

Изучение математической подготовки восьмиклассников в рамках международного исследования TIMSS

Клара КРАСНЯНСКАЯ, ведущий научный сотрудник Отдела математического образования Института общего среднего образования РАО, кандидат педагогических наук

Лариса ДЕНИЩЕВА, доцент Московского городского педагогического университета, кандидат педагогических наук

При подготовке статьи использован материал международного отчёта TIMSS 1999 International Mathematics Report / by Ina.V.S. Mullis, Michael O. Martin and others. — International Study Center Lynch School of Education, Boston College, USA, 2000.

Цели и содержание проверки

В 1995 году Россия принимала участие в изучении математической подготовки учащихся 8-го класса в рамках международного исследования TIMSS* (Третье международное исследование математической и естественнонаучной подготовки). Участие в нём позволило определить приоритеты в содержании математического образования и выявить требования, предъявляемые к подготовке учащихся на международном уровне.

* TIMSS — Third International Mathematics and Science Study (1995 г.).

Основной целью исследования была оценка состояния математической подготовки восьмиклассников в мире и выявление факторов, стимулирующих её качественный рост.

В ходе исследования:

- 1) сравнивалась математическая подготовка учащихся разных стран, выявлялась её сила и слабость;
- 2) проверялось умение учащихся использовать полученные знания для решения практических задач;
- 3) сопоставлялись программы по математике, определялось сходство и различие их статуса, структуры, содержания;
- 4) выяснялись особенности организации и проведения процесса обучения в странах;
- 5) определялось отношение учащихся к математике.

В 1999 году проводился второй этап исследования (TIMSS-R*), на котором, кроме решения выше перечисленных задач, большое внимание уделялось выявлению тенденций изменения состояния математической подготовки восьмиклассников.

* TIMSS-R — Third International Mathematics and Science Study — Repeat (1999 г.).

Результаты проверки позволили с позиций международных критериев охарактеризовать качество знаний и умений, которые восьмиклассники российских школ приобрели за год до окончания основной школы, и сравнить его с итогами изучения математики учащимися других стран.

Содержание проверки было связано с материалом шести тем, которые включены в программы по математике большинства стран — участниц исследования:

- 1) дроби и понятие числа;
- 2) пропорциональность;
- 3) алгебра;
- 4) геометрия;
- 5) измерения;
- 6) анализ данных.

Тема «Дроби» содержала материал, который традиционно изучается в курсе арифметики: натуральные числа, обыкновенные дроби (понятие дроби, действия с дробями), десятичные

дроби, проценты, положительные и отрицательные числа, оценка и прикидка результатов (округление), отношения (числовые отношения и деление в заданном отношении) и пропорции (прямая пропорциональность величин, пропорция), масштаб.

В тему «Геометрия» был включён материал раздела «Равенство и подобие фигур», а также некоторые вопросы из других разделов: координаты на прямой и плоскости, свойства простейших геометрических фигур (вертикальные и смежные углы, параллельные прямые), четырёхугольники (выпуклый четырёхугольник, параллелограмм, прямоугольник, квадрат, трапеция), движения на плоскости и в пространстве (осевая симметрия, поворот).

Тема «Алгебра» содержала материал раздела «Линейные уравнения» (составление, решение задач), а также ряд вопросов из разделов: функции (распознавание и составление формулы зависимости величин, интерпретация графиков), формулы (составление и преобразование), значение выражения, степень (натуральная) рационального числа, неравенства, числовые последовательности.

К теме «Измерения» был отнесён материал, связанный с единицами измерения величин (длины, времени, углов, площади, объёма), определением длин сторон и периметра фигур, вычислением площадей (треугольника, прямоугольника) и объёмов (прямоугольного параллелепипеда, куба), оценкой точности измерения (при измерении с помощью линейки).

Тема «Анализ данных» включала материал, изучаемый во многих странах в рамках тем: Описательная статистика (представление и анализ количественной информации, выраженной в форме таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей) и Вероятность.

Следует обратить внимание на то, что при определении содержания проверки, наряду с такими традиционными разделами школьного курса математики, как «Дроби», «Геометрия», «Алгебра», в виде отдельных тем были выделены: «Пропорциональность», «Измерения» и «Анализ данных». Что говорит о важности, которая на международном уровне придаётся овладению материалом, изучаемым в рамках этих трёх тем и широко используемым при решении практических задач.

Как и в исследовании 1995 года, наиболее полно проверялось усвоение темы «Дроби», что хорошо видно из таблицы 1.

Внимание исследователей было сосредоточено на 5 основных видах деятельности учащихся.

Таблица 1. Распределение проверочных заданий по темам

Тема	Число и процент заданий	
	1995 г.	1999 г.
1. Дроби	51 (33%)	52 (32%)
2. Пропорциональность	11 (7%)	12 (7%)
3. Алгебра	27 (18%)	32 (20%)
4. Геометрия	23 (15%)	21 (13%)
5. Измерения	18 (13%)	24 (15%)
6. Анализ данных	21 (14%)	21 (13%)
Всего:	151	162

Знание, предполагающее умение распознавать понятия среди готовых изображений или представлять их в другом виде (например, в виде рисунка, таблицы, диаграммы, графика, в алгебраической или в геометрической форме); выбирать из готовых или строить математически эквивалентные объекты; воспроизводить факты, определения и свойства понятий в соответствии с заданными условиями. Ниже приведены примеры заданий, нацеленных на проверку овладения этой деятельностью.

Задание 1* (70/53/76)

Какое утверждение НЕ является истинным для всех прямоугольников?

A. Противоположные стороны параллельны.

B. Противоположные стороны равны.

C. Все углы прямые.

D. Диагонали равны.

Е. Диагонали взаимно перпендикулярны.

* Здесь и далее в скобках через «/» к каждому заданию приведены в следующем порядке проценты верных ответов, показанные: российскими школьниками, учащимися всех стран (средний процент), учащимися той страны, которая по данному заданию имеет самый высокий результат

Задание 2 (65/49/84)

В таблице показана зависимость между x и y .

x	2	3	4	5
y	7	10	13	16

Какой формулой можно задать эту зависимость?

- A. $y=x+5$;
- B. $y=x-5$;
- C. $y=1/3(x-1)$;
- D. $y=3x+1$.

Использование стандартных процедур включает выбор и использование нужной процедуры или её модификации в соответствии с заданными условиями. В состав этих процедур входят: измерения; вычисления; чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков; преобразование одного из математических объектов в другой с помощью некоторой формальной процедуры; оценка и прикидка результатов; сравнение величин и математических объектов; классификация и их распознавание.

Задание 3 (43/33/68)

В таблице указаны значения x и y . Известно, что x прямо пропорционально y .

x	4	8	K
y	9	P	45

Чему равны значения P и K ?

- A. $P=40$ и $K=13$;
- B. $P=18$ и $K=17$;
- C. $P=20$ и $K=18$;
- D. $P=40$ и $K=18$;
- E. $P=18$ и $K=20$.

Задание 4 (48/41/59)

Если выпрямить кусок верёвки, изображённый на рис. 1, то чему примерно равна его длина?

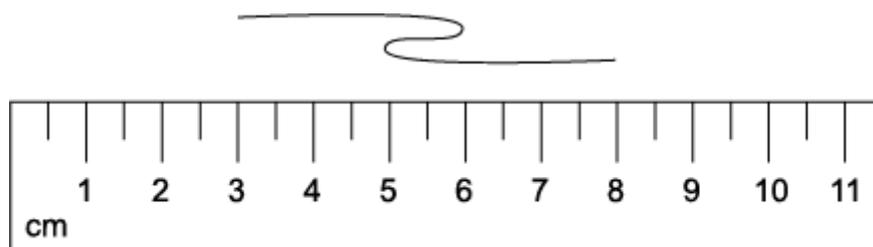
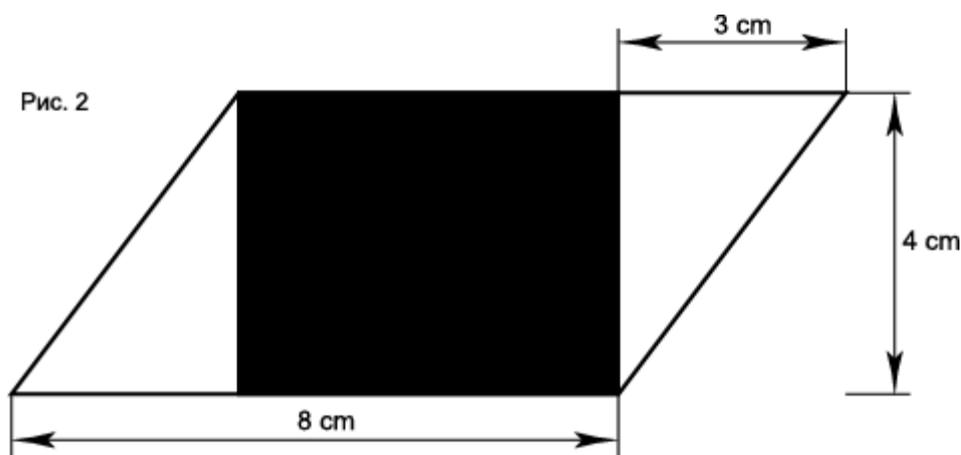


Рис. 1

- A. 5 см;
- B. 6 см;
- C. 7 см;
- D. 8 см.

Задание 5 (48/43/83)

На рис. 2 изображён параллелограмм, а внутри него — заштрихованный прямоугольник.



Чему равна площадь заштрихованного прямоугольника?

Исследование и решение проблем требует от учащихся умения формулировать и уточнять проблемы, строить математические модели предложенной реальной или учебной ситуации; разрабатывать стратегию решения или план сбора необходимых данных; решать проблемы с помощью известных или специально разработанных процедур; прогнозировать результат деятельности.

Задание 6 (63/47/89)

Неизвестное число увеличили в 4 раза и получили 48. Чему равна $1/3$ этого неизвестного числа?

A. 4; B. 8; C. 12; D. 16.

Задание 7 (26/22/56)

Длина прямоугольника в два раза больше его ширины. Чему равно отношение ширины прямоугольника к его периметру?

A. $1/2$; B. $1/3$; C. $1/4$; D. $1/6$.

Задание 8 (44/42/81)

Наташа отдала треть своих орехов Ларисе, а затем четверть оставшихся — Светлане. После этого у неё осталось 24 ореха. Сколько орехов было у Наташи первоначально?

A. 36; B. 48; C. 60; D. 96.

Математические рассуждения включают расширение области использования рассуждений или результатов действий посредством формулировки результатов в более общих, широко применимых терминах; высказывание предположений; проведение обоснований и доказательств.

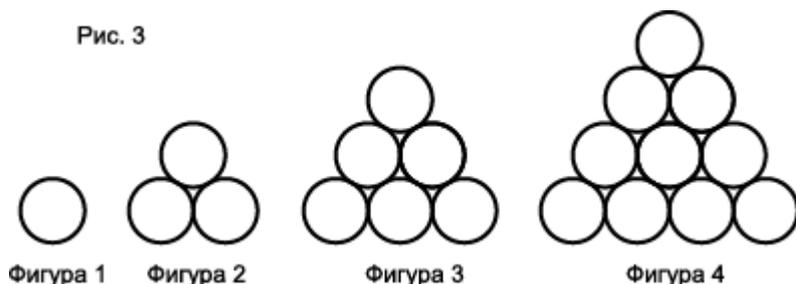
Задание 9 (72/37/72)

Какое равенство является верным для любых действительных чисел?

- A. $a-b=b-a$;
- B. $a(b-c)=b(c-a)$;
- C. $b-c=c-b$;
- D. $ab=ba$;
- E. $ab-c=ac-b$.

Задание 10 (27/30/69)

На рис. 3 изображены четыре фигуры, составленные из одинаковых кружков.



а) Заполните таблицу. Сначала запишите число кружков, из которых составлена Фигура 4. Затем укажите число кружков, которое понадобится, чтобы составить Фигуру 5, если продолжить последовательность данных фигур.

Фигура	Число кружков
1	1
2	3
3	6
4	
5	

б) Последовательность этих фигур продолжили до получения Фигуры 7. Сколько понадобилось кружков, чтобы составить Фигуру 7?

с) В этой последовательности Фигура 50 составлена из 1275 кружков. Определите, из скольких кружков будет состоять Фигура 51. Не изображая саму Фигуру 51, объясните или покажите на рисунке, как вы получили свой ответ.

Коммуникативная деятельность требует понимания и использования математических символов и терминов; описания математического объекта, сходства и различия между взаимосвязанными математическими объектами или идеями, записи решения математической задачи.

Задание 11 (30/24/56)

Учитель предполагает заказать для учащихся 24 экземпляра журнала. Информация, которую он получил в издательствах, представлена ниже. Цены на журналы указаны в седах (денежная единица).

Журнал «Жизнь подростка». 24 экземпляра. Первые 4 экземпляра бесплатно. Каждый последующий экземпляр по 3 седа.

Журнал «Новости подростка». 24 экземпляра. Первые 6 экземпляров бесплатно. Каждый последующий экземпляр по 3,5 седа

На какой из этих журналов заказ учителя (на 24 экземпляра) будет стоить дешевле? На сколько дешевле? Запишите ваше решение.

Обозначенные виды деятельности неодинаково интересны исследователям (см. табл. 2).

Таблица 2. Распределение проверочных заданий по видам деятельности

Вид деятельности	Число заданий
1. Знания	20%
2. Использование стандартных процедур (простых и более сложных)	25%
3. Исследование и решение задач	52%
4, 5. Математические рассуждения. Коммуникативные умения	3%

Значительное внимание уделяется проверке знаний и навыков выполнения различных по сложности стандартных процедур. Однако большая часть заданий нацелена на проверку умения решать задачи, причём число таких заданий по сравнению с 1995 годом увеличено на 14%, что говорит о том, что на международном уровне явное предпочтение отдаётся не алгоритмическим умениям, а способности применять полученные знания для решения задач практического содержания. При этом основное внимание обращается на получение верного ответа, а не на его обоснование. Из 162 заданий только 4 (3%) нацелены на проверку овладения таких видов деятельности, как математические рассуждения (объяснение, обоснование, доказательство) и письменная запись решения или объяснения, формирование которых является одной из важных целей изучения математики в отечественной школе.

При выборе типов заданий, как и в 1995 году, явное предпочтение отдано заданиям с выбором ответа из 4–5 предложенных вариантов. Таких заданий — 125 (77%), остальные 37 (23%) требуют свободного ответа. Из них в 33 (20%) надо записать краткий ответ в виде числа или выражения, только в четырёх заданиях (3%) от учащихся требуется запись решения задачи или объяснение полученного ими ответа.

Содержание курса математики для учащихся 8-го класса в большинстве стран значительно отличается от курса российской школы. Во многих из них преобладает арифметический материал, завершается изучение тем «Натуральные числа» и «Дроби», большое внимание уделяется темам «Проценты» и «Пропорциональность», которая включает понятие о пропорциональных величинах и решение соответствующих задач.

В ряде стран восьмиклассники приступают к освоению тем «Рациональные числа и их свойства», «Действительные числа», «Степени и порядок величины», «Измерения и ошибки измерений», «Равенство и подобие», «Угол наклона», «Уравнения прямых», продолжают изучение алгебраических тем «Последовательности. Отношения. Функции», «Уравнения. Неравенства», осваивают геометрические темы «Многоугольники. Окружность», «Геометрические преобразования» и пространственные фигуры. Определённая часть учебного времени отводится на ознакомление с темой «Анализ данных».

Следует отметить, что объём учебного материала в курсах алгебры и геометрии 7–8-х классов отечественной школы значительно больше, а уровень требований к учащимся существенно выше.

По отношению к распределению содержания математического образования в нашей школе по годам обучения проверочные задания можно распределить на четыре группы, которые указаны в таблице 3.

Таблица 3. Распределение материала проверочных заданий по годам обучения в российской школе

Сроки изучения материала	Число и процент заданий	
	1995 г.	1999 г.
5–6-е классы	88 (58%)	96 (60%)
7–8-е классы	37 (25%)	38 (23%)
9-й класс	17 (11%)	17 (11%)
Материала нет в программе 1–11-х классов	9 (6%)	10 (6%)

Приведённые в таблице данные позволяют утверждать, что на каждом из двух этапов исследования (1995 и 1999 гг.) математическая подготовка российских восьмиклассников обеспечивала возможность выполнения около 83% проверочных заданий. Знания, необходимые для выполнения ещё 11% заданий, учащиеся получали при дальнейшем обучении в 9-м классе (числовые последовательности, а также площади параллелограмма и треугольника, подобие фигур, если обучение проводилось по учебнику А.В. Погорелова, и движение на плоскости — поворот, если учитель использовал учебник Л.С. Атанасяна и др.).

И только девять заданий (6%) по теме «Вероятность» проверяют материал, не включённый в программу нашей основной школы.

Анализ содержания и формы проверки свидетельствует о её ориентации на особенности зарубежной школы. Больше половины проверочных заданий направлены на проверку арифметического материала, который наши восьмиклассники изучали 2–3 года назад в 5–6-х классах. В проверочных заданиях широко представлены вопросы прикладного характера: оценка и прикидка результатов, процентные расчёты, диаграммы, измерения величин и оценка точности измерения, которым в нашей школе уделяется мало внимания. Фабулы многих проверочных заданий широко используют жизненные ситуации, графики реальных зависимостей и др. При этом почти или совсем не проверяется усвоение многих тем курсов алгебры и геометрии, достаточно глубоко изучаемых в 7–8-х классах нашей школы: Преобразования целых выражений, Алгебраические дроби, Квадратные корни, Функции, Квадратные уравнения, Числовые неравенства, Равенство треугольников, Четырёхугольники, Теорема Пифагора, Окружность и др.

Акцент в исследовании делался на проверку представлений о различных математических объектах, понятиях и фактах, а не алгоритмических и вычислительных умений и навыков, формированию которых в нашей школе отводится значительное время, в связи с чем российские восьмиклассники не получили возможности показать уровень усвоения значитель-

ного объёма изученного ими материала.

Неудачной для учащихся является и выбранная форма проверки — тесты и их структура. Тесты составлены в восьми вариантах, каждый из которых включает 75–80 заданий по математике (арифметике, алгебре, геометрии) и естественнонаучным предметам (физике, биологии, географии, химии), для выполнения которых отводится 90 минут. Изначально предполагается, что учащиеся не смогут выполнить все задания. Тесты такого типа являются привычной формой проверки во многих странах мира, но в практике работы отечественной школы широкого распространения не имеют.

В наших школах одновременная проверка усвоения различных учебных предметов, как правило, не проводится. Учащиеся не сталкиваются с объёмными работами, которые надо выполнить за весьма ограниченный отрезок времени, не владеют техникой выполнения тестов с помощью использования предложенных ответов. В отличие от учащихся многих стран российские школьники приучены решать поставленную задачу и только затем могут сравнить полученный ответ с предложенными, что отнимает больше времени и увеличивает возможность появления ошибок.

Характеристика проверочных заданий и результаты тестирования

Рассмотрим более подробно содержание проверочных заданий, разделив их на группы, отвечающие принятому в нашей школе распределению материала по курсам математики: Арифметика (68 заданий), Алгебра (38 заданий), Геометрия (35 заданий), и выделив отдельно группу заданий по теме «Анализ данных» (21 задание).

Арифметика

Овладение арифметическим материалом проверяется наиболее полно. Это связано с содержанием курсов математики, изучаемых в большинстве стран в 1–8-х классах, и свидетельствует о значимости, которая придаётся усвоению этого материала. Он охватывает четыре темы: Обыкновенные дроби, Десятичные дроби и действия с дробями, Пропорциональные величины, Оценка и прикидка результатов. Каждая из них проверяется группой вопросов, которые содержат материал, традиционный для нашего курса математики 5–6-х классов. Задания позволяют определить уровень усвоения широкого спектра арифметических понятий и умений, входящих в состав базовой подготовки школьников.

Группа из семи заданий направлена на проверку овладения понятием дроби. Учащимся предлагаются разнообразные задания, в которых использованы геометрические модели дроби. Ниже приведены примеры заданий.

Задание 12 (58/62/83)

На каком рисунке (см. рис. 4) показано, что $2/5$ равны $4/10$?

Задание 13 (50/50/75)

Какая часть круга на рис. 5 закрашена?

- A. Больше 0, но меньше $1/4$;
- B. Больше $1/4$, но меньше $1/2$;
- C. Больше $1/2$, но меньше $3/4$;
- D. Больше $3/4$, но меньше 1.

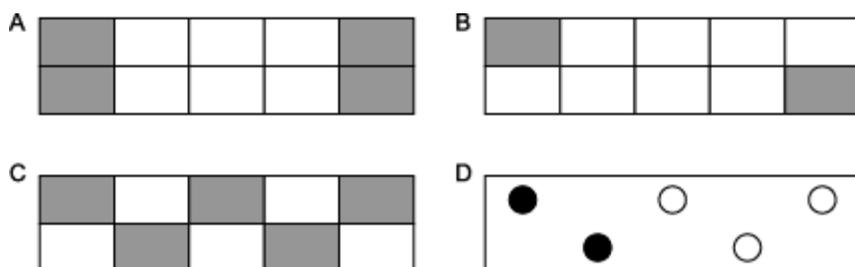


Рис. 4

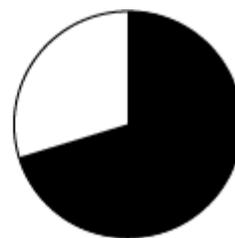


Рис. 5

Овладение рядом других важных понятий (отношение величин, проценты, пропорциональные величины, пропорции) проверялось при решении содержательных текстовых задач.

Задание 14 (35/30/88)

В классе 32 ученика. Число мальчиков относится к числу девочек как 5:3. Сколько в классе мальчиков?

Большое внимание уделялось умению сравнивать между собой дроби: десятичные, обыкновенные, обыкновенные с десятичными. При этом, как и в случае проверки понятия дроби, в задачах на сравнение дробей предлагались различные геометрические модели. Например, для сравнения величины дробей требовалось сравнить части площадей прямоугольников или прямоугольников и кругов, которые изображали величину дробей.

Задание 15 (76/69/88)

На каком круге (см. рис. 6) заштрихована примерно такая же часть площади, как у прямоугольника?

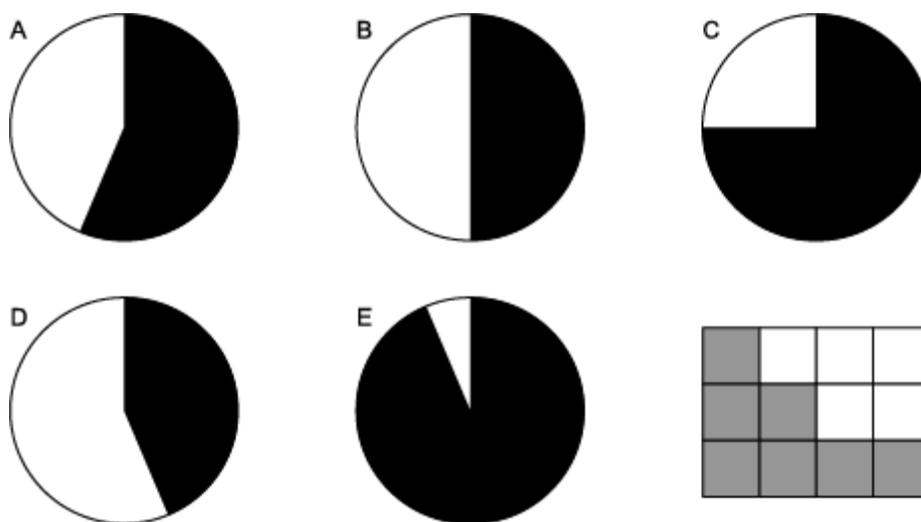


Рис. 6

Отметим, что для наших учащихся подобные задания явно выходят за рамки стандартных.

Умение выявлять арифметические действия выявлялось посредством типичных для нашей школы заданий обязательного уровня на все четыре действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Задание 16 (73/46/70)

Выполните действие: $6/55 : 3/25$.

В тесты была включена группа комплексных заданий, нацеленных на проверку знаний математической терминологии и теоретических фактов, умения применять изученные алгоритмы. Значительную часть этих заданий составляют текстовые задачи, имеющие практическую направленность и ориентирующие восьмиклассников на применение математических знаний в повседневной жизни.

Задание 17 (44/52/84)

Николай продал 60 книг, а Марк 80. Каждый экземпляр книги они продавали за одну и ту же цену. Вместе они заработали 700 р. Сколько рублей заработал Марк?

Задание 18 (39/35/64)

В бидоне 25 л краски. Маляр проработал 5,5 ч и каждый час у него уходило по 2,5 л краски. Сколько краски осталось в бидоне?

A. 10,25 л; B. 11,25 л; C. 12,75 л; D. 13,75 л.

Почти все текстовые задачи предпочтительнее решать арифметическим способом. При внимательном анализе условий ответ на некоторые из них можно получить без проведения

каких-либо сложных вычислений — практически «в уме». Однако наши учащиеся, ориентированные на алгебраические методы решения задач с помощью составления уравнения, предпочитают именно этот нерациональный способ.

Отдельная группа заданий направлена на проверку материала, связанного с пропорциональными величинами и пропорциями. Выделение этой группы и включение в неё достаточно большого числа заданий (14) говорит о важности, которая придаётся усвоению данного материала. Большинство заданий — задачи, в которых учащимся нужно выделить величины, связанные прямо пропорциональной зависимостью, и найти значение одной из них. Они вполне традиционны для нашей школы и содержатся во всех стабильных учебниках.

Задание 19 (76/70/80)

В 100 г некоторого продукта содержится 300 калорий. Сколько калорий в 30 г этого продукта?

A. 90; B. 100; C. 900; D. 1000; E. 9000.

Остановимся на результатах выполнения рассмотренных выше групп арифметических заданий.

Процент выполнения заданий на проверку понимания понятия дроби колеблется в пределах от 50% до 76%. Разброс результатов объясняется разной сложностью заданий и их нетипичностью для систем упражнений, имеющихся в российских учебниках.

Достаточно высокие результаты показаны учащимися при выполнении отдельных арифметических действий с десятичными дробями. Вычитание десятичных дробей прочно освоили — 87%, умножение — 65%, деление — 68% восьмиклассников. Отдельные действия с обыкновенными дробями и пример на все действия правильно решили 62–73% учащихся. Как и в российских проверках, школьники лучше выполняют действия с десятичными дробями, нежели с обыкновенными.

Наряду со стандартными алгоритмами выполнения четырёх арифметических действий проверялось умение сравнивать дроби. О значении, которое придаётся овладению данной операцией, говорит большое число заданий (9), связанных с её использованием. Восьмиклассникам предлагалось сравнить две десятичные, две обыкновенные, обыкновенную и десятичную дроби. Процент верных ответов на эти задания колеблется от 45 до 72%. Такой большой разброс объясняется, с одной стороны, формой записи и количеством сравниваемых дробей, а с другой — приёмом сравнения, который используется в каждом конкретном случае.

Наибольшие затруднения вызвало сравнение десятичных дробей — 45%.

Задание 20 (45/52/86)

Какое из следующих чисел наименьшее?

A. 0,625; B. 0,25; C. 0,375; D. 0,5; E. 0,125.

Сложности при сравнении десятичных и обыкновенных дробей обусловлены необходимостью перевода десятичной дроби в обыкновенную и приведением к общему знаменателю обыкновенных дробей с разными знаменателями.

В тест были включены арифметические задания, нацеленные на проверку умения выполнить оценку или прикидку результата.

В нашей школе формированию этого важного для повседневной жизни умения должного внимания не уделяется. Тем не менее результаты проверки показывают, что с заданиями, в которых требуется выполнить прикидку по здравому смыслу, справляется более 60–80% учащихся.

Задание 21 (66/65/94)

В парке высадили 68 рядов деревьев. В каждом ряду по 92 дерева. Какой из указанных ниже способов подсчёта позволяет получить наиболее точную оценку числа высаженных деревьев?

A. $60 \times 90 = 5400$;

B. $60 \times 100 = 6000$;

C. $70 \times 90 = 6300$;

D. $70 \times 100 = 7000$.

Но результаты существенно снижаются, когда прикидку надо выполнить в более сложных условиях, например, при решении следующей практической задачи (52% верных ответов):

Задание 22 (52/56/77)

Каждую неделю продают около 7000 экземпляров журнала. Сколько примерно экземпляров этого журнала продают за год?

A. 8 400; B. 35 000; C. 84 000; D. 350 000; E. 35 000 000.

Для её решения требуется прикинуть количество недель в году. Видимо, это и является одной из причин того, что данная задача вызвала трудности у учащихся всех стран.

В тест входило около 20 текстовых задач разной сложности на проценты, отношение величин, нахождение части числа. Искомые и данные величины связаны в них разнообразными видами зависимостей, значения величин даны в виде целых и дробных чисел, для получения ответа надо выполнить от 1 до 4 действий. Этим, по-видимому, и объясняется большой разброс результатов 29–84%.

Более 70% наших учащихся верно решили простые задачи в одно действие. Но результаты оказались значительно ниже, если требовалось выполнить 2–4 действия.

Задание 23 (51/45/85)

Олег и Игорь ели вишни, которые лежали в корзине. Олег съел $\frac{1}{3}$, а Игорь $\frac{1}{6}$ этих вишен. Какая часть вишен осталась в корзине?

A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{1}{6}$; D. $\frac{1}{18}$.

Невысок процент правильных ответов (29–52%), при решении задач на проценты, отношение величин, части, с которыми учащиеся сталкиваются в повседневной жизни. Среди них наибольшее затруднение вызвали задачи на определение значений величин, когда зависимость между ними выражена в виде отношения (В классе 28 человек. Отношение числа девочек к числу мальчиков равно 4:3. Сколько в классе девочек? — 29%), и на нахождение процентного отношения (Цена листа бумаги увеличилась с 60 р. до 75 р. На сколько процентов повысилась цена бумаги? — 32%).

Существенно снижает процент верных ответов невнимательной анализ условия задачи. Значительная часть учащихся завершает решение после выполнения промежуточных действий, не получив конечного ответа. Число таких учащихся растёт с увеличением числа действий, которые надо выполнить для решения задачи.

В блок арифметических заданий было включено несколько задач на проверку знания единиц измерения величин длины, веса, объёма и времени.

Обращает на себя внимание недостаточно прочное овладение единицами времени, соотношениями между ними и различными формами записи значения времени. Так, с задачей, где надо было сравнить время, выраженное в секундах, минутах, часах и сутках, справились только 43% учащихся. Практическую задачу, где надо было сложить 7.20 (7 ч 20 мин) и три четверти часа, верно решили лишь 58% восьмиклассников. Одна из основных ошибок — непрочное знание того, что соотношение между единицами времени не основано на десятичной системе счисления.

Недостаточно уверенно учащиеся владеют мерами величин, которые редко используются в реальной жизни. Так, например, с задачей, где нужно было определить, сколько бутылок по 750 мл понадобится, чтобы разлить 600 л сока, справились только 44% учащихся.

В заключение следует отметить, что проверкой были охвачены фактически все основные вопросы курса арифметики 5–6-х классов российской школы. Анализ результатов показывает, что наши восьмиклассники имеют прочные знания алгоритмов четырёх арифметических действий с десятичными и обыкновенными дробями, умеют сравнивать рациональные числа, решать простейшие уравнения вида пропорции. Вместе с тем недостаточно прочно усвоены такие важные понятия, как дробь, отношение величин, проценты, имеются значительные трудности в решении текстовых арифметических задач, недостаточна подготовка к использованию математических знаний и опыта математической деятельности в жизненных ситуациях, когда требуется умение наблюдать, анализировать данные, использовать дополнительную информацию, проводить прикидку и оценку результатов.

Геометрия

В этой группе тестовых заданий 6 направлено на проверку материала темы «Равенство и подобие», 11 — на констатацию навыков измерений величин (нахождение сторон, периметров и площадей стандартных и нестандартных фигур), которым в зарубежной школе уделяется большое внимание, остальные позволяют судить о качестве усвоения понятий и свойств геометрических фигур (смежные и вертикальные углы, параллельные прямые, параллелограмм, прямоугольник, квадрат, сумма углов в четырёхугольнике, объём прямоугольного параллелепипеда). Несколько вопросов касается темы «Движение на плоскости и в пространстве» (ось симметрии, углы, симметричные относительно оси, поворот).

В задачах по теме «Равенство» проверяется овладение понятиями равенства двух треугольников и четырёхугольников, а также знание свойств четырёхугольников (квадрата, прямоугольника). В задачах по теме «Подобие» — понимание содержательного смысла понятия подобия треугольников и умение применять признаки подобия для нахождения неизвестных элементов треугольника.

На результатах выполнения заданий отрицательно сказалось нестандартное для наших учащихся расположение фигур и то, что к моменту проверки часть из них не была знакома с темами «Подобие», «Площади», сумма углов в выпуклом четырёхугольнике (при обучении по учебнику А.В. Погорелова) и темой «Движение» (при обучении по учебнику Л.С. Атанасяна и др.).

Задание 24 (61/50/81)

Треугольник KLM на рис. 7 равен треугольнику APE , $LM=PE$. Какова величина угла POM ?

Задание 25 (50/41/78)

На рис. 8 изображены два равных треугольника и указаны величины некоторых сторон и углов. Найдите величину угла a .

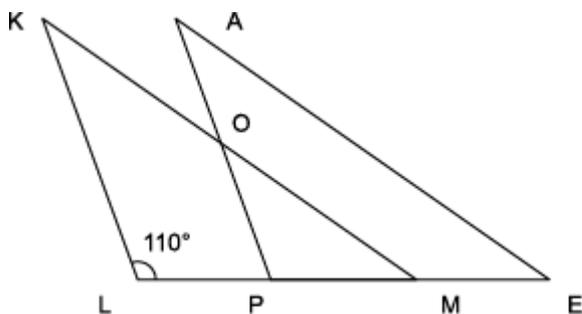


Рис. 7

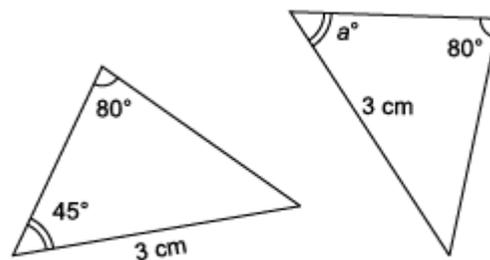


Рис. 8

Задание 26 (71/62/84)

Какие два треугольника на рис. 9 подобны?

A. I и II; B. I и III; C. I и IV; D. II и IV; E. III и IV.

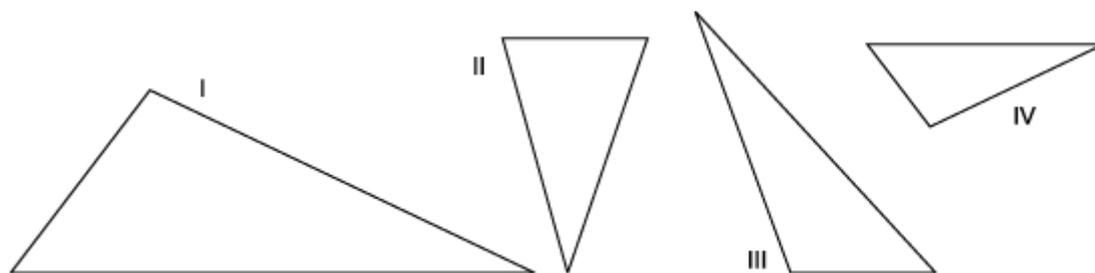


Рис. 9

Задание 27 (41/37/67)

Треугольники ABC и DEF подобны. $AC = 6$ см. $DF = 20$ см., $EF = 15$ см. Найдите длину стороны BC .

А. 3,5 см; В. 4,5 см; С. 5 см; D. 5,5 см; E. 8 см.

Сложность у восьмиклассников вызвали типичные для школьного курса геометрии задачи на знание свойств вертикальных, смежных и образованных при параллельных прямых углов. Относительно невысокий процент их выполнения — 64%, 63% и 62% соответственно объясняется тем, что решались они в два действия. Как и при решении арифметических задач, значительная часть учащихся невнимательно проанализировала условие задачи и завершила решение, выполнив только первое действие.

В блок проверочных заданий по геометрии входит также группа задач по теме «Геометрические преобразования», которая к моменту тестирования ещё не изучалась учащимися. Неудивительно, что первую задачу верно выполнили 79% восьмиклассников, а вторую только 40%.

Задание 28 (79/62/83)

Найдите сумму углов 1 и 2, если прямая p является осью симметрии фигуры, изображённой на рис. 10.

Задание 29 (40/41/70)

Заштрихованную фигуру на рис. 11 повернули вокруг точки O на половину оборота. Какое положение займёт эта фигура?

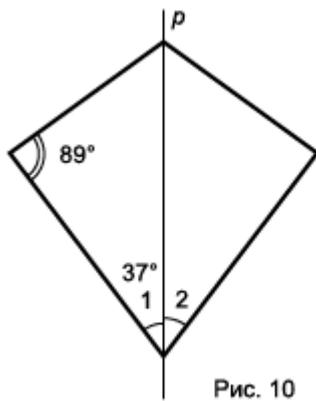


Рис. 10

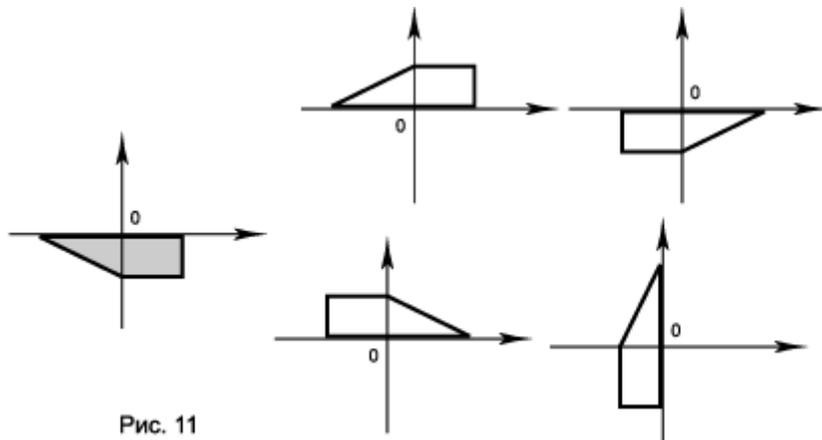


Рис. 11

Среди тестовых заданий имеются интересные задачи на проверку развития пространственных представлений учащихся, требующие разбить некоторую фигуру на треугольники, имеющие определённую форму и размеры, или определить, какой вид будет иметь данная пространственная фигура после произвольного поворота в пространстве.

Задание 30 (67/65/82)

Фигуру на рис. 12 можно изобразить в разных положениях. На каком из следующих рисунков изображена данная фигура, но в другом положении?

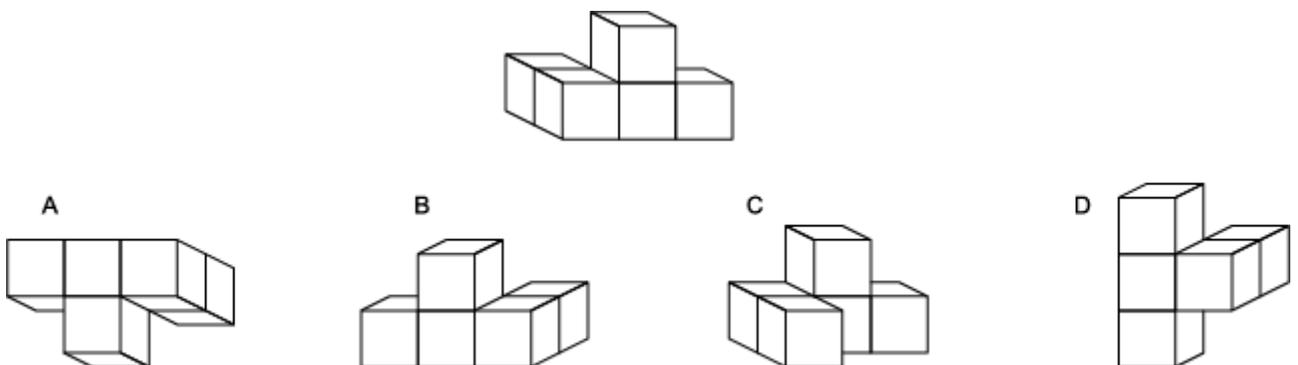


Рис. 12

Задание 31 (43/46/80)

Сколько прямоугольных треугольников с катетами 2 см и 3 см понадобится, чтобы

сложить из них прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см?

A. 4; B. 6; C. 8; D. 10.

Подобные задачи не встречаются в наших стабильных учебниках по геометрии. Тем не менее по первой из них учащиеся показали неплохие результаты — 67%, а вот вторую, как и следовало ожидать, выполнили только 43%.

Группа заданий под названием «Измерения» включала стандартные задачи вычислительного характера, в которых требовалось, используя формулы периметра и площади прямоугольника, найти неизвестные величины, входящие в их состав. В одном из тестовых заданий учащиеся должны были применить формулу площади параллелограмма или треугольника.

Задачи, связанные с линией измерений, типичны для пропедевтических курсов геометрии начальной школы и 5–6-х классов. Поэтому при изучении геометрии в 7–8-х классах этим вопросам уже не уделяют особого внимания. Как следствие задания данной группы выполнены хуже других геометрических заданий. Например, с задачей, в которой по периметру и длине стороны надо было найти ширину прямоугольника, справились только 48% восьмиклассников, площадь квадрата по его периметру нашли 52%.

И здесь обращают на себя внимание невысокие результаты выполнения стандартных задач, решение которых состоит из нескольких шагов.

Задание 32 (38/42/79)

Сад прямоугольной формы расположен рядом со зданием. Вокруг трёх сторон сада сделана дорога так, как показано на рис. 13. Вычислите площадь этой дороги.

A. 144 м^2 ; B. 64 м^2 ; C. 44 м^2 ; D. 16 м^2 .

Задание 33 (17/24/70)

Фигура на рис. 14 составлена из 5 равных квадратов. Её площадь равна 405 см^2 .

- а) Найдите площадь одного квадрата.
- б) Найдите длину стороны квадрата.
- в) Найдите периметр фигуры, изображённой на рисунке.

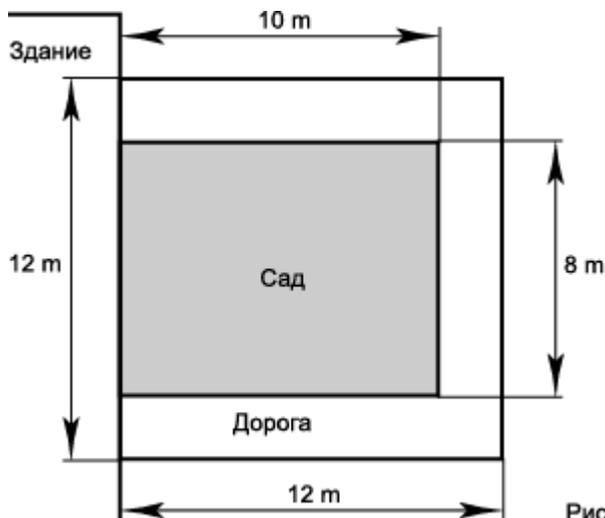


Рис. 13

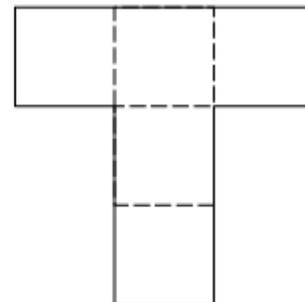


Рис. 14

С первой задачей справились 38%, со второй — 17%.

Одно задание теста было нацелено на проверку понимания сущности измерения объёма геометрической фигуры и умения определять её форму по изображению на плоскости.

Задание 34 (60/55/89)

Из одинаковых кубиков составлены четыре фигуры (см. рис. 18). Объём какой фигуры отличается от объёмов трёх остальных фигур?

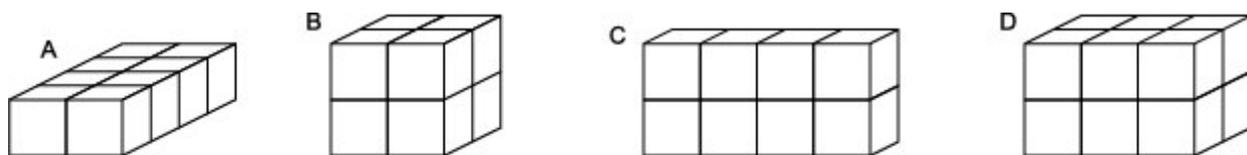


Рис. 15

Правильно выполнить задание сумели только 60% учащихся. Одна из причин низких результатов — слабость пространственных представлений, неумение на основе плоского изображения пространственной фигуры определить её форму.

Содержание тестовых заданий не затрагивало ряд основных вопросов систематического курса геометрии 7–8-х классов и не учитывало ориентации обучения математике в отечественной школе на развитие логического мышления, умения аргументировать свои выводы и фиксировать это на бумаге. Таким образом, результаты проверки не дают возможности составить объективного представления о геометрической подготовке наших восьмиклассников, но вскрывают некоторые недочёты: слабое развитие пространственных представлений учащихся, неумение увидеть плоскую фигуру в различных ракурсах, распознавать её в нестандартной ситуации; отсутствие навыков решения практических задач, связанных с вычислением площади, периметра и неизвестных элементов фигуры прямоугольной формы.

Алгебра

Среди 38 тестовых заданий по алгебре выделяется группа из 13 заданий по теме «Линейные уравнения», нацеленная на проверку умения учащихся распознавать ситуации, моделируемые с помощью линейных уравнений; решать текстовые задачи с помощью составления линейного уравнения и сами линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным (уравнения вида пропорции).

Необходимо отметить, что все задания данной группы по сложности соответствуют уровню обязательной подготовки, зафиксированному в программе по математике для основной школы РФ. Но доминируют задания, ориентирующие учащихся на применение математики для решения задач практического характера: распознавание формулы, описывающей зависимость величин в некоторой реальной ситуации или математической модели реального процесса. Задания такого типа в наших учебниках по алгебре встречаются изредка, да и то в основном на начальных этапах формирования соответствующих умений.

Если представить трёхэтапную схему математического моделирования, то в исследовании отдаётся предпочтение этапам, составления и интерпретации готовой модели. Этап решения составленного уравнения как таковой отсутствует. Только две несложные текстовые задачи решаются с помощью линейного уравнения.

Выполняя остальные задания, учащиеся должны: показать понимание действия возведения в степень; привести подобные слагаемые; найти значение выражения при заданных значениях букв и координаты точки на плоскости; определить по графику свойства реальных зависимостей; решить неравенство; выразить из формулы одну из переменных через другие; распознать законы, справедливые для действительных чисел; составить выражение для суммы трёх последовательных чётных чисел; применить приближённое вычисление для нахождения возможных значений искомой величины.

Некоторые задания непривычны для российских школьников. Например, задачи, связанные с приближёнными вычислениями, в которых требуется выполнить обратную операцию — по приближённому результату определить исходное число или по готовому инструменту установить, какую точность измерения он позволяет.

Задание 35 (81/58/92)

Длина карандаша, измеренная с точностью до сантиметра, оказалась равной 10 см. Какой из следующих ответов может выражать истинную длину данного карандаша ?

A. 11,2 см;

B. 9 см;

C. 8,9 см;

D. 9,6 см.

Анализ содержания заданий показывает, что многие из них нацелены на проверку усвоения алгебраического материала, представленного в курсах математики 5–6-х классов, несколько на проверку заданий, приобретаемых учащимися в 9-м классе. Речь идёт о знаковых и числовых последовательностях, с которыми за рубежом дети знакомятся ещё в начальной школе. В то же время в исследовании не были затронуты основные разделы курса алгебры 7–8-х классов: тождественные преобразования выражений и функции.

Остановимся на результатах выполнения заданий. Наши учащиеся успешно справились с решением несложных линейных уравнений — 76–77% верных ответов, уверенно выполнили задания на нахождение значения выражения при заданных значениях букв — 77–79%. Большинство прочно усвоили понятие степени с заданным основанием и сокращённую запись суммы одинаковых буквенных слагаемых — 75 и 68% верных ответов соответственно.

Задание 36 (75/71/90)

Для любых значений n выражение $n \times n \times n$ можно записать в виде выражения

A. $n/3$; B. $n + 3$; C. $3n$; D. n^3 .

Задание 37 (68/57/80)

Для любых значений k сумму $k + k + k + k + k$ можно записать в виде выражения

A. $k+5$; B. $5k$; C. k^5 ; D. $5(k+1)$.

Результаты выполнения заданий на выбор или составление математической модели заданной ситуации зависят от самой ситуации и вида модели (линейное уравнение или алгебраическое выражение). В стандартной ситуации правильно выбрали из предложенных вариантов описывающее её уравнение 82% школьников. Но результаты значительно снизились, когда потребовалось выразить зависимость между величинами в ситуации, характерной для реальной жизни. Приведённое ниже задание выполнили только 54% восьмиклассников.

Задание 38 (54/50/78)

При изготовлении визитных карточек берётся 100 р. за подготовку образца и по 6 р. за каждую карточку, напечатанную с этого образца. Если C — стоимость (в рублях) изготовления n визитных карточек, то чему равно C ?

A. $C=100+6n$;

B. $C=106+n$;

C. $C=6+100n$;

D. $C=106n$;

E. $C=600n$.

Обращает на себя внимание неумение значительной части учащихся анализировать график реальной зависимости величин. С определением по данному графику значения одной из величин при заданных значениях другой справились в более простой ситуации — 62% восьмиклассников (см. задание 39), в более сложной, когда по графику температуры остывания тела надо было определить, через сколько минут температура снизится на 20° , — только 37%. Основные причины ошибок — неумение найти значение функции по значению аргумента и невнимательное чтение условия.

Задание 39 (62/57/79)

График (рис. 16) показывает влажность воздуха в комнате в определённый день. Сколько раз за утро между 6 ч и 12 ч влажность воздуха была равна 20%?

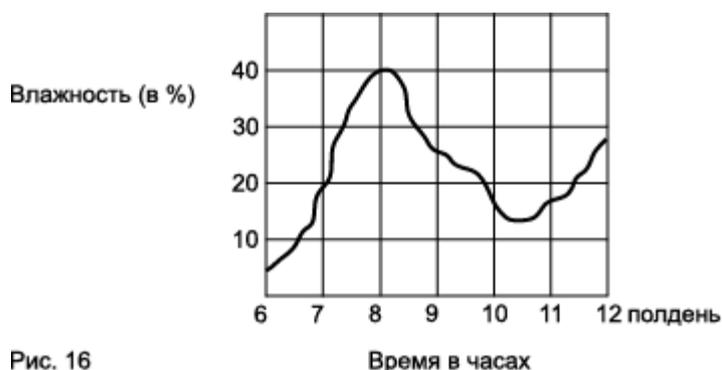


Рис. 16

А. Один раз; В. Два раза; С. Три раза; D. Четыре раза.

Невысокие результаты показаны учащимися и при решении текстовых задач с помощью составления уравнения — 40% и 29%.

Задание 40 (40/33/72)

Известно, что в лыжной секции всего 86 человек и девочек на 14 больше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков в этой секции? Запишите ваше решение.

Задание 41(а) (29/26/62)

Издательство отправило 140 экземпляров книги в книжный магазин. Для упаковки использовали два типа коробок. Коробки первого типа вмещали 8 экземпляров книги, второго типа — 12 экземпляров. Использовали одинаковое количество коробок первого и второго типа, и каждая коробка была полностью заполнена. Сколько коробок по 12 книг в каждой отправили в магазин?

Задание 41(в) (15/12/48)

Какая часть всех книг, отправленных в магазин, была упакована в меньшие по вместимости коробки?

Полученные результаты проверки не позволяют составить полного представления об алгебраической подготовке наших школьников, так как содержание тестовых заданий не отвечает требованиям российской программы, которые значительно выше, чем в большинстве стран мира. Вместе с тем как и при проверке арифметической и геометрической подготовки обнаружилось неумение учащихся справляться с заданиями практического характера.

Анализ данных. Вероятность

Включение в исследование специального блока заданий по этой теме говорит о важности, которую придают в мире умению работать с представленной в различной форме количественной информацией и вероятностным представлениям. Эти знания способствуют адаптации учащихся в мире, помогают принять правильные решения. Неудивительно, что в большинстве стран тему «Анализ данных» изучают на протяжении всего периода обучения в школе. Российские школьники знакомятся с ней весьма поверхностно. В 5–6-х классах им даётся представление о столбчатых и круговых диаграммах, приводятся некоторые примеры графиков реальных зависимостей. Однако в 7–11-х классах этот материал остаётся невостребованным.

Девять тестовых заданий направлены на проверку умения анализировать и интерпретировать количественную информацию, представленную в форме таблицы, диаграммы (столбчатой и круговой), пиктограммы и графика реальных зависимостей. При этом проверяется умение использовать для анализа количественных данных только один из статистических показателей — среднее арифметическое.

Большинство учащихся достаточно хорошо справились с анализом данных, представленных в таблицах с двумя входами, столбчатых и круговых диаграммах, на несложных графиках реальной зависимости — 70–85% верных ответов.

Задание 42 (70/60/92)

На графике (рис. 17) показано количество пальто и костюмов, проданных в каждом месяце. Используя график, определите, за какой двухмесячный период больше всего увеличилась продажа пальто.

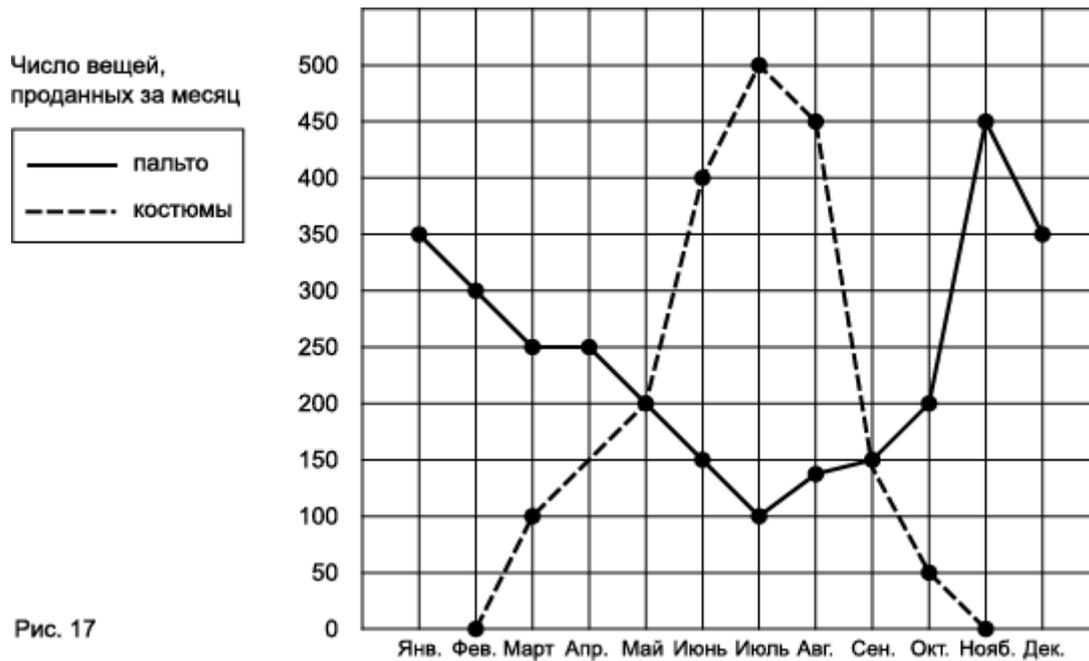


Рис. 17

А. декабрь — январь;

В. май — июнь;

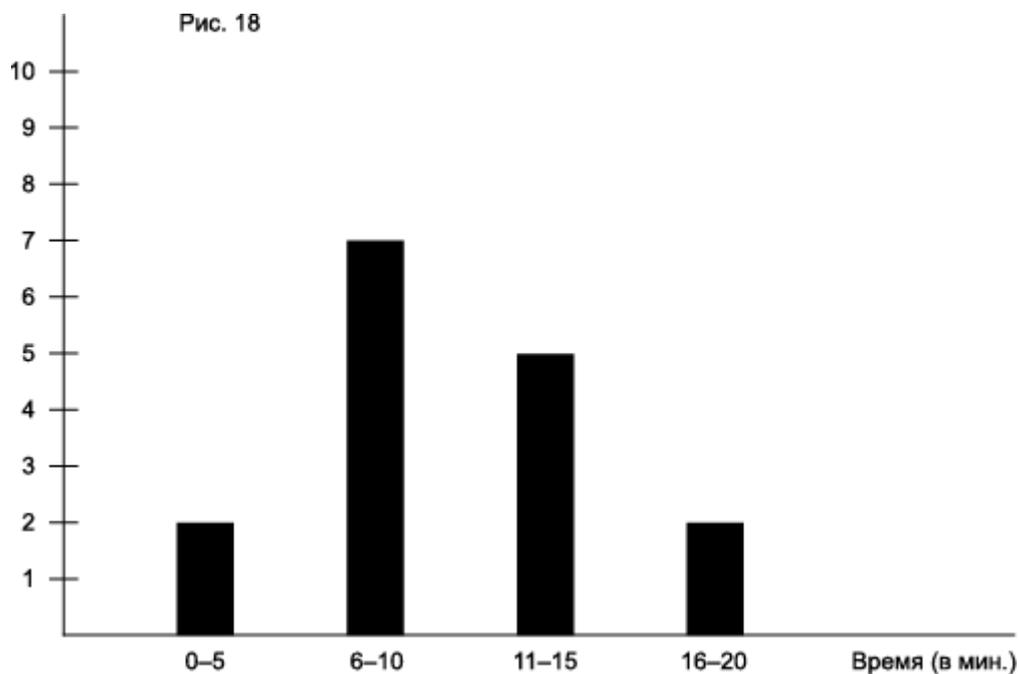
С. июнь — июль;

Д. октябрь — ноябрь.

Ниже результаты при анализе более сложной столбчатой диаграммы (59%) и графика реальной зависимости (58%).

Задание 43 (59/64/94)

На диаграмме (рис. 18) показано время, которое уходит у учащихся на дорогу от дома до школы. Сколько учеников тратят на дорогу более 10 минут?

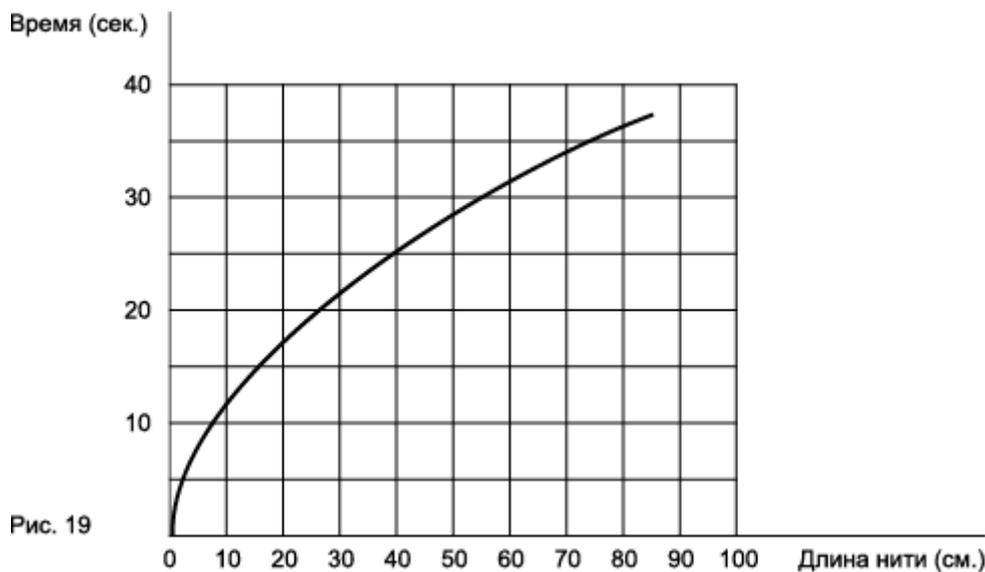


А. 2; В. 5; С. 7; D. 8; E. 15.

Задание 44 (58/54/77)

На рис. 19 изображён график зависимости между длиной нити, на которой подвешен маятник, и временем, за которое он совершает 20 колебаний. Маятник подвешен на нити

длиной 90 см. За какое примерно время он совершит 20 колебаний?



- A. 35 с; B. 38 с; C. 42 с;
D. 45 с.

Около половины учащихся (54%) сумели разобраться в незнакомой для них таблице частот.

Задание 45 (54/52/84)

При участии в олимпиаде за верное выполнение всех предложенных заданий можно было получить 7 баллов. Результаты олимпиады представлены в следующей таблице.

Сколько учащихся получили менее 6 баллов ?

Число баллов	Подсчёты	Число учащихся
4		3
5		7
6		4
7		2

Семь заданий по теме «Вероятность» нацелены на проверку: интуитивных представлений о вероятности случайных событий; знания о независимости результатов последующих исходов в серии испытаний; умения решать стандартные вероятностные задачи (вычислить вероятность простого события в классической схеме или по известной вероятности события определять число его наступлений в серии испытаний). На некоторые задания можно было ответить, руководствуясь здравым смыслом, для ответа на другие требовались теоретические знания.

Задание 46 (62/57/86)

Если подбросить неподнутую монету, то вероятность выпадения «цифры» равна 1/2. При четырёх последовательных бросаниях монеты каждый раз выпадала «цифра». Какое событие более вероятно при пятом бросании монеты?

- A. Более вероятно, что выпадет «орёл», а не «цифра»;
B. Более вероятно, что выпадет «цифра», а не «орёл»;
C. С одинаковой вероятностью может выпасть «орёл» или «цифра»;
D. Для ответа на вопрос необходима дополнительная информация.

Задание 47 (65/62/84)

Из коробки с 3000 лампочек случайным образом отобрали 100 и проверили. Если среди отобранных лампочек оказалось 5 неисправных, то сколько неисправных лампочек можно ожидать во всей коробке?

- A. 15; B. 60; C. 150; D. 300; E. 600.

Задание 48 (35/48/92)

Одиннадцать фишек, с номерами «2», «3», «5», «6», «8», «10», «11», «12», «14», «18», «20», положили в коробку и перемешали. Марина, не заглядывая в коробку, вынимает одну фишку. Какова вероятность того, что эта фишка будет с номером, кратным трём?

A. $1/11$; B. $1/3$; C. $4/11$; D. $4/7$.

Задание 49 (48/48/88)

В сумке лежат 28 яблок красного и зелёного цвета. Известно, что вероятность, не глядя в сумку, вынуть яблоко зелёного цвета равна $3/7$. Сколько зелёных яблок в этой сумке?

Анализ программ обучения участников исследования показал, что во многих странах изучение темы «Вероятность» начинается с 9-го класса и продолжается в старших классах вплоть до окончания школы. В российскую программу эта тема не включена как обязательная. В связи с чем следует признать удовлетворительным выполнение пяти заданий, для решения которых достаточно было иметь интуитивные представления о вероятности (55–82% верных ответов). Неудивительно и то, что результаты выполнения двух стандартных вероятностных задач оказались ниже (35 и 48% соответственно). Таким образом, как и в 1995 году, результаты проверки показали, что само собой вероятностное мышление у наших школьников не формируется.

В заключение отметим, что в среднем результаты выполнения учащимися заданий по теме «Анализ данных» ниже результатов, показанных при проверке других выделенным в исследовании тем. Учащиеся девяти стран выполнили эти задания лучше российских школьников. Для сравнения укажем, что по всем остальным темам результаты выше наших показали только восьмиклассники пяти стран.

Резюме

Участие России в международных исследованиях состояния математической подготовки восьмиклассников позволило оценить подготовку наших учащихся с учётом международных приоритетов в области школьного математического образования. При этом следует иметь в виду, что в подобных исследованиях для проверки выбираются те вопросы содержания обучения, которые являются общими для большинства стран-участниц. Тем не менее содержание проверочных заданий не всегда отвечает содержанию программы обучения математике соответствующей параллели классов в каждой из стран. Для России это несовпадение оказалось более чем значительным.

Содержание и уровень требований к подготовке учащихся, а также форма проверки были ориентированы на зарубежную школу. Более половины (60%) заданий составлены на материале, который в России традиционно изучается в курсе математики 5–6-х классов, а в большинстве стран ещё и в 7–8-х. Только 23% тестовых заданий связано с программой 7–8-х классов отечественной школы. При этом основные темы курсов алгебры и геометрии весьма незначительно отражены или вовсе не нашли отражения в содержании проверки. Поэтому наши учащиеся не получили возможности продемонстрировать уровень усвоения значительного по объёму материала, который был ими изучен к моменту проведения исследования. Кроме того, форма проверки непривычна для российских школьников. За 90 минут они должны были ответить на 75–80 тестовых заданий различного типа, составленных на материале шести учебных предметов естественно-математического цикла. Очевидно, что **результаты исследования не позволяют всесторонне и объективно оценить состояние математической подготовки восьмиклассников**, тем не менее указывают на достоинства и недостатки отечественного математического образования.

1. Программа нашей основной школы обеспечивает возможность овладения всем материалом, проверявшимся в настоящем исследовании, за исключением темы «Вероятность».

Сравнение содержания и требований к подготовке учащихся с другими странами показывает, что в большинстве из них объём изучаемого геометрического материала и требования к его усвоению значительно ниже, чем в России. При этом геометрия начинает интенсивно изучаться уже в начальной школе, формируются представления не только о плоских, но и

пространственных фигурах. На более длительный срок рассчитано знакомство с арифметическим материалом, который во многих странах изучается по 10-й класс включительно, при этом большое внимание уделяется практическим вопросам: оценке и прикидке результатов, измерению величин, процентным расчётам, отношению чисел и пропорционально зависимым величинам. К систематическому изучению алгебры зарубежные школьники приступают позже российских, а вот тема «Анализ данных» включена уже в программу начальной школы. Её основное назначение — научить учащихся правильно оценивать и использовать разнообразную количественную информацию, размещённую в СМИ.

2. Анализ результатов исследований 1995 и 1999 гг. показал, что состояние математической подготовки восьмиклассников России **не претерпело существенных изменений в сравнении с собственными результатами 1995 г., а также в сравнении с результатами других стран в 1995 и 1999 гг.**

По отношению к результату по России (средний балл по тесту) страны-участницы можно распределить на три группы: страны, результаты которых существенно выше российских, страны, результаты которых статистически не отличаются от российских, и страны, результаты которых существенно ниже российских.

Расположение стран-участниц по отношению к результатам России

Страны, результаты которых существенно выше российских

1995 г. (6 стран)

Сингапур
Корея
Япония
Гонконг
Бельгия (флам.)
Чешская республика

1999 г. (6 стран)

Сингапур
Корея
Тайпей (кит.)
Гонконг
Япония
Бельгия (флам.)

Страны, результаты которых существенно не отличаются от российских

1995 г. (13 стран)

Словацкая республика
Швейцария
Нидерланды
Словения
Австрия
Франция
Венгрия
Австралия
Канада
Бельгия (фран.)
Таиланд
Израиль
Швеция

1999 г. (11 стран)

Нидерланды
Словацкая республика
Венгрия
Канада
Словения
Австралия
Финляндия
Чешская республика
Малайзия
Болгария

Латвия (латышские школы)

Страны, результаты которых существенно ниже российских

1995 г. (19 стран)

Германия
Новая Зеландия
Англия
Норвегия
Дания
США
Шотландия
Латвия
Испания
Италия и др.

1999 г. (20 стран)

США
Англия
Новая Зеландия
Литва
Италия
Румыния
Молдавия
Израиль
Турция и др.

Состав стран-участниц исследования изменился по сравнению с 1995 г., изменился и состав групп. Интересно отметить, что в 1995 и в 1999 гг. первая группа включала 6 стран. В основном это страны Азии (Сингапур, Корея, Тайпей (китайский), Гонконг (административный район Китая), Япония и две европейские страны — Чешская республика (только 1995 г.) и фламандская часть Бельгии (1995 и 1999 гг.). Они показали более высокие результаты в сравнении не только с Россией, но и со всеми странами-участницами.

В 1995 г. среди стран, результаты которых не отличаются от российских, оказались страны, имеющие хороший уровень математического образования: Франция, Венгрия, Нидерланды, Австралия, Канада, Швейцария. Результаты этих же стран (кроме Франции и Швейцарии, не принимавших участия в исследовании) не отличаются от российских и в 1999 г.

В 1995 г. среди стран с результатами ниже российских были США, Англия, Германия, Италия. И в 1999 г. результаты этих стран (кроме Германии, не принимавшей участия в исследовании) остались ниже российских.

3. Во всех странах, включая Россию, время, отводимое на изучение математики базисным учебным планом, уменьшается от 4-го к 8-му классу.

При этом среднее число часов, которое в течение учебного года было отведено в школах России на изучение математики в 8-м классе, отличается в ту или иную сторону от стран, показавших самые высокие результаты. Оно примерно такое же, как в школах Гонконга, Сингапура и Японии, и на 35–38 уроков больше, чем в Корею и Бельгии. Однако следует иметь в виду, что во всех этих странах учащиеся к моменту проведения проверки проучились 8 лет, а большинство российских восьмиклассников только 7.

4. Остановимся на некоторых особенностях математической подготовки российских школьников.

Наши учащиеся имеют более высокие результаты в применении известных алгоритмов и процедур, однако их понимание содержательного смысла математических понятий и умение решать задачи оставляет желать лучшего.

В отношении содержания проверяемого материала в среднем лучше выполнены задания по алгебре и геометрии, несколько хуже задания по арифметике. Самые низкие знания учащиеся показали по темам «Последовательности», «Вероятность. Статистика». Первая тема в нашей школе изучается в 9-м классе, вторая вообще не включена в действующую программу в качестве обязательной темы для изучения.

Более высокие результаты восьмиклассники показали при выполнении заданий, отвечающих требованиям стандарта. Из 161 задания теста 14 смогли выполнить менее трети учащихся, впрочем, они оказались трудными для всех участников международного исследования.

Для оценки состояния математической подготовки учащихся были выделены три уровня результатов выполнения теста. Первый уровень — самые высокие результаты, показанные десятой частью учащихся всех стран. Второй уровень (ниже первого) — результаты, показанные лучшей четвертью учащихся, и третий уровень (ниже второго) — результаты, показанные лучшей половиной учащихся. При этом второй уровень включает в себя первый, а третий — первый и второй (российские данные за 1999 г. представлены в табл. 5). В 1995 и 1999 гг. наши учащиеся распределились по этим уровням почти одинаково: 14–15%, 37–37%, 72–72% соответственно. Эти данные показывают, что в 1999 г. подготовка 15% наших восьмиклассников отвечала первому, выделенному в исследовании уровню, а 37% — второму, т.е. более трети российских школьников успешно справлялись с нестандартными заданиями, что свидетельствует об их высоком умственном потенциале и обладании знаниями, выходящими за рамки школьной программы.

Таблица 5. Процент учащихся, результаты которых соответствуют трём уровням выполнения международного теста по математике в 1999 г.

	Первый уровень	Второй уровень	Третий уровень
Сингапур	46 (3,5)	75 (2,7)	93 (1,3)
Тайвань	41 (1,7)	66 (1,5)	85 (1,0)
Корея	37 (1,0)	68 (0,9)	91 (0,5)
Гонконг	33 (2,3)	68 (2,4)	92 (1,5)
Япония	33 (1,1)	64 (0,9)	89 (0,5)
Бельгия (флам.)	23 (1,4)	54 (1,7)	85 (1,4)
Венгрия	16 (1,2)	41 (1,9)	74 (1,6)
Словения	15 (1,2)	39 (1,4)	74 (1,4)
Россия	15 (1,8)	37 (2,8)	72 (2,7)
Нидерланды	14 (2,3)	45 (4,1)	81 (3,5)
Словацкая республика	14 (1,4)	40 (2,3)	78 (1,8)
Канада	12 (1,1)	38 (1,5)	77 (1,3)
Австралия	12 (1,8)	37 (2,7)	73 (2,4)
Малайзия	12 (1,4)	34 (2,4)	69 (2,2)
Чешская республика	11 (1,4)	33 (2,1)	69 (2,3)
Болгария	11 (2,3)	30 (3,0)	66 (2,6)
США	9 (1,0)	28 (1,6)	61 (1,9)
Новая Зеландия	8 (1,2)	25 (2,4)	56 (2,5)
Латвия	7 (0,9)	26 (1,8)	63 (2,0)
Англия	7 (0,9)	24 (1,9)	58 (2,1)
Финляндия	6 (0,9)	31 (1,7)	75 (1,5)
Италия	5 (0,7)	20 (1,4)	52 (2,1)
Румыния	5 (1,1)	19 (1,9)	49 (2,6)
Израиль	5 (0,6)	18 (1,3)	47 (1,8)
Литва	4 (0,7)	17 (2,0)	52 (2,4)
Молдавия	4 (0,7)	16 (1,5)	45 (2,2)
Таиланд	4 (0,8)	16 (1,8)	44 (2,6)
Кипр	3 (0,4)	17 (0,8)	51 (1,1)
Македония	3 (0,4)	12 (1,0)	38 (1,9)
Иордан	3 (0,5)	11 (0,9)	32 (1,5)
Индонезия	2 (0,4)	7 (0,9)	22 (1,4)
Турция	1 (0,3)	7 (1,0)	27 (1,9)
Иран	1 (0,2)	5 (0,8)	25 (1,7)
Чили	1 (0,5)	3 (1,1)	15 (1,8)
Тунис	0 (0,1)	4 (0,5)	32 (1,6)
Филиппины	0 (0,1)	1 (0,5)	8 (1,4)
Южная Африка	0 (0,2)	1 (0,4)	5 (1,0)
Марокко	0 (0,0)	0 (0,2)	5 (0,4)

Анализ результатов международных проверок позволил выявить характерные недочёты математической подготовки российских восьмиклассников. К ним, в частности, относится недостаточное усвоение материала, имеющего широкое практическое применение: решение задач на проценты, определение периметров и площадей фигур прямоугольной формы, единицы измерения времени, оценка и прикидка результатов вычислений, чтение графиков реальных зависимостей. Эти недочёты сохраняются до окончания средней школы, о чём свидетельствуют весьма низкие результаты международной проверки 1995 г. выпускников средней школы России. Очевидно, что поставленная перед нашей школой цель — подготовить выпускников к свободному использованию математики в повседневной жизни, в значительной степени не достигается. Одна из причин — отсутствие реализации этой цели в учебниках для основной и средней школы.

В международных исследованиях 1995 и 1999 гг. не выделено ни одного фактора, связанного с содержанием или методикой процесса обучения, который бы оказывал одинаковое влияние на результаты усвоения математического материала во всех странах. Итоги тестирования свидетельствуют, что социально-экономические условия, включающие культурные традиции, и практика обучения в школе создают сложные системы, в которых один и тот же фактор неоднозначно влияет на качество математического образования. Что нельзя не учитывать при попытках заимствования зарубежного опыта.

Сравнение содержания и методов обучения в странах Азии, имеющих высокие результаты, с другими странами не выявило особых различий. В то же время ответы учащихся стран Азии на вопрос об их отношении к изучению математики в школе показали, что значительной части школьников математика не нравится (в Японии — 52%, Корее — 46%, Тайпее — 45%, Гонконге — 25%, Сингапуре — 20%). Это наводит на мысль о том, что успешность в обучении математике в этих странах, скорее всего, объясняется высоким престижем образования и упорством в достижении цели.

Москва