

Работа над ошибками

Борис ДРУЖИНИН, педагог

Уметь найти ошибку не менее важно, чем уметь решать, — скажет любой учитель. Находить и исправлять ошибки нужно учить так же обстоятельно, как и всему остальному в школе. И навыки, и умения необходимо вырабатывать, значит — нужна методика работы над ошибками. Такую методику предлагает московский педагог Борис Дружинин — в своей, уже привычной нашим читателям (см. «НО» № 9, 2000; № 2, 5, 2001) манере — в виде дневниковых записей занятий с учениками.

12 октября

— Я правильно сосчитала? — спрашивает Настя, — триста сорок девять получается.

Оказывается, на доске остался от предыдущего урока такой пример:

$$218 + 131 =$$

Спрашиваю, где Настя научилась так считать, ведь детишки только пришли в первый класс.

— Это её старшая сестра научила, — отвечает за неё Костя и добавляет: — Когда мы вырастем, то до миллиона считать научимся. Правильно?

— Уметь без ошибок складывать и вычитать большие числа не значит уметь считать правильно...

— Конечно! — поддерживает меня Саша. — Надо ещё уметь умножать и делить.

— Вы научитесь выполнять без ошибок все действия с числами. А сейчас попробуйте решить такую задачу.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать два числа, следующих одно за другим, и вычесть из большего меньшее. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 4, — сказал Пьеро.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на этот пример. Почему она так решила, ведь чисел Пьеро она не знала?

К такой постановке задачи дети ещё не привыкли. Они задумываются, правда, ненадолго.

— Очень просто она решила, — первым высказывается Саша. — Вы сами сказали, что числа идут одно за другим, значит, второе больше первого как раз на единицу.

И сразу несколько человек поддерживают Сашу.

— Тут и считать нечего! Всё сразу ясно. Совсем не сложно. У Пьеро четыре получилось, а правильно — единица должна быть.

Прошу детей объяснить решение задачи. После нескольких попыток это лучше всех получается у Оли.

— Разность между любыми числами, следующими одно за другим, всегда равна 1. К числу прибавляют единицу и получается следующее число. Например, 6 следует за 5 и $6 - 5 = 1$.

Сразу предлагаю ещё одну подобную задачу.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать три числа, отличных от 0 и следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 5, — сказал Папа Карло.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на этот пример. Почему она так решила, ведь чисел Папы Карло она не знала?

— А вдруг Папа Карло очень большие числа придумал, — с сомнением спрашивает Александра, — как мы тогда сосчитаем?

— Мы пока только до 10 считать умеем, — предупреждает Лена.

— Согласен, обращаться с большими числами вы пока не умеете. — Начинаю подсказывать: — Папа Карло сложил 3 числа и в сумме получил 5. Что можно сказать про эти числа?

Такие вопросы для детей необычны, и они молчат. Первым осторожно делает предположение Саша:

— Они все меньше пяти.

— Правильно! А с такими числами вы прекрасно справляетесь. Постарайтесь сами придумать три числа, которые Папа Карло складывал.

Через несколько минут дети находят тройки чисел с суммой 5 и выписывают их на доске.

$$1 + 1 + 3 = 5$$

$$2 + 2 + 1 = 5$$

Обращаю внимание детей, что Мальвина попросила сложить 3 числа, идущие одно за другим, подряд.

— Но у меня таких чисел не нашлось, — оправдывается Саша. — Если сложить 1, 2 и 3, то 6 получится. А как же 5 получить?

— Вот и получается, что Папа Карло ошибся, — делает вывод Катя.

— Правильно заметила, Катя. Папа Карло ошибся или в выборе чисел, или при их сложении. Обратите внимание, — продолжаю объяснять решение задачи, — Саша предложил первую тройку чисел и сразу получил сумму, превышающую 5. Во всех остальных тройках числа больше, чем в первой — значит, и их сумма будет больше, чем у первой тройки.

После небольшого обсуждения дети формулируют решение задачи так: **первая же тройка чисел, следующих одно за другим, — 1, 2 и 3, даёт в сумме 6 ($1+2+3=6$). Любые другие тройки содержат большие числа, поэтому их сумма тоже больше. Это значит, что Папа Карло ошибся, какую бы тройку чисел он ни выбрал.**

Так мы затронули тему, к которой возвращались ещё много раз. Оформление задач почти всегда повторялось и было таким:

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам ...каждый ученик придумывал сам.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на этот пример. Почему она так решила, ведь... она не знала?

19 октября

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать четыре числа, отличных от 0 и следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 8, — сказал Кот Базилио.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на этот пример. Почему она так решила, ведь чисел Кота Базилио она не знала?

Эта задача была задана детям исключительно для закрепления уже пройденного материала. Выяснилось, что идею таких задач дети уловили прекрасно и очень быстро общими усилиями сформулировали ответ, практически не отличавшийся от предыдущих.

Первая же четвёрка чисел, следующих одно за другим, — 1, 2, 3 и 4, даёт в сумме 10 ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Любые другие четвёрки содержат большие числа, поэтому их сумма тоже больше. Это значит, что Кот Базилио ошибся, какую бы четвёрку чисел он ни выбрал.

Предлагаю ещё одну похожую задачу.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать три числа, отличных от 0 и следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 8, — сказал Карабас Барабас.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Карабаса Барабаса она не знала?

— Так мы же эту задачу на прошлом занятии решали, — удивляется Дима, — чего её снова решать?

— В той задаче у Папы Карло в ответе 5 получилось, — уточняю условие задачи, — а в этой задаче 8. Разница небольшая, но она есть.

— А может, на этот раз Мальвина ошиблась? — предполагает Валя. — Ведь 8 больше, чем 6.

— Меньше шести сумма быть не может, — поддерживает подругу Тамара, — а 8 можно получить, складывая...

Тамара задумывается и тут вмешивается Саша, до этого что-то вычислявший на листочке.

— Никак не может в ответе 8 получиться, — говорит он. — Может быть 6 или 9.

Прошу Сашу объяснить подробнее свою мысль.

— Сумма первой тройки — это 6, мы в прошлый раз получили. Следующие числа 2, 3 и 4. Они в сумме 9 дают. А...

Останавливаю Сашу и прошу кого-нибудь продолжить объяснение. Отвечает Лена.

— Во всех других тройках числа будут больше, значит, и суммы будут больше. Карабас Барабас ошибся.

10 апреля

Мы решали подобные задачи регулярно, постепенно их усложняя и подстраиваясь под школьную программу.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать три различных числа, от 10 до 20 и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— **Мой ответ — 31,** — сказал Карабас Барабас.

— **Вы ошиблись,** — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Карабаса Барабаса она не знала?

— А эти числа могут идти подряд? — спрашивает Александра, вспоминая решение прошлых задач.

— Числа могут быть какие угодно, лишь бы разные.

— И от 10 до 20, — напоминает условие задачи Аня.

Общими усилиями дети довольно быстро объясняют решение задачи.

Так как числа разные, самую маленькую сумму даёт такой набор чисел:

$$10 + 11 + 12 = 33$$

У Карабаса Барабаса получилась сумма 31, что меньше, чем 33, значит, он ошибся или при выборе чисел, или при подсчёте их суммы.

17 апреля

Оля сама придумала задачу и предлагает её решить.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать четыре различных числа, от 10 до 20 и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— **Мой ответ — 75,** — сказал Пьеро.

— **Вы ошиблись,** — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Пьеро она не знала?

Никаких затруднений решение задачи у детей не вызвало, только Миша у доски немного напутал при сложении.

Так как числа разные, самую большую сумму даёт такой набор чисел:

$$17 + 18 + 19 + 20 = 74$$

У Пьеро получилась сумма 75, что больше, чем 74, значит, он ошибся или при выборе чисел, или при подсчёте их суммы.

Дети сами придумали ещё много таких задач, увеличивая количество чисел и общую

сумму.

11 октября (следующего года)

— Сегодня я собрал в своём огороде по два ананаса с каждой грядки, — сообщил Ослик Иа своему другу Кролику, — всего 7 штук.

— Ты ошибся, — заметил Кролик.

Почему Кролик был уверен, что Иа ошибся, ведь количества грядок с ананасами на огороде у Ослика он не знал?

— А сколько грядок с ананасами было у Ослика? — спрашивает Дима.

— Мы, как и Кролик, не знаем. В задаче не спрашивается, сколько ананасов собрал Ослик Иа. Надо определить, ошибся Ослик или нет. Попробуйте нарисовать собранные ананасы и распределить их по грядкам.

Мы занимаемся уже больше года. За это время выяснилось, что дети очень любят решать задачи при помощи рисунков на доске. Вот и сейчас на предложение нарисовать задачу они откликаются с радостью и превращают доску в плантацию ананасов. Для обсуждения решения выбираем рисунок Кати. Она объясняет так.

— Нарисуем 7 ананасов, собранных Осликом Иа.

— Объединим ананасы в пары, — продолжает Катя. — Одному ананасу пары не нашлось. Значит, Ослик Иа ошибся, утверждая, что собрал с каждой грядки по 2 ананаса.

— Ослик с каждой грядки по 2 ананаса собрал, — добавляет Саша, — значит, число всех ананасов должно быть чётное, а 7 — число нечётное.

Так мы начали осваивать признаки делимости чисел.

18 октября

Утром Мальвина положила в сахарницу 9 кусочков сахара. После завтрака в сахарнице осталось 4 кусочка сахара.

— Каждый положил себе в чай по 2 кусочка, — заметил Пьеро.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина.

В чём же ошибся Пьеро?

— Нечётное число кусочков должно остаться, — сразу замечает Лена.

И хотя возражающих нет, все с удовольствием рисуют «завтрак на доске». Объяснение решения задачи примерно такое.

— Нарисуем кусочки сахара, 9 штук.

Выделим те 4 кусочка сахара, что остались после завтрака. Остальные кусочки объединим в пары. Одному кусочку пары не нашлось.

Пьеро ошибся, утверждая, что все положили в чай по 2 кусочка.

15 января

На день рождения все гости дарили Винни Пуху горшочки с мёдом. Кролик в этот вечер был очень занят и навестил Винни Пуха на следующий день.

— Мне подарили 14 горшочков с мёдом, — сообщил Кролику Винни Пух, — каждый по 3 горшочка.

— Ты немного ошибся, — огорчил друга Кролик.

Почему Кролик решил, что Винни Пух ошибся, ведь он не знал, сколько придёт гостей?

Дети, как всегда, с удовольствием рисуют всех друзей Винни Пуха, включая Пчёл и Слонопотамов. Потом рисуют горшочки с мёдом. Свои рисунки они объясняют примерно так:

— Нарисуем 14 горшочков с мёдом. Именно столько, как утверждает Винни Пух, подарили ему гости.

— По словам Винни Пуха, каждый гость подарил ему по 3 горшочка. Объединим нарисованные горшочки в группы по 3 штуки. Получается 4 полные группы и одна неполная. Значит, Винни Пух ошибся, утверждая, что каждый гость подарил ему 3 горшочка с мёдом, или он ошибся при подсчёте общего числа горшочков.

Дети уже проходили умножение на 3, они знают, что 14 на 3 без остатка не делится, в чём ещё раз убеждаются с помощью рисунков.

Примерно такую же задачу, только с большими числами, на следующий день предложил ученикам девятого класса. Решить-то они её решили, но выяснилось, что, производя все расчёты на калькуляторе, они просто забыли признаки делимости чисел.

22 января

Предлагаю детям задачу, с которой неделю назад боролись девятиклассники.

Кощей Бессмертный, отправляясь на поединок с Иваном Царевичем, вызвал себе на подмогу отряд Змеев Трёхголовых. Легендарный Змей Горыныч, командир этих Змеев, докладывает Кощею: «Так, мол, и так... всё у нас в порядке, да вот только все Змеи шапки дома оставили, новые нужны». И просит выдать 7 фуражек, 4 тубетейки, 11 ушанок, 3 шляпы, 5 кепок и 7 лыжных шапочек «Спартак».

— Все твои бойцы здоровы? — спрашивает Кощей. — У всех головы целы?

— Так точно! — рапортует Горыныч. — У каждого все три головы на месте.

— Тогда грамоте подучись, — говорит Кощей, — считаешь плохо.

Почему Кощей Бессмертный сделал вывод, что Змей Горыныч плохо считает?

— Очень просто, — сразу отвечает Миша. — Только 3 шляпы Трёхголовам Змеям подходят. А все остальные шапки на 3 не делятся.

— Ну и что, что не делится, — возражает Лена. — Все три головы могут одеваться, как хотят. На первой голове — ушанка, на второй — тубетейка, на третьей — шляпа.

— Совсем не обязательно, чтобы на всех трёх головах были одинаковые головные уборы, — поддерживаю Лену.

— Так мы сейчас всех Змеев в шапках нарисует, — предлагает кто-то.

Естественно, все его поддерживают. Отряд драконов, изображённый детьми на доске, выглядит, как ни странно, очень симпатично. Усаживаю всех на места и предлагаю Насте покрыть головы этим Змеям так, чтобы выполнялось условие задачи. Настя рисует, остальные считают и дают советы.

Наконец выясняется, что 12 трёхголовых Змеев будут обеспечены головными уборами полностью. Останется лишний один головной убор или у тринадцатого Змея две головы будут без головного убора. Остальные нарисованные Змеи остаются и вовсе с непокрытыми головами.

— Скажите, — обращаюсь к детям, — а можно было определить это без рисунков?

— Конечно, можно, — говорит Катя. — Если сложить все эти шапки, то их 37 штук будет. При делении на 3 получается 12 и остаток 1.

— Просто очень хотелось, — оправдывается Валя, — Трёхголовых Змеев на доске порисовать.

26 апреля

Капитан Де Тревиль приказал кузнецу Вакуле поменять все подковы у лошадей мушкетёров.

— Устал, — пожаловался Вакула Солохе, — 22 подковы поменять пришлось, но зато теперь у мушкетёров все подковы новые, то есть у их лошадей.

— Ты от усталости считать разучился, — пожалела его Солоха.

Почему Солоха решила, что Вакула ошибся, ведь она не знала, сколько лошадей у мушкетёров?

Табун лошадей на доске, некоторые из которых похожи на кошек, собак и даже четвероногих куриц, позволяет выделить в условии задачи главное — у каждой лошади 4 ноги, а это значит, что каждой лошади надо поменять 4 подковы. То, что 22 не делится без остатка на 4, ясно всем, но лошадей всё равно «подковывают» и подковы пересчитывают.

Валя и Тамара поступают по-другому. Они выписывают ряд чисел, соответствующих числу подков, необходимых для 1, 2, 3 и т.д. лошадей.

4 8 12 16 20 24 28

— Для 5 лошадей надо 20 подков, а для 6 лошадей — 24 подковы, — поясняет Тамара. — Получается, что Вакула ошибся, как минимум, на 2 подковы.

Дети сами придумали много задач, для успешного решения которых надо знать признаки делимости чисел и просто уметь делить без ошибок. Основную идею таких задач они давно поняли: одно число не делится на другое без остатка, значит, в условии задачи что-то напутано. Теперь дети соревнуются в оформлении таких задач, каждый раз придумывая что-нибудь необычное.

11 мая

Такую задачу придумали Валя и Тамара.

На каждом представлении мне дают ровно по 5 подзатыльников, — жаловался Пьеро. — После каникул я получил уже ровно 731 подзатыльник.

— Ты что-то плохо считаешь, — заметила Черепаха Тортилла.

— Это, наверное, из-за подзатыльников, — вздохнул Пьеро.

Почему Черепаха Тортилла была так уверена, что Пьеро ошибся, ведь она не знала, сколько было представлений?

Миша предлагает такое решение. **Сколько бы мы ни складывали пятёрки, их сумма будет оканчиваться на 0 или на 5. Число 731 оканчивается на единицу, значит, Пьеро ошибся при подсчёте полученных им подзатыльников.**

2 ноября

Чтобы напомнить детям наши прошлогодние занятия, предлагаю им такую задачу.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать восемь различных чисел больше 0 и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 33, — сказал Емеля.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. **Почему она так решила, ведь чисел Емели она не знала?**

— Емеля ошибся, так как 33 меньше, чем 36, — очень быстро реагирует Катя. Прошу объяснить подробнее.

— Так как числа разные, самую маленькую сумму даёт такой набор чисел, — говорит Александра и записывает на доске.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

— У Емели получилась сумма 33, — продолжает она, — что меньше, чем 36, значит, он ошибся или при выборе чисел, или при подсчёте их суммы.

16 ноября

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам перемножить несколько чисел. Какие это были числа и сколько их, каждый ученик придумывал сам. Мальвина отправилась по рядам проверять результаты умножения.

В тетрадке у Пьеро была такая запись:

$$573 \times 644 = 474737$$

— Вы ошиблись, — сказала Мальвина, едва взглянув на этот пример. **Почему она так решила, ведь перемножить эти числа она не успела?**

— Может, у неё калькулятор был? — делает предположение Дима.

— Нет, она не умножала. Сколько, по-твоему, получится, если 3 умножить на 4?

— Конечно, 12, сколько же ещё? — немного обиженно говорит Дима. — Что я, умножать не умею, что ли?

— А если 3 умножить на 14, сколько получится? — продолжаю задавать наводящие вопросы.

— Будет 42, — подсчитывает Костя.

— Умножьте 13 на 4.

Дети заняты умножением. Предлагаю следующий пример.

— Теперь постарайтесь 3 умножить на 24.

— **Всё ясно, — первой догадывается Катя. — Если числа оканчиваются на 3 и на 4, то их произведение обязательно на 2 оканчиваться должно. Остальные цифры могут быть любыми.**

23 ноября

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать два числа, следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 978, — сказал Карабас Барабас.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Карабаса Барабаса она не знала?

Мы уже такие задачи решали, — вспоминает Лена, — только тогда все числа маленькие были.

— Конечно, он ошибся, — пытается шутить Дима, — иначе вы не предложили бы эту задачу.

С этим вопросом мы разобрались давно, и Диму никто не поддерживает. Но, для порядка, ещё раз напоминаю, что из ошибки никто секрета не делает, надо доказать наличие ошибки.

— Так что же, нам все пары чисел перебирать, пока до этой суммы не дойдём? — недовольно спрашивает Настя.

— Все перебирать не надо, — возражает Лена, — оба эти числа немного меньше пятисот. Это уже и проверить можно.

Предлагаю детям на время побыть учениками Мальвины, каждому придумать свою пару идущих подряд чисел и выписать их на доске. Скоро вся доска покрывается такими парами.

12	13	666	667
47	48	1000	1001
99	100	12345	12346
891	892	2	3

— Теперь, глядя на эти пары, скажите, что в них общего?

— Ничего. Они все разные, — дети отвечают неуверенно, не совсем понимая, о чём их спрашивают.

— Попробуйте среди них найти пару, в которой оба числа чётные, — продолжаю подсказывать.

— Понятно, что в этих парах общего, — первым догадывается Дима, — одно число чётное, а другое нечётное.

— А сумма чётного числа с нечётным сама какой будет, чётной или нечётной?

Уверен, что и без этой подсказки дети догадались, в чём дело, но ещё не могут сформулировать точного ответа.

— Нечётная. Конечно, нечётная.

— А у Карабаса Барабаса сумма чётная получилась, — подводит итог Катя, — значит, он ошибся.

30 ноября

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам перемножить несколько чисел. Какие это были числа и сколько их, каждый ученик придумывал сам. Мальвина отправилась по рядам проверять результаты умножения.

В тетрадке у Дуремара была такая запись.

Выписываю на доске длинный ряд чисел.

$$786 \times 5467 \times 8412 \times 3249 \times 1333 \times 970 \times 3217 = 123562996556703457$$

— **Вы ошиблись,** — сказала Мальвина, едва взглянув на этот пример. **Почему она так решила, ведь перемножить эти числа она не успела?**

— Ничего себе примерчик, — с восхищением говорит Миша, — в калькуляторе переполнение будет.

— Перемножать ничего не надо, — возражает Саша, — то есть надо, но не все числа, а только их последние цифры.

— Ну и что? — не понимает Дима.

— А то, что последние цифры у нас и у Дуремара или совпадут, или нет. Если не совпадут, то он неправильно решил.

— А если совпадут?

Саша задумывается. За него отвечает Александра.

— Если совпадут, придётся сами числа перемножать, чтобы проверить.

— Зачем вообще что-то перемножать, — вступает в обсуждение Лена. — Посмотрите, 970 на ноль заканчивается, значит, и в произведении последняя цифра должна быть ноль.

7 декабря

Очередную задачу придумали Валя и Тамара.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам перемножить несколько чисел. Какие это были числа и сколько их, каждый ученик придумывал сам. Мальвина отправилась по рядам проверять результаты умножения.

В тетрадке у Дюймовочки была такая запись:

$$77 \times 24 \times 33 \times 25 \times 19 = 12900456$$

— **Вы ошиблись,** — сказала Мальвина, едва взглянув на этот пример. **Почему она так решила, ведь перемножить эти числа она не успела?**

— Ну, эти числа перемножить легче, чем те, что на прошлом занятии были. — Миша достаёт калькулятор и собирается начать вычисления.

— Подожди, — останавливает его Катя. — Последняя цифра в произведении должна быть 0.

Катя собирается продолжать объяснение, но я прошу это сделать кого-нибудь другого. Говорит Костя.

— Среди последних цифр чисел, выбранных Дюймовочкой, встречается цифра 5 (в числе 25) и чётная цифра 4 (в числе 24). Произведение 5 на любое чётное число оканчивается на 0. Значит, и произведение Дюймовочки должно оканчиваться на 0, так как среди сомножителей есть чётные числа и число, оканчивающееся на 5.

21 декабря

Очередную задачу придумал Саша.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам перемножить несколько чисел. Какие это были числа и сколько их, каждый ученик придумывал сам. Мальвина отправилась по рядам проверять результаты умножения.

В тетрадке у Бабы Яги была такая запись:

$$6 \times 76 \times 3246 \times 7316 \times 72306 \times 6 \times 736 \times 216 = 19905537823611$$

— **Вы ошиблись,** — сказала Мальвина, едва взглянув на этот пример. **Почему она так решила, ведь перемножить эти числа она не успела?**

Набравшись опыта решения подобных задач, дети сразу обращают внимание на последние цифры сомножителей. Быстро найденное решение примерно такое: цифра 6 обладает таким свойством: её можно перемножать саму на себя сколько угодно раз, и произведения всегда будут оканчиваться только на 6. Все сомножители Бабы Яги оканчиваются на цифру 6, а произведение имеет последнюю цифру 1, значит, Баба Яга ошиблась.

Тут же предлагаются похожие задачи, в которых сомножители имеют последние цифры 1

и 5.

11 января

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать два числа, следующих одно за другим, и перемножить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Получается 397, — не задумываясь, ответил Буратино.

— С прошлого урока у вас знаний не прибавилось, — с огорчением вздохнула Мальвина. — Вы опять ошиблись.

Почему Мальвина была так уверена, что Буратино ошибся, ведь чисел Кота Базилио она не знала?

— Мы про два числа подряд уже решали, — вспоминает Александра.

— У них сумма всегда нечётная была, — подтверждает Костя.

— А здесь не сумма, а произведение, — говорит Катя, — и это произведение всегда будет чётным.

Все вместе мы выясняем, что из двух подряд идущих чисел одно обязательно чётное, а другое обязательно нечётное (7 и 8; 8 и 9; 9 и 10; 156 и 157; 157 и 158 и т.д.). Произведение чётного и нечётного чисел обязательно чётное. Буратино назвал число нечётное, значит, он ошибся.

18 января

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать три числа, следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик придумывал сам.

— Мой ответ — 31, — сказал Буратино.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Буратино она не знала?

— Про три таких числа мы когда-то задачу решали, — снова демонстрирует свою память Александра.

— Точно, — поддерживает её Саша. — Мы сейчас суммы всех троек выясним и посмотрим, есть ли среди них 31. Мы так и делали.

— Не торопись, — останавливаю Сашу. — Так вы в начале первого класса поступали, когда вам маленькие суммы предлагали. Вы тогда ещё умножать и делить не умели, да и складывали с трудом. Пусть вместо 31 будет какое-нибудь большое число, например, 3001. Много времени уйдёт, пока ты все тройки чисел проверишь.

— Если сложить три числа подряд, — продолжаю объяснение, — получится некоторая сумма. Мы не знаем этой суммы, но она существует. Прибавим к этой сумме единицу и отнимем точно такую же единицу, от этого сумма не изменится. Первую единицу прибавим к первому числу, а другую отнимем от третьего. В результате этих действий получим три совершенно одинаковых числа, сумма которых точно такая же. Например, были числа 5, 6 и 7. В сумме они дают $5 + 6 + 7 = 18$. К 5 прибавим единицу, а от 7 единицу отнимем, получим три шестёрки.

$$5 + 1 = 6 \quad 6 \quad 7 - 1 = 6$$

Общая сумма от этого не изменилась: $6 + 6 + 6 = 18$. Какой из всего этого можно сделать вывод?

— Это значит, что сумма эта на 3 без остатка делится, — быстрее всех реагирует Саша.

— Буратино назвал 31, а это число на 3 не делится, — подводит итог Настя.

15 февраля

Предлагаю детям задачу, похожую на предыдущую.

На уроке арифметики Мальвина предложила своим ученикам записать пять чисел, следующих одно за другим, и сложить их. Какие это были числа, каждый ученик при-

думывал сам.

— Мой ответ — 97, — сказал Буратино.

— Вы ошиблись, — возразила Мальвина, даже не взглянув на его пример. Почему она так решила, ведь чисел Буратино она не знала?

— Надо поступить так же, как с тремя числами поступали, — сразу предлагает Лена.

— Их сумма на пять делиться должна, — делает предположение Саша.

Прошу кого-нибудь продемонстрировать это на доске. Выходят Валя с Тamarой и делают такую запись.

9	10	11	12	13
+2	+1		-1	-2
11	11	11	11	11

— Получается, что сложить пять чисел подряд, — объясняет Тамара, — это всё равно, что сложить пять средних чисел. Значит, их сумма должна делиться на 5.

15 марта

Уже в конце занятия Оля спрашивает:

— Борис Львович, вы нам давно задачи про ошибки не задавали, а у нас вот что получилось, мы пробовали. Если складывать 7 чисел подряд, то их сумма на 7 делится. Если складывать 9 чисел подряд, то их сумма на 9 делится. А вот если 4 числа подряд складывать, то их сумма на 4 уже не делится, и сумма 6 чисел на 6 не делится. Почему так получается?

— Молодцы, что заметили. Давайте запомним это свойство и поговорим о нём года через два.