

# Математические Олимпиады в основной школе

## Методические рекомендации. 6-й класс

*Александр Фарков,  
заведующий  
кафедрой психологии,  
педагогике и  
методике  
преподавания  
математики  
Коряжемского  
филиала  
Поморского  
государственного  
университета  
имени М.В. Ломоносова,  
кандидат  
педагогических наук,  
доцент*

**В прошлом выпуске журнала опубликованы рекомендации по проведению олимпиад в основной школе, даны примерные задания для учеников 5-го класса. Предлагаем олимпиадные задания для шестиклассников.**

### 6-й класс

#### Вариант 1

1. Решите уравнение:  $5(x + 2,6) = 3(2x + 5,2)$  (3 б.)
2. Дан прямоугольник  $ABCD$ , где  $A(-4; -1)$ ,  $B(3; -1)$ ,  $C(3; 5)$ ,  $D(-4; 5)$ . Задайте с помощью двойного неравенства:
  - а) множество абсцисс всех точек прямоугольника;
  - б) множество ординат всех точек прямоугольника.
3. В записи  $52*2*$  замените звёздочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные решения.
4. Сколько воды надо добавить к 600 г жидкости, содержащей 40 % соли, чтобы получился 12-процентный раствор этой соли?
5. Олег, Игорь и Аня учатся в 6 классе. Среди них есть лучший математик, лучший шахматист и лучший художник. Известно, что:
  - а) лучший художник не нарисовал своего портрета, но нарисовал портрет Игоря;
  - б) Аня никогда не проигрывала мальчикам в шахматы.Кто в классе лучший математик, лучший шахматист и лучший художник?

#### Вариант 2

1. Поставьте вместо звёздочек цифры:

$$\begin{array}{r} 59,27 \\ + **,45 \\ \hline 78,*3 \\ 182,1* \end{array}$$

2. Выразите число 16 с помощью четырёх пятёрок, соединяя их знаками действий.

3. Найдите два корня уравнения:

$$|-0,63| : |x| = |-0,9|$$

4. Разместите восемь козлят и девять гусей в пяти хлевах так, чтобы в каждом хлеве были и козлята и гуси, а число их ног равнялось 10.

5. На столе стоят три одинаковых ящика, в одном находятся 2 чёрных шарика, в другом — 1 чёрный и 1 белый, в третьем — два белых шарика. На ящиках написано: «2 белых», «2 чёрных», «чёрный и белый». При этом известно, что ни одна из надписей не соответствует действительности. Как, вынув только один шарик, определить правильное расположение надписей?

### Вариант 3

1. Решите уравнение:

$$-\frac{7}{9} : 3,1 = x : 9,3$$

2. Вместо звёздочек расставьте пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r}
 \times 785 \\
 \hline
 *** \\
 *** \\
 +1*** \\
 \hline
 *** \\
 \hline
 *****
 \end{array}$$

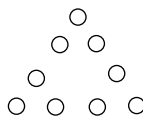
3. Некоторый товар стоил 500 рублей. Затем цену на него увеличили на 10%, а затем уменьшили на 10%. Какой стала цена в итоге?

4. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.

5. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семёнов, Герасимов. Миша — не Герасимов. Отец Володи — инженер. Володя учится в 6-м классе. Герасимов учится в 5-м классе. Отец Иванова — учитель. Какая фамилия у каждого из трёх друзей.

### Вариант 4

1. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Расставьте их так, чтобы сумма их на каждой стороне треугольника была равна 20.



2. Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

$$25 - \frac{3}{7} \cdot 7 + \left(12 \frac{23}{25} - 4 \frac{2}{5}\right) \cdot 25 + 125 \cdot 357 \cdot 0,008.$$

3. Решите уравнение:  $|x - 4| = 3$

4. Школьник прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и ещё 16 страниц, во второй день — 0,3 остатка и ещё 20 страниц. В третий день 0,75 остатка и последние 30 страниц книги. Сколько страниц в книге?

5. Инопланетяне сообщили жителям Земли, что в системе их звезды три планеты А, Б, В. Они живут на второй планете. Далее передача сообщения ухудшилась из-за помех, но было принято ещё два сообщения, которые, как установили учёные, оказались оба ложными:

а) А — не третья планета от звезды;

б) Б — вторая планета.

Какими планетами от звезды являются А, Б, В?

### Вариант 5

1. Выполните действия:

$$15,81 : (24 - 23,66) - 18 : 37,5$$

2. Решите уравнение:  $|x - 3| = 7$

3. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

+ УДАР  
УДАР  
ДРАМА

4. В шестизначном числе первая цифра совпадает с четвёртой, вторая — с пятой, третья — с шестой. Докажите, что это число кратно 7, 11, 13.

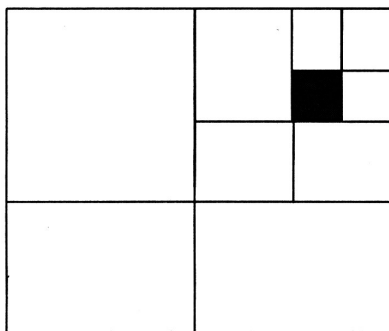
5. В школьной математической олимпиаде принимали участие 9 учеников шестого класса. За каждую решённую задачу ученик получал 2 очка, а за каждую нерешённую задачу с него списывалось 1 очко. Всего было предложено 10 задач. Докажите, что среди участников олимпиады из шестого класса было, по крайней мере, два ученика, набравшие одинаковое число очков. (Считается, что ученик, набравший больше штрафных очков, чем зачётных, набрал нуль очков.)

### Вариант 6

1. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

+ КОКА  
КОЛА  
ВОДА

2. Какая часть квадрата закрашена?



3. Один купец прошёл через три города, и взыскали с него в первом городе пошлины половину и треть имущества, и во втором городе половину и треть (с того, что оста-

лось), и в третьем городе снова взыскали половину и треть (с того, что у него было); и когда он прибыл домой, у него осталось имущества на 1000 денежных единиц. Узнайте, какова была стоимость имущества у купца?

4. Расставьте числа  $\frac{9}{10}$ ;  $\frac{10}{11}$ ;  $\frac{11}{12}$ ;  $\frac{12}{13}$  в порядке убывания.

5. Ни у кого из тысячи пиратов Не наберётся тысячи дукатов  
Но даже самый маленький пират Имеет всё же хоть один дукат.  
Так можно ли сказать о тех пиратах,  
Что среди них — безусых и усатых,  
Косматых, безбородых, бородатых —  
Есть двое одинаково богатых?

### Вариант 7

1. Масса бидона с молоком 32 кг, без молока — 2 кг. Какова масса бидона, заполненного молоком наполовину?

2. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

МИНУС  
МИНУС  
\*\*\*\*\*С  
\*\*\*\*\*у  
+ \*\*\*\*\*Н  
\*\*\*\*\*И  
МИНУС  
\*\*\*\*\*

3. Три подружки вышли в белом, синем, зелёном платьях и туфлях таких же цветов. Известно, что только у Ани цвет платья и туфель совпадает. Ни платье, ни туфли Вали не были белыми. Наташа была в зелёных туфлях. Определить цвет платья и туфель каждой подружки.

4. В классе 35 учеников. Из них 20 школьников занимаются в математическом кружке, 11 — в эко-

логическом, 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько экологов увлекается математикой?

5. В школе 33 класса, 1150 учеников. Найдётся ли класс, в котором меньше 35 учеников?

## Указания к решению, ответы

### 6-й класс

#### Вариант 1

1.  $x = -2,6$ .

2.  $-4 \leq x \leq -3$ ;  $-1 \leq y \leq 5$ .

3. Число делится на 36, если оно делится на 4 и на 9. Так как сумма цифр 5, 2, 2 равна 9, то сумма двух недостающих цифр должна равняться 0, 9 или 18. Учитывая, что число должно делиться на 4, а предпоследняя цифра равна 2, последняя цифра может быть лишь 0 или 4 или 8. Тогда ответ будет: 52524, 52128, 52020, 52920.

4.  $600 \cdot 40 : 100 = 240$  (г) — содержится соли в 600 г жидкости;  
 $240 : 12 \cdot 100 = 2000$  (г) — будет 12%-й жидкости;  
 $2000 - 600 = 1400$  (г) — воды надо добавить.

Ответ: 1400 г.

5. Так как Аня не проигрывала мальчикам в шахматы, то она — лучший шахматист. Так как художник не нарисовал своего портрета, а нарисовал портрет Игоря, то Игорь — лучший математик, а Олег — лучший художник.

Ответ: Олег — лучший художник. Аня — лучший шахматист, Игорь — лучший математик.

#### Вариант 2

1.  $59,27$

+  $44,45$

$78,43$

$182,15$

2.  $55 : 5 + 5 = 16$

3.  $x = \pm 0,7$ .

4. Обозначим число гусей в одном хлеве за  $x$ , а число козлят за  $y$ , тогда учитывая, что ног в одном хлеве должно быть 10, получим уравнение:  $2x + 4y = 10$ . Из данного уравнения имеем, что число козлят может быть только 1 или 2, соответственно гусей будет 3 или 1. Тогда размещение будет такое: в двух хлевах будет по 1 козе и 3 гуся, в трёх хлевах — по 2 козы и 1 гусю.

5. Необходимо вынуть шарик из ящика с надписью «чёрный или белый». Если вынутый шарик окажется белым, значит, в этом ящике 2 белых, в ящике с надписью «2 белых» будет 2 чёрных, а с надписью «2 чёрных» будут чёрный и белый. Аналогично рассуждаем, если вынутый шарик — чёрный.

#### Вариант 3

1.  $x = -2\frac{1}{3}$ .

2.  $785$

$121$

$785$

+  $1570$

$785$

$94985$

3.  $550 - 55 = 495$  (руб.) — стала цена в итоге.

4. Так как число после приписывания двух цифр должно делиться на 15, значит, оно будет делиться на 3 и на 5. По признаку делимости на 5 последняя цифра в числе может быть лишь 0 или 5. Используя признак делимости на 3, получим, что первая цифра может быть 3, 6, 9, 1, 4, 7. Тогда возможны такие варианты: 1155, 3150, 4155, 6150, 7155, 9150.

5. Так как Володя учится в 6-м классе, а Герасимов в 5-м классе, то Володя не Герасимов. Так как отец Иванова — учитель, отец Воло-

ди — инженер, то Володя — не Иванов. Тогда Володя — Семёнов, Миша — Иванов, а Петя — Герасимов.

Можно для наглядности применить графы или таблицы.

#### Вариант 4

1. Возможный вариант указан ниже:

$$\begin{array}{cccc} & & 4 & \\ & & 3 & 1 \\ & 8 & & 9 \\ 5 & 2 & 7 & 6 \end{array}$$

2. Возможный вариант:

$$25 - \frac{3}{7} \cdot 7 + \left( 12 \frac{23}{25} - 4 \frac{2}{5} \right) \cdot 25 +$$

$$+ 125 \cdot 357 \cdot 0,008 = 25 - 3 + 8 \frac{13}{25} \cdot 25 +$$

$$+ 125 \cdot 357 \cdot 0,008 = 25 - 3 + 8 \frac{13}{25} \cdot 25 +$$

$$+ 13 + 357 = 22 + 200 + 370 = 592.$$

3.  $x = 7$ ; I.

4. Пусть  $x$  —

число страниц, которое было в книге. В первый день прочитали  $0,2x + 16$  (страниц); осталось прочитать во второй и третий дни  $0,8x - 16$  (страниц); во второй день прочитали  $0,3(0,8x - 16) + 20 = 0,24x + 15,2$  (страниц); в третий день осталось  $0,56x - 31,2$  (страниц). Так как в третий день прочитали  $0,75$  остатка и ещё 30 книг, то остаток будет составлять 120 страниц. В итоге получаем уравнение:  $0,56x - 31,2 = 120$ , откуда находим  $x = 270$ .

Ответ: 270 страниц.

5. Так как второе и третье сообщения ложны, то  $A$  является третьей планетой, а  $B$  — не второй, поэтому  $B$  — первая планета от звезды. Тогда  $B$  будет второй планетой, на которой живут инопланетяне.

#### Вариант 5

1. 46.2.

2. 10; -4.

$$3. \quad \begin{array}{r} \times 8126 \\ \underline{8126} \\ 16252 \end{array}$$

4. Обозначим соответственно первую, вторую и третью цифры числа через  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Тогда число можно записать  $100000a + 10000b + 1000c + 100a + 10b + c = 100100a + 10010b + 1001c = 1001(100a + 10b + c) = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot (100a + 10b + c)$ . Данное число делится на 7, на 11, на 13.

5. Для доказательства составим таблицу зависимости числа набранных очков от числа решённых задач.

Из таблицы видно, что существует всего 8 различных возможностей получения очков. А так как учеников было 9, то, крайней мере, два из них получили одинаковое количество очков.

Число решённых задач	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Число нерешённых задач	20	17	14	11	8	5	2	0	0	0

#### Вариант 6

$$1. \quad \begin{array}{r} + 3930 \\ \underline{3980} \\ 7910 \end{array}$$

$$2. \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}.$$

Ответ:  $\frac{1}{64}$

3. В первом городе взыскали с купца  $\frac{5}{6}$  имущества, значит, осталось имущества  $\frac{1}{6}$ . Во втором городе взыскали  $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$  имущества, значит, осталось  $\frac{1}{6} - \frac{5}{36} = \frac{1}{36}$ .

Аналогично рассуждая, получим, что после третьего города у купца

останется  $\frac{1}{216}$  часть имущества. Так

как это имущество стоит 1000 денежных единиц, то всего имущества было на 21600 денежных единиц.

*Ответ:* 21600.

4. Найдём дополнения каждой дроби до 1 и сравним их.

$$1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}, \quad 1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}, \quad 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12},$$

$$1 - \frac{12}{13} = \frac{1}{13}. \quad \text{Так как } \frac{1}{10} > \frac{1}{11} > \frac{1}{12} > \frac{1}{13},$$

$$\text{то } \frac{9}{10} < \frac{10}{11} < \frac{11}{12} < \frac{12}{13}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{12}{13}, \frac{11}{12}, \frac{10}{11}, \frac{9}{10}.$$

5. Число различных денежных сумм, которые можно составить из менее чем 1000 дукатов, меньше 1000, то есть меньше числа пиратов. Поэтому у двух пиратов будет одинаковое число дукатов.

### Вариант 8

1. 17 кг.

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \times 14286 \\
 \quad \quad \underline{14286} \\
 \quad \quad \quad 85716 \\
 \quad \quad \quad \quad 114288 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad + 28572 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 57144 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{14286} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 204089796
 \end{array}$$

3. Так как Наташа в зелёных туфлях, а Валя не в белых, то Валя в синих туфлях. Значит, Аня в белых туфлях. Так как цвет платья и туфель у Ани совпадает, то Аня в белом платье. Так как у остальных девочек цвет платья и туфель не совпадает, то Валя в зелёном платье, а Наташа — в синем.

*Ответ:* Аня в белом платье и белых туфлях, Валя в зелёном платье и синих туфлях, Наташа в синем платье и зелёных туфлях.

4.  $35 - 10 = 25$  (учеников) — посещают кружки,

$25 - 20 = 5$  (учеников) — посещают лишь экологический кружок,

$11 - 5 = 6$  (учеников) — посещают оба кружка.

*Ответ:* 6 экологов увлекается математикой.

5. Допустим, что во всех классах не менее 35 учеников, тогда во всей школе будет не менее, чем  $35 \cdot 33 = 1155$  (учеников), что противоречит условию задачи. Значит, в школе найдётся класс, в котором меньше, чем 35 учеников.