«На математике мы всё время сочиняем…»

Борис ДРУЖИНИН, педагог

Так говорят ученики тех московских школ, где успешно работают по дружининской общедоступной технологии «изобретения» развивающих мышление задач. В этом номере (см. также «НО» № 9, 2000; № 2, 5, 6, 2001) автор предлагает задания адресно — ученикам вторых-третьих классов.

6 сентября

В книге МНОГОЦВЕТНАЯ ЛОГИКА (авторы Д. Бизам и Я. Герцог, Будапешт, 1975 г.) нашёл подходящую для наших занятий задачу. Немного меняю числа и оформление, полностью сохраняя смысл задачи. Для лучшего усвоения предлагаю детям вспомнить некоторые, уже решённые нами задачи.

— Встретились 8 человек и пожали друг другу руки. Сколько всего получилось рукопожатий?

— Мы ведь это уже решали, — вспоминает Дима. — Черти подзатыльниками обменивались, правильно?

— Не черти, а богатыри, — поправляет его Лена.

Общими усилиями вспоминаем, что подзатыльников получается в два раза больше, чем рукопожатий. Когда два чертёнка, здороваясь, дают друг другу подзатыльники, то на каждое приветствие приходится два подзатыльника. Рукопожатий на такое же приветствие приходится только одно.

— Каждый из восьми человек пожал руку семерым, — вычисляет Саша. — Восемь умножить на семь — будет 56. Но так как мы каждое рукопожатие два раза посчитали, значит 56 надо на 2 разделить. 28 рукопожатий получается.

— А если 10 человек встретились, то сколько будет рукопожатий?

Все быстро находят ответ — 45.

Теперь вспоминаем задачи, с которых когда-то начинались наши занятия.

— В мешочке лежат синие и красные шарики. Сколько шариков надо достать, чтобы среди них было два шарика одного цвета?

— Три, три, — наперебой отвечают все сразу. — Первый и второй шарики могут оказаться разных цветов, а третий будет или синий, или красный.

Таких задач мы перерешали очень много. Это и шарики всех цветов, и разноцветные носки, среди которых встречаются и дырявые, и шапочки, и шарфы, и сапоги из нарядов Змея Горыныча. Неудивительно, что дети так легко вспоминают идею решения. Ставлю вопрос по-другому.

— В ящике лежат носки семи разных цветов. Я достаю из этого ящика десять носков. Что вы можете сказать про цвет этих носков?

— Если в ящике носков сколько угодно, — первым отвечает Миша, — то все десять могут оказаться одного цвета.

— Или пять фиолетовых и пять зелёных, — добавляет Настя.

— Всех вариантов очень много, — продолжает Саша. — Доски не хватит записать... я попробую.

— Не надо пробовать, — останавливаю Сашу. — Тебе всей жизни не хватит все варианты записать. Их около трёхсот миллионов. **Но есть ли среди этих вариантов хоть один, когда все носки разных цветов?**

— Конечно, нет, — уверенно отвечает Саша. — Носков десять, а разных цветов всего семь. Какой-нибудь цвет обязательно повторится.

— Есть 150 листочков бумаги, и на каждом листочке написано какое-нибудь дву-

значное число, — немного меняю оформление предыдущей задачи. — Что вы наверняка можете сказать про эти листочки и числа?

— Обязательно будут листочки с одинаковыми числами, — отвечает Катя и продолжает. — Листочков 150, а двузначных чисел всего 100. Значит...

— Двузначных чисел не 100, а 90, — прерывает её Дима, — мы когда-то это выясняли.

— Это не имеет значения, — поддерживает Катю Костя. — Главное, что разных чисел меньше, чем листочков. Значит, будут встречаться **листочки с одинаковыми числами.**

13 сентября

— Ученикам первого класса полагается иметь набор из 20 картонных квадратиков со всеми числами от 1 до 20, так что на каждом квадратике написано одно число. Учитель даёт задание: выбрать четыре квадратика так, чтобы сумма чисел на каких-нибудь двух квадратиках равнялась сумме чисел на других двух квадратиках. Попробуйте найти такие пары.

Предложений поступает много, и скоро вся доска покрывается примерами.

3 + 5 = 2 + 6

12 + 5 = 7 + 10

1 + 20 = 6 + 15

11 + 10 = 4 + 17

12 + 6 = 10 + 8

3 + 17 = 1 + 19

Однако некоторые примеры не соответствуют условию задачи.

3 + 11 = 7 + 7 — встречаются две семёрки. По условию все числа разные.

16 = 5 + 11 — слева только одно число. По условию задачи и слева, и справа должно быть по два числа.

15 + 5 = 2 + 12 + 6 — справа три числа. По условию задачи и слева, и справа должно быть по два числа.

Дети усвоили правило составления сумм, продолжаю рассказывать задачу.

— Как только учитель дал это задание, выяснилось, что Валя забыла дома свои карточки с числами. Тамара отдала ей половину своих карточек. Смогут ли обе подруги выполнить задание учителя?

— Конечно, смогут, — сразу реагирует Саша. — Тамара может отдать Вале не десять, а только четыре карточки. Любой из этих примеров. А из остальных карточек у неё ещё много примеров получится.

— Согласен. Так легко можно подобрать все правильные пары. Немножко изменим условие задачи. **Лиса Алиса и Кот Базилио учились грамоте в школе, и у каждого из них должны были быть карточки с числами. Всего 20 карточек с числами от 1 до 20, на каждой карточке одно число. Когда учитель предложил выбрать четыре карточки так, чтобы сумма чисел на каких-нибудь двух карточках равнялась сумме чисел на других двух карточках, выяснилось, что у Базилио карточек нет. Тогда учитель попросил Алису дать половину своих карточек Базилио. Хитрая Лиса захотела дать Коту 10 таких карточек, чтобы у него ничего не получилось. Сможет ли Лиса Алиса выполнить свой коварный план?**

На несколько минут в классе устанавливается тишина. Кто на бумаге, кто на доске пытается подобрать нужную комбинацию чисел. Валя и Тамара нарезали из бумаги 20 квадратиков, проставили на них числа и раскладывают их десятками. Постепенно к ним присоединяются остальные дети. Возникают споры, но решения никто так и не находит. Переносим обсуждение задачи на следующее занятие.

20 сентября

— Смотрите, что мы придумали, — Валя и Тамара раскладывают на парте, словно экзаменационные билеты, карточки с числами, чистой стороной вверх. — Можно выбрать наугад 10 чисел и попробовать составить правильные пары. Мы много раз так делали и всегда находились пары чисел с равными суммами.

— Похоже, что Лисе не удастся обмануть Кота, — замечает Саша.

— Попробуем это доказать. Мы не зря вспоминали старые задачи. **Сначала определим, сколько разных, именно разных, сумм можно получить, складывая попарно числа от 1 до 20. Какая может быть самая маленькая сумма?**

— Три! Три. Один плюс два получается три.

— А самая большая?

— Тридцать девять.

— Правильно, а все остальные суммы лежат в этих границах, от 3 до 39. Всего получается 37 разных сумм, можете пересчитать. Теперь определите, сколько можно составить разных пар из 10 неповторяющихся чисел?

— Так числа какие угодно могут быть, — возражает Дима, — значит, и суммы какие угодно.

— Нет, ты не понял. Здесь важно количество чисел, а не их величина. Когда ты при встрече богатырей подсчитываешь количество рукопожатий, тебя интересует количество этих богатырей, а не их имена.

— Точно, — радостно заявляет Оля, — плюс между числами — это всё равно, что рукопожатие. А мы вспоминали, что на 10 богатырей приходится 45 рукопожатий.

— Значит, из 10 чисел можно 45 пар составить, — соглашается Лена.

— Да, но мы же не знаем, есть ли среди них пары с одинаковыми суммами, — сомневается Александра. — Ведь мы не знаем самих чисел.

— Какие это могут быть числа? Вспомните.

— Мы знаем, что эти числа от 1 до 20, — не сдаётся Александра. — Но какие именно из них вошли в эту десятку, мы не знаем.

— Но вы из этих 10 чисел можете составить 45 пар, и любая из этих пар имеет сумму не меньше 3 и не больше 39. 45 сумм и 37 значений этих сумм. Вспомните, 10 шариков и 7 цветов.

— Это значит, что в этих суммах обязательно встретятся одинаковые, — первой догадывается Катя. — Это всё равно, что на 45 бумажках написать 37 чисел. На первых 37 бумажках можно написать разные числа, а потом числа повторяться начнут.

— Так удастся Лисе Алисе обмануть Кота Базилио?

— Нет, не удастся, — за всех отвечает Дима.

27 сентября

— В прошлый раз мы получили 45 разных пар чисел и 37 значений сумм этих пар, — напоминает Настя. — И так как пар больше, чем сумм, мы решили, что обязательно есть пары с одинаковыми суммами. Правильно? А что если в таких парах одно и то же число встречается? Тогда нам придётся карточку с этим числом и слева и справа положить, а такая карточка только одна...

Предлагаю детям разобрать это замечание на примере. Записываю на доске пятёрку и прошу назвать ещё девять чисел.

5 19 11 4 7 13 9 1 17 10

Дети сами легко составляют несколько пар чисел с равными суммами.

5 + 10 = 11 + 4

13 + 7 = 11 + 9

11 + 7 = 5 + 13

19 + 5 = 11 + 13

10 + 7 = 4 + 13

1 + 19 = 11 + 9

— Действительно, многие числа встречаются в разных парах. Но Настя спрашивала, может ли случиться так, что и слева и справа в составе разных пар будет одно и то

же число. Допустим, это семёрка, хотя на её месте может быть любое другое число. Тогда наше равенство будет выглядеть так:

$7 + \square = 7 + \Delta$

— В квадратик и в треугольник мы должны вписать разные числа, но такие, чтобы равенство сохранилось. Кто попробует?

— Не получится это ни у кого, — после некоторого раздумья говорит Александра. — В квадратик и в треугольник одинаковые числа вписывать придётся.

— А то, что 7 + 10 = 7 + 10 и так ясно, — добавляет Дима.

— Значит, опасения Насти были напрасны, в наших равенствах все четыре числа разные.

4 октября

— Ещё раз изменим условие задачи. **Лиса Алиса и Кот Базилио учились грамоте в школе, и у каждого из них должны были быть карточки с числами. Всего 20 карточек с числами от 1 до 20, на каждой карточке одно число. Когда учитель предложил выбрать четыре карточки так, чтобы разность чисел на каких-нибудь двух карточках равнялась разности чисел на других двух карточках, выяснилось, что у Базилио карточек нет. Тогда учитель попросил Алису дать половину своих карточек Базилио. Хитрая Лиса захотела дать Коту 10 таких карточек, чтобы у него ничего не получилось. Сможет ли Лиса Алиса выполнить свой коварный план?**

Валя и Тамара раскладывают свои карточки с числами, и дети начинают проверять задачу. Через несколько минут Саша привлекает внимание к себе.

— Так с разностями ещё проще, чем с суммами, можно разобраться, — говорит он. — **Всех возможных сумм было 37, от 1 до 39, а разностей ещё меньше будет, от 1 до 19, всего 19 вариантов. Количество пар останется прежнее — 45. Обязательно одинаковые разности найдутся.**

— Ты про отрицательные числа забыл, — сомневается Настя, — и про ноль тоже.

— Зачем мне отрицательные числа? — защищается Саша. — Я буду всегда из большего меньшее вычитать, и разность будет всегда положительная.

— А ноля и вовсе никогда не будет, — поддерживает Сашу Лена, — ведь все числа разные.

— И у нас всегда 4 числа попадаются, — сообщает Валя, — такие, что две разности совпадают. Всё, решили?

— Нет, не всё. На прошлом занятии мы замечание Насти рассматривали и выяснили, что если суммы двух пар чисел совпадают, то в этих парах все 4 числа разные. Только в таком случае наши рассуждения служат доказательством. С разностями это не так, — выписываю на доске 4 числа.

3 12 14 16

— Смотрите, все четыре числа разные, есть две одинаковые разности, но условие задачи не выполняется, две пары с одинаковыми разностями составить не удаётся: 14 – 12 = 16 – 14. И слева и справа есть число 14, а по условию оно должно быть только одно. **Но вы точно знаете, что найдутся 4 карточки с числами, из которых можно сделать две одинаковые суммы. Попробуйте этим воспользоваться.**

— Я, кажется, понял, — после некоторого раздумья говорит Саша и обращается к Вале и Тамаре. — Дайте мне числа, из которых одинаковые суммы получаются.

Саша получает карточки и, чтобы всем было видно, выписывает полученные числа на доске.

7 2 9 14

— Из этих чисел можно составить две одинаковые суммы, — продолжает Саша, — вот так:

7 + 9 = 2 + 14

— Но я могу перенести 2 налево, а 9 направо, тогда получаются одинаковые раз-

ности:

7 – 2 = 14 – 9

— Ты ещё мог перенести направо 7, получились бы другие разности, — подсказывает Александра.

9 – 2 = 14 – 7

Если мы найдём одинаковые суммы, то разности сами собой получатся, — делает вывод Катя.

24 октября

Когда ещё дети учились в первом классе, мы освоили демонстрацию нескольких математических «фокусов» — исключительно для развития устного счёта.

Сейчас я стою у доски, а Оля повернулась лицом к классу и, демонстрируя свой математический фокус, командует, не глядя в мою сторону.

— Напишите любое трёхзначное число...

Записываю на доске:

358

— Теперь разверните его, запишите цифры в обратном порядке, — продолжает командовать Оля.

853

— У Вас получилось два числа. Вычтите из большего меньшее.

853 – 358 = 495

— Вычли? Теперь зачеркните в полученной разности любую цифру... Зачеркнули? Оставшиеся цифры сложите и сообщите мне их сумму.

Зачёркиваю пятёрку и называю сумму двух других цифр: **13.**

— Вы зачеркнули цифру 5, — почти без задержки уверенно сообщает Оля.

Фокус с постоянным успехом демонстрируется почти всё занятие. Все по очереди выходят к доске, и Оля произносит своё магическое заклинание.

— Напиши любое трёхзначное число... Запиши его цифры в обратном порядке... Из большего вычти меньшее... Зачеркни любую цифру... Скажи мне сумму оставшихся двух… Ты зачеркнул...

Оля не ошибается ни разу. Пока происходит смена участников фокуса, стараюсь успеть стереть с доски предыдущие записи. К доске выходит Саша.

— Скажи мне сумму оставшихся двух цифр, — просит Оля.

— Ноль!

— Как ноль? — Оля растерялась. Срочно прихожу к ней на помощь.

— У Саши нарушается условие фокуса. Надо из большего числа вычитать меньшее, а у Саши оба числа одинаковые.

Действительно, Саша задумал число 707. Ничего удивительного, что разность получилась нулевая.

707 – 707 = 000

— Оля просто устала, вы её замучили, — останавливаю демонстрацию фокуса. — Разберём этот фокус на следующем занятии.

12 ноября

— Начнём с двузначных чисел. Что означает запись числа 52?

— Это значит, что в числе 5 десятков и 2 единицы.

Записываю на доске:

52 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1

— Соответственно, если поменять цифры местами, то получится 2 десятка и 5 единиц:

25 = 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

— Обратите внимание, что во втором числе десятков столько, сколько в первом числе единиц, а единиц во втором числе столько, сколько в первом числе десятков. И это неудивительно, ведь мы просто поменяли цифры местами. Теперь вычтем из большего числа меньшее.

Начинаю делать выкладки на доске, но меня опережает Костя.

— Получится 27, ну и что?

— Правильно, получается 27. Но чтобы понять фокус, который так успешно показывает Оля, надо разобраться не только в том, сколько получается, но и как это получается.

Делаю на доске подробную запись.

52 – 25 = 10 + 10 +10 + 10 + 10 + 1 + 1 – 10 – 10 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1

— Объединим 5 десяток, которые надо сложить, с 5 единицами, которые надо вычесть, и 2 единицы, которые надо сложить, с 2 десятками, которые надо вычесть.

52 – 25 = (10 – 1) + (10 – 1) + (10 – 1) + (10 – 1) + (10 – 1) + (1 – 10) + (1 – 10)

— Выражение (10 – 1) мы можем заменить девяткой. Рассмотрим выражение (1 – 10). Прибавить единицу и потом вычесть 10, это всё равно, что сразу вычесть 9.

52 – 25 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 – 9 – 9

— Получается так, что мы складываем и вычитаем только 9. Это значит, что полученный нами результат должен делиться на 9 без остатка. Вы совсем недавно изучали такое свойство чисел: **если число делится на 9 без остатка, то сумма его цифр также делится на 9 без остатка.** И действительно, 27 делится на 9, так как является суммой трёх девяток. Теперь попробуйте сообразить, из скольких девяток получается такая разность:

83 – 38 =

— Пять девяток, — сразу говорит Дима. — Сорок пять разделить на 9, получается 5.

— Правильно, вы убедились, что разность делится на 9. Но попробуйте предсказать, из скольких девяток будет состоять такая разность, не вычитая одного числа из другого.

— Из пяти девяток, — первой догадывается Катя. — 8 девяток мы должны прибавить, а потом 3 девятки отнять.

Саша заявляет, что этот фокус, оказывается, можно и с двузначным числом показывать. Он выходит к доске, отворачивается и просит меня написать двузначное число.

91

— Теперь поменяйте местами цифры, — Саша командует очень уверенно, — из большего числа вычтите меньшее, в ответе зачеркните одну цифру и вторую назовите мне.

91 – 19 = 72

Зачёркиваю семёрку и называю двойку.

— Вы зачеркнули цифру 7, — не задумываясь, сообщает довольный Саша и приглашает ещё кого-нибудь испытать его умение.

— Что же получается, — задумчиво говорит Катя, — если в двузначном числе переставлять цифры и из большего меньшее вычитать, то всего несколько чисел в ответе получиться могут.

— Точно, — поддерживает её Лена. — Это как раз те числа, которые на девять делятся.

Дима выписывает эти числа на доске.

9 18 27 36 45 54 63 72 81 90

— Ты про ноль забыл, — поправляет его Настя. — Ноль получается, когда обе цифры одинаковые.

— И 90 никогда не получится, — добавляет Костя. — Можешь проверить.

20 ноября

Приступаем к трёхзначным числам.

— Что означает такая запись?

123

— Одна сотня, два десятка и три единицы, — все отвечают уверенно.

— А если написать цифры в обратном порядке?

— Три сотни, два десятка и одна единица, — похоже, что дети даже немного обижены на лёгкость вопроса.

— Поступим с этими числами, как с двузначными, распишем их подробнее.

321 = 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1

123 = 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1

321 – 123 = (100 – 1) + (100 – 1) + (100 – 1) + (10 – 10) + (10 – 10) + (1 – 100)

321 – 123 = 99 + 99 + 99 + 0 + 0 – 99

Дети хорошо разобрались с двузначными числами, и им уже почти не надо объяснять, что если складывать и вычитать только числа 99, то результат будет делиться на 99, а значит, и на девять.

— Сколько раз надо сложить 99, чтобы посчитать такую разность?

873 – 378 =

— Ясно, что 5 раз, — первым отвечает Саша. — От 8 сотен и 3 единиц надо отнять 3 сотни и 8 единиц. А 7 десятков в обоих числах, они друг друга к нулю сведут.

Теперь, когда механизм фокуса ясен, все хотят выступить в роли ведущего. Каждый выходит к доске и демонстрирует свой устный счёт. Этим мы занимаемся довольно долго.

— А ведь этот фокус, наверное, с любыми числами показывать можно? — спрашивает Катя и уточняет. — В числе может быть любое количество знаков.

— Совершенно верно, это вы сможете сами доказать в старших классах, когда будете изучать алгебру.

23 января

— Кот Матроскин и пёс Шарик добирались с железнодорожной станции в Простоквашино. Шарик весь путь шёл пешком, а Матроскин воспользовался попутным транспортом. Первую половину пути он проехал в автобусе. Скорость автобуса в четыре раза больше, чем у Шарика. Вторую половину пути Матроскин проделал на телеге знакомого фермера. Скорость телеги в два раза меньше, чем у Шарика. Кто раньше прибыл в Простоквашино, Шарик или Матроскин?

— Матроскин. Матроскин раньше будет дома. — Это мнение почти единогласное. Только Миша засомневался.

— А зачем Матроскину на телеге ехать, если у неё скорость такая маленькая? Шёл бы вместо этого пешком, тогда уж точно опередил бы Шарика.

— Может, у них рюкзаки тяжёлые были, — предполагает Лена. — Матроскину не хотелось свой рюкзак нести, вот он и поехал на телеге.

— А как же Шарик такой рюкзак тащил? — возражает Оля.

Приходится останавливать спор и напоминать вопрос.

— Всё-таки Матроскин раньше до Простоквашино доберётся, — Катя возвращается к задаче. — Вот если бы он на телеге в четыре раза медленнее Шарика ехал, то они одновременно дома оказались.

— Или автобус должен ехать в два, а не в четыре раза быстрее Шарика, — поддерживает её Настя.

С ними соглашаются почти все, даже Миша. Но теперь сомневается Дима.

— Я тут нарисовать пытался, так что-то не так получается. Вот смотрите.

Дима рисует на доске и все с энтузиазмом включаются в этот процесс. Лучше всего получается у Саши на листочке в клетку.

— Пусть от станции до Простоквашино будет шестнадцать клеток, — объясняет он. — Половину пути составляют восемь клеток. Пока Шарик за первый час пройдёт две клетки, Матроскин на автобусе проедет восемь. Это как раз половина. Поставим тому и другому единицу. Это не отметка, это значит, что прошёл один час. За второй час Шарик пройдёт опять две клетки, зато Матроскин на телеге проедет только одну. Поставим двойки. Потом поставим тройки, четвёрки... Шарик будет в Простоквашино через восемь часов, а Матроскин через девять. Победил Шарик.

— Можно, я по-своему объясню, — берёт слово Костя. — Смотрите, половину пути Матроскин проехал в два раза медленнее Шарика, значит, он потратил столько времени, сколько Шарику на весь его путь потребовалось. Получается, что Шарик раньше Матроскина в Простоквашино придёт.

— Но Матроскин сначала быстрее ехал, — удивляется Настя. — И не в два, а в четыре раза. Он же много времени выиграл.

— А ты посмотри на Сашину картинку, — предлагает Валя. — На первой половине он выиграл у Шарика три часа, зато на второй половине пути проиграл четыре. Шарик на час раньше Матроскина в Простоквашино появился.

— Так автобус какой-то странный Матроскину попался, — не сдаётся Катя. — Нормальный автобус раз в десять быстрее пешехода едет.

— Чего ты удивляешься, — отвечает ей Дима. — На наших дорогах автобус может от пешехода отстать, а не то что обогнать. Потом автобус должен по дороге ехать, а пешеход по тропинке через лес срезать может.

— Дело не в автобусе, — уверенно говорит Саша, — вместо автобуса он на самолёте мог лететь или даже на ракете. Всё равно на вторую половину пути Матроскин потратит столько времени, сколько Шарик на весь путь.

— Получается, что Матроскин проиграет Шарику то время, которое он потратил на первую половину пути, — подводит итог Оля.

6 февраля

В очередной раз Оля предлагает свою задачу.

— К хвосту собаки кто-то привязал пустую консервную банку. С какой скоростью должна бежать собака, чтобы не слышать, как банка гремит по асфальту?

— Хвост ей надо задрать повыше, — смеётся Дима, — тогда банка в воздухе болтаться будет.

— Нет, верёвка длинная, — Оля готова к этому замечанию, — банка обязательно о землю бьётся.

— Тогда собака должна превышать скорость звука, — уже серьёзнее предлагает Саша.

— Нет, это неправильно, — Оля смотрит в мою сторону, ожидая поддержки.

— Лётчик слышит звук работающего двигателя, даже если скорость самолёта превышает скорость распространения звука в воздухе. Звук распространяется и достигает лётчика по корпусу самолёта. Про распространение звука вы узнаете в старших классах, когда физику изучать будете. Да собака и не сможет бежать с такой скоростью.

— Если собака побежит по воде, — предлагает своё решение Лена, — то банка греметь не будет и она ничего не услышит.

— Или по газону, — говорит Миша. — От травы тоже звука не будет.

— Я же вам сказала — по асфальту или по камням. Так в книжке написано, — протестует Оля. — Это задача известного учёного, только забыла его фамилию. Что, сдаётесь?

Все молчат. Оля сообщает:

— Собака должна бежать с нулевой скоростью!

— Правильно! Она на месте сидит, — радостно подхватывают Валя с Тамарой, — банка тоже не двигается и совсем не тарахтит.

— Нет! Не согласен, — возражает Саша. — Нельзя бежать с нулевой скоростью. Бежать — это значит... это значит... бежать, а не сидеть.

— А как же бег на месте? — поддевает его Александра.

— А он так и называется — «бег на месте», — Саша уверен в себе. — Этот учёный неправильно задачу придумал. Собака бежит, значит, передвигается и банка вслед за ней.

Возникает спор, как правильно понимать слова «бежать», «бежать на месте», «скорость бега», «сидеть», «передвигаться». Спор неожиданно прекращает Катя.

— Собака может бежать с любой скоростью. Если она будет бегать вокруг банки, то та на месте останется и греметь не будет.

13 февраля

— У замечательного писателя Джека Лондона есть несколько рассказов про Смока

Беллью. Попробуйте решить задачу, с которой в одном из рассказов столкнулся Смок. Задача примерно такая. **Смоку потребовалось перенести восемь тяжёлых мешков на десять миль. Он взваливал на плечи один мешок и переносил его на одну милю вперёд. Потом Смок возвращался за вторым мешком и относил его туда, где оставил первый, и снова возвращался за следующим мешком. К вечеру все мешки собирались в одном месте, и Смок там ночевал. И так все десять дней. Сколько всего миль прошёл Смок Беллью?**

— Каждый день этот Смок переносил десять мешков на одну милю вперёд, — начинает рассуждать Александра, но Дима её перебивает.

— Зачем ты каждый день подсчитываешь? Есть восемь мешков, каждый переносится на десять миль. Десять умножить на восемь, будет восемьдесят. Восемьдесят миль Смок прошёл, а за сколько дней не имеет значения. А про Смока и Малыша я читал. Очень интересно.

— Не восемьдесят, а сто шестьдесят, — сразу поправляет его Саша. — Он же за каждым мешком возвращался.

— Тогда не сто шестьдесят, а меньше, — в свою очередь поправляет Сашу Лена. — Смок не возвращался за первым мешком.

— Так сколько всего миль прошёл Смок? — повторяю вопрос задачи.

Первыми подсчитывают Валя и Тамара.

— Смок туда шёл восемь раз, а обратно только семь. Всего он прошёл пятнадцать раз по десять миль. Ответ — сто пятьдесят миль.

27 февраля

— Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович пускали стрелы из своих луков. Они выясняли, кто дальше стрелу запустит. Илья Муромец запустил свою стрелу на 200 метров. Добрыня Никитич проиграл ему 40 метров, а...

— Простите, что перебиваю, но в те времена метрами ничего не измеряли, — уточняет Настя. — Метры в Париже придумали, два века назад.

— Согласен. **Илья Муромец запустил свою стрелу на 200 локтей. Добрыня Никитич проиграл ему 40 локтей, а Алёша Попович проиграл Илье Муромцу 70 локтей. На сколько локтей полёт стрелы Добрыни Никитича оказался длиннее полёта стрелы Алёши Поповича?**

— Обижаете, — с улыбкой говорит Катя. — Мы такие задачи в первом классе легко решали.

— Да. Чего тут считать? — поддерживает её Оля. — 30 локтей в ответе получается.

— Согласен. Решил вас проверить, не разучились ли за лето считать? И заодно это разминка перед следующей задачей. А рисовать вы не разучились? Как эту задачу изобразить на схеме?

К доске выходит Костя и быстро рисует прямую с несколькими отметками 130 160 200.

Предлагаю следующую задачу.

— Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович бегали наперегонки на дистанции 60 аршин. Соревновались они парами — двое бегут, а третий победителя определяет. В первом забеге Алёша Попович опередил Добрыню Никитича на 20 аршин. Во втором забеге встречались Алёша Попович и Илья Муромец, и Алёша опередил Илью на 30 аршин. В третьем забеге встречались Добрыня Никитич и Илья Муромец. Ясно, что победит Добрыня, а вот сколько аршин он выиграет у Ильи?

— Опять обижаете, — сразу заявляет Дима. — Это та же задача, только числа другие. Добрыня Никитич опередил Илью Муромца на 10 аршин. Я сейчас нарисую.

Дима рисует на доске прямую и отмечает чёрточками расстояния 30 40 60

Предлагаю детям внимательно посмотреть на рисунок и определить, всё ли там правильно. После некоторого раздумья Катя замечает.

— Если бы они все вместе бежали, то так бы и случилось. Первый пробежал 60 аршин, второй — 40 аршин, а третий — 30. Но ведь в третьем забеге Добрыня Никитич пробежал не 40, а 60 аршин.

— У нас вот как вышло, — предлагают своё решение Валя и Тамара. — Пока Добрыня Никитич 40 аршин бежал, Илья Муромец успел 30 аршин пробежать. Добрыне Никитичу ещё 20 аршин пробежать надо и за это время Илья Муромец 15 аршин пробежит. Значит, пока Добрыня Никитич все 60 аршин пробежит, Илья Муромец только 45 успеет пробежать. **Илья Муромец отстал от Добрыни Никитича на 15 аршин.**

— Правильно, — соглашается Саша, — ведь Добрыня Никитич на 60 аршин затрачивает времени больше Алёши Поповича, значит, в забеге с Добрыней Никитичем Илья Муромец пробежит больше, чем с Алёшей Поповичем.

4 марта

— Теперь наши богатыри устроили соревнования по плаванию на дистанции 12 саженей. В первом заплыве Алёша Попович опередил Добрыню Никитича на 4 сажени. Во втором заплыве встретились Добрыня Никитич и Илья Муромец. Илья Муромец никогда, даже в бане, не снимал своей кольчуги, поэтому плыл медленно и проиграл Добрыне Никитичу 9 саженей. Сколько саженей проиграет Илья Муромец Алёше Поповичу в третьем заплыве?

— Тут что-то не так, — сразу выступает Александра. — Получается, что Алёша Попович опередил Илью Муромца на 13 саженей, хотя плыли они всего 12?

Александра на прошлом занятии не была и с такими задачами ещё не знакома. Дима и Оля уже рисуют на доске схемы заплывов, а Катя предлагает своё решение.

— В тот момент, когда Алёша Попович проплыл все 12 саженей, Добрыня Никитич успел проплыть 8 саженей. Значит, надо определить, сколько саженей проплыл Илья Муромец за то время, что Добрыня Никитич эти 8 саженей проплыл, и потом из 12 саженей вычесть это расстояние.

Останавливаю Катю и прошу продолжить кого-нибудь другого.

— Илья Муромец проплыл 3 сажени как раз за то время, что Добрыня Никитич проплыл 12 саженей, — рассуждает Лена. — Получается так, что на каждые 4 сажени Добрыни Никитича приходится одна сажень Ильи Муромца. Значит, пока Алёша Попович 12 саженей проплыл, Добрыня Никитич проплыл 8 саженей, а Илья Муромец только 2 сажени.

— На 10 саженей обгонит Алёша Попович Илью Муромца, — заканчивает за всех Саша.

Дима и Оля уже давно подготовили на доске рисунки с решением этой задачи.

1 апреля

В этих задачах мы опять встретимся с героями, придуманными Эдуардом Николаевичем Успенским, да простит он нашу дерзость. Просто дети очень любят Кота Матроскина, Шарика, Дядю Фёдора и Почтальона Печкина и с удовольствием решают «про них» задачи. Мы помним, что в Шарике всё время просыпался охотничий инстинкт и, чтобы не стрелять в бедных зверушек, он регулярно участвовал в соревнованиях по стрельбе. В очередной раз он вернулся в Простоквашино с медалью.

— Сколько очков выбил? — интересуются друзья.

— На этот раз никто никаких очков не выбивал, надо было просто в мишень попасть, — ответил Шарик и рассказал про условия соревнований.

Каждому участнику соревнований выдавался 1 патрон. Если выстрел в мишень оказывался удачным, стрелок получал ещё 2 патрона и мог ещё два раза выстрелить. За каждое новое попадание в мишень получал 2 дополнительных патрона. Победителем считался тот стрелок, который больше всех раз попал в мишень.

— Кто как стрелял? — спрашивает дядя Фёдор.

— Первым стрелял Илья Муромец, — начинает свой рассказ Шарик, — он всего 7 раз стрелял...

— Он 7 раз стрелял или 7 раз попал? — уточняет кот Матроскин.

— У него патронов на 7 выстрелов хватило, — продолжает Шарик. — Попадал он не часто, да и то в край мишени. Только шестой выстрел в самый центр угодил.

— Ты чего-то не так рассказываешь, — прерывает его почтальон Печкин. — Если Илья Муромец всего 7 выстрелов сделал, то не мог он шестым выстрелом в центр мишени попасть.

— Зачем Вы так, Игорь Иванович, говорите? — обижается Шарик. — Вы в Простоквашине на печке сидели, грибы собирали, а я на соревнованиях был, всё своими глазами видел.

— Кто прав, почтальон Печкин или пёс Шарик?

— Если Вы, Борис Львович, такой вопрос задаёте, то прав почтальон Печкин, а не Шарик, хоть он и на соревнованиях сам был, — так Александра обобщает опыт наших занятий. Мы старались выбирать задачи с не очень сложным условием и не всегда очевидным решением.

— Тогда попробуйте доказать, что прав Печкин, а не Шарик.

— Но ведь Шарик, и правда, всё видел, — сомневается Александра. — Он же в соревнованиях участвовал, сам по мишеням стрелял.

— Правильно, — подсказываю ребятам, — поэтому Шарик точно знал, что за каждое попадание ему сразу вручают два дополнительных патрона. И если Илья Муромец своим шестым выстрелом поразил мишень, то?..

— То ему ещё два патрона дали, — подхватывает Лена.

— А шесть и два это уже восемь, — продолжает Костя. — Если Илья Муромец шестым выстрелом попал, то он 8 выстрелов должен сделать.

— Или больше, чем восемь, — поправляет Костю Катя. — Он же мог потом и седьмым выстрелом в мишень попасть, и восьмым. После этого ему бы ещё патронов дали.

— У него патроны могли и от предыдущих попаданий остаться, — продолжает Саша.

Общими усилиями вырабатываем окончательный ответ: **Если Илья Муромец шестым выстрелом попадает в мишень, то он должен сделать не меньше восьми выстрелов.**

8 апреля

— Следующим стрелял Барон Мюнхгаузен, — продолжает свой рассказ Шарик, — он всего сделал 10 выстрелов и попал в мишень...

— Подожди, Шарик, — снова вступает в разговор почтальон Печкин. — Ты опять что-то путаешь, не мог твой Барон 10 выстрелов сделать.

(Напомним правила, по которым проводились соревнования. **Каждому участнику соревнований выдавался 1 патрон и он стрелял в мишень. Если выстрел оказывался удачным, стрелок получал ещё 2 патрона и мог ещё два раза выстрелить. За каждое новое попадание в мишень получал 2 дополнительных патрона. Победителем считался тот стрелок, который больше всех раз попал в мишень.)**

— Почему же не мог? — Дима вспоминает решение прошлой задачи. — Он восьмым выстрелом в мишень попал, получил два патрона и потом промазал оба выстрела.

Никто не возражает, Дима высказал общее мнение. Начинаю задавать наводящие вопросы.

— Если стрелок с первого раза в мишень не попадёт, сколько он всего выстрелов сделает?

— Один. Один выстрел. Ему же никто больше патронов не даст.

— А если первый выстрел был удачным?

— Тогда он три выстрела сделает.

— Или больше, — добавляет Оля. — Если он дальше попадать будет.

— Кажется, я понял, — говорит Саша. — **Первый выстрел стрелок делает обязательно. А потом за каждое попадание ему по два патрона выдавать будут, значит, он может один выстрел сделать, или три, или пять, или семь...**

— Правильно, — уточняет Катя. — Стрелок может только нечётное число выстрелов сделать.

— Да, не мог Барон Мюнхгаузен всего 10 выстрелов сделать, — делает окончательный вывод Лена, — это Шарик ошибся.

15 апреля

— Хорошо стрелял Робинзон Крузо, — вспоминает Шарик. — Он 9 раз в мишень попал.

— Ничего удивительного, что ему было на своём острове ещё делать, знай стреляй, — рассуждает Матроскин. — А сколько этот Робинзон Крузо всего выстрелов сделал?

— Чего не помню, того не помню, — огорчается Шарик.

— Это не так и трудно узнать, — замечает почтальон Печкин...

— Так сколько выстрелов сделал Робинзон Крузо?

— Первый выстрел был точным, — начинает свои рассуждения Саша. — Если вторым выстрелом он промазал, то третьим должен был попасть, иначе ему больше патронов не дали бы...

— Подожди, так долго считать придётся, — останавливает Сашу Лена. — Робинзон Крузо 9 раз попал, значит, ещё 18 патронов получил. Получается, что он 27 раз стрелял.

— Нет, не совсем так, — возражает Настя. — Он действительно 18 патронов получил за то, что 9 раз попал, но ведь он как раз этими патронами и попадал. Он всего 18 выстрелов сделал.

Ты забыла про первый выстрел, он его просто так сделал, — поправляет подругу Александра. — Для первого выстрела никуда попадать не надо. **Робинзон Крузо сделал 19 выстрелов.**

22 апреля

— А сам-то ты как, Шарик, стрелял? — допытываются друзья.

— Я всего 23 выстрела сделал, — докладывает Шарик.

— А попал сколько раз?

Шарик задумался, почесал за ухом и развёл лапами.

— Не помню, из головы выскочило куда-то.

Сколько мишеней поразил Шарик?

— Это мы сейчас быстро определим, — говорит Костя. — Если он ни разу не попал, то всего один выстрел сделал. Если он два раза попал, а потом два раза промахнулся, то получается три выстрела. Если он два раза попал, то... то... то 5 выстрелов выходит. Если...

— Подожди, — останавливает его Саша. — Мы всё это сейчас на доске выпишем.

К ним приходят на помощь ещё несколько человек, и скоро всё становится ясно. Запись на доске имеет такой вид.

1 – 3 2 – 5 3 – 7 4 – 9 5 – 11 6 – 13 7 – 15 8 – 17 9 – 19 10 – 21 11 – 23 12 – 25

Слева — число попаданий в мишень, справа — число выстрелов.

— Вот, мы получили. Шарик из 23 выстрелов 11 раз в мишень попал. Неплохо!

Москва