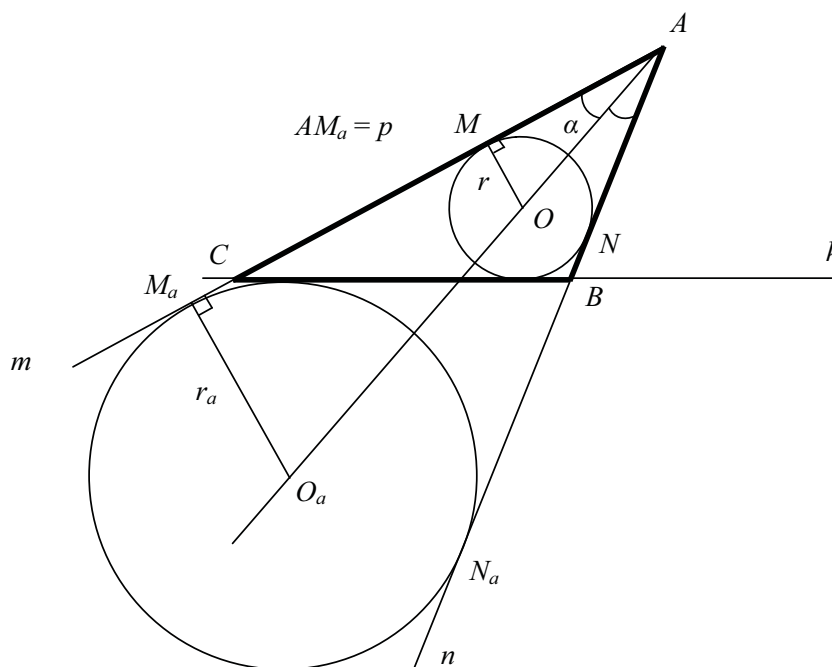


Рис. 6. Анализ построения искомого треугольника

Результат: отыскание действий построения искомого треугольника на основе установленных связей между элементами искомого треугольника и данными задачи.

Исследование существования решения задачи и его единственности.

Построение возможно, если $OO_a \geq r + r_a$,

1) так как $\triangle AO_a M_a$ — прямоугольный, AO_a — гипотенуза, то $\sqrt{r_a^2 + p^2}$ (теорема Пифагора);

2) так как $\triangle AOM$ и $\triangle AO_a M_a$ подобны (признак подобия прямоугольных треугольников),

$$\text{то } AO = AO_a \cdot \frac{r}{r_a} = \sqrt{r_a^2 + p^2} \cdot \frac{r}{r_a};$$

3) так как $AO_a = OO_a + AO$ (свойство отрезка), то

$$OO_a = AO_a - AO = \sqrt{r_a^2 + p^2} \left(1 - \frac{r}{r_a}\right) = \sqrt{r_a^2 + p^2} \cdot \frac{r_a - r}{r_a}$$

$$\text{Тогда: } \begin{cases} r_a > r \\ p > \frac{2r_a \sqrt{rr_a}}{r_a - r} \end{cases}.$$

Затем учащиеся задают радиусы вписанной и невписанной окружностей, периметр треугольника, удовлетворяющие этим условиям, и выполняют построение.

Построение треугольника по радиусам вписанной и невписанной окружностей и периметру:

Действия построения	Результат построения
1. Строим окружность $\omega_1(O_a; r_a)$	1. Окружность $\omega_1(O_a; r_a)$
2. Строим m — касательная к окружности $\omega_1(O_a; r_a)$	2. M_a — точка касания
3. Строим окружность $\omega_2(M_a; p)$	3. $\omega_2(M_a; p) \cap m = A$, A — вершина искомого треугольника
4. Строим n — касательная к окружности $\omega_1(O_a; r_a)$	4. N_a — точка касания, $N_a \neq M_a$
5. Строим окружность $\omega_3(O; r)$	5. $\omega_3(O; r)$ — вписанная в $\angle M_a A N_a$
6. Строим k — общая касательная к окружностям $\omega_1(O_a; r_a)$ и $\omega_3(O; r)$	6. $k \cap m = C$, $k \cap n = B$; B и C — вершины искомого треугольника
Так как A , B , C — вершины искомого треугольника, то $\triangle ABC$ — искомым, что и требовалось построить	

При составлении геометрической задачи по требованию учащиеся выполняли действия соответствующего приёма, используя познавательные умения⁵. При решении этой задачи на построение использовались умения выполнения элементарных построений: построение окружности, касательной к окружности, окружности, вписанной в треугольник.

Учащиеся выдвигали гипотезу о возможности построения треугольника по указанным элементам, подтверждали её при проведении исследования существования решения задачи и его единственности. Такая деятельность способствует достижению результатов обучения геометрии, соответствующих ФГОС. ■■

⁵ Алексеева Е.Е. Составление геометрических задач как средство достижения метапредметных и предметных результатов обучения / Е.Е. Алексеева // Профессионализм педагога: сущность, содержание, перспективы развития: в 2 ч. МАНПО, 2016. Ч. 2. С. 305–310;

Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. М.: Учпедгиз, 1957. С. 190;

Боженкова Л.И., Алексеева Е.Е. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии / Л.И. Боженкова, Е.Е. Алексеева // Наука и школа. 2013. № 5. С. 103–107.

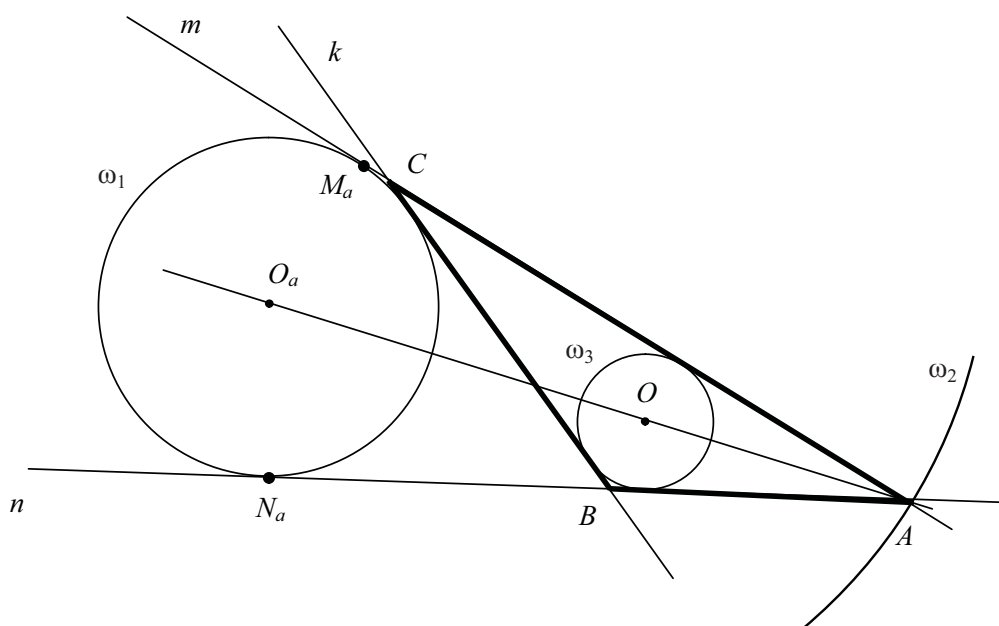


Рис. 7. Построение треугольника по радиусам вписанной и внеписанной окружностей и периметру

Spisok ispol'zovannykh istochnikov:

1. Adler A. Teoriya geometricheskikh postroyeniy / A. Adler. L.: Uchpedgiz, 1940. 233 s.
2. Alekseyeva Ye.Ye. Organizatsiya protsessa obucheniya sostavleniyu geometricheskikh zadach, napravlenno-go na razvitiye poznavatel'nykh deystviy uchashchikhsya [Elektronnyy resurs] / Ye.Ye. Alekseyeva // Obrazo-vatel'nyye resursy i tekhnologii. Informatsionnyye tekhnologii v obrazovanii i nauchnykh issledovaniyakh. Spet-sial'nyy vypusk. 2016. № 2 (14). S. 4–11. URL: <http://www.muiv.ru/vestnik/pp/chitatel'nyam/podshivka-nomero-v/48305/> (IX Sibirskiy kongress zhenshchin-matematikov, may 2016 g.).
3. Alekseyeva Ye.Ye. Sostavleniye geometricheskikh zadach kak sredstvo dostizheniya metapredmetnykh i pred-metnykh rezul'tatov obucheniya / Ye.Ye. Alekseyeva // Professionalizm pedagoga: sushchnost', sodержaniye, perspektivy razvitiya: v 2 ch. MANPO, 2016. Ch. 2. S. 305–310.
4. Argunov B.I. Geometricheskiye postroyeniya na ploskosti / B.I. Argunov, M.B. Balk. M.: Uchpedgiz, 1957. S. 190.
5. Bozhenkova L.I., Alekseyeva Ye.Ye. Sostavleniye zadach uchashchimisya kak sredstvo dostizheniya predmet-nyykh i metapredmetnykh rezul'tatov pri obuchenii geometrii / L.I. Bozhenkova, Ye.Ye. Alekseyeva // Nauka i shkola. 2013. № 5. S. 103–107.
6. Primernaya osnovnaya obrazovatel'naya programma osnovnogo obshchego obrazovaniya [Elektronnyy re-surs]. URL: <https://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-ob-shhego-obrazovaniya-3/>
7. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart osnovnogo obshchego obrazovaniya / Min-vo obrazo-vaniya i nauki Ros. Federatsii. M.: Prosveshcheniye, 2011. 48 s.