

Изучение математической подготовки выпускников начальной школы России

Клара КРАСНЯНСКАЯ,

Светлана МИНАЕВА,

Лариса РОСЛОВА, научные сотрудники Института общего среднего образования РАО

Весной 1999 года Центр оценки качества образования Института общего среднего образования Российской академии образования совместно с Отделом математического образования ИОСО РАО изучили математическую подготовку выпускников начальной школы России. Основная цель исследования — проверить, как овладевают учащиеся основными математическими знаниями и умениями по курсу начальной школы на уровне обязательной подготовки.

Подобное исследование проводилось Министерством образования России и Отделом математического образования ИОСО РАО в 1993 году в 20 регионах России. При анализе итогов проверки 1999 года результаты исследования 1993 года используются, чтобы определить тенденции развития математической подготовки выпускников начальной школы.

В исследовании 1999 года приняли участие 2400 учащихся третьих и четвёртых классов из 110 общеобразовательных школ, расположенных в 37 регионах России (по 2–4 школы от каждого региона). Проверка и оценка работ учащихся проводилась в Центре оценки качества образования с помощью соответствующего программного обеспечения.

Инструментарий проверки

Подходы к составлению проверочной работы

Согласно цели исследования важно было зафиксировать, достигает ли каждый учащийся уровня обязательной подготовки, и выяснить не индивидуальные различия учащихся в более глубоком овладении учебным материалом. Иными словами, по результатам проверки предполагалось распределить учащихся на две группы: достигли — не достигли уровня обязательной подготовки. Поставленная цель определила характер проверочных заданий, форму контроля и оценку выполнения работы. Необходимо было сделать проверку достаточно полной, а оценку выполнения работ объективной; принимался во внимание и возраст учащихся. Исходя из этого, работа была составлена в форме теста, содержащего задания только с готовыми ответами, при выполнении которых от учащихся не требуется записывать решение. Это позволило включить в работу для младших школьников гораздо больше заданий по сравнению с традиционными контрольными работами и тем самым сделать проверку более полной.

Проверка достижения уровня обязательной подготовки проводилась с помощью заданий обязательного уровня. Они были составлены на материале, который включён в обязательный минимум содержания образовательной программы по математике для начальной школы, и отвечали требованиям к подготовке выпускников начальной школы (Обязательный минимум содержания начального общего образования. // Вестник образования № 9. 1998). Это позволило обеспечить единые требования к учащимся, обучавшимся в различных классах и школах, по разным программам и учебникам.

Состав инструментария

При проверке был использован инструментарий, содержащий следующие материалы: два варианта теста по математике по курсу начальной школы; спецификацию теста;

рекомендации учителю по проведению теста и оценке его выполнения;
инструкцию по проведению тренировочного занятия;
инструкцию по проведению основного тестирования;
анкету для учителя.

Валидность теста обеспечена опорой на результаты многолетних исследований отдела математического образования по разработке обязательных результатов обучения и подтверждена в процессе отработки теста.

Отработка и корректировка заданий теста, рекомендаций по его проведению, критериев оценки его выполнения, обеспечивающих стандартизацию процедур проведения проверки и оценки результатов тестирования, проводились в процессе экспериментальных ограниченных и массовых проверок в 1992–1993 гг. и 1998 г.

Чтобы стандартизировать процедуру проведения и оценки результатов тестирования, были разработаны спецификация теста, в которой сообщались его цель, структура и содержание, и инструктивные материалы для ответственного за проведение работы в классе. Эти несложные инструкции позволяют любому проверяющему соблюдать одинаковые условия при проверке и однозначно оценивать выполнение теста учащимся. Поэтому правомерно суммировать результаты по каждому классу и сравнивать их между собой, а также суммировать результаты всех учащихся, участвовавших в проверке, и использовать их для получения объективных выводов о состоянии математической подготовки в целом у выпускников начальной школы.

Структура и содержание теста

Тест составлен в двух вариантах, различающихся по содержанию, но идентичных по сложности. На его выполнение отводится один урок. Каждый вариант содержит 28 заданий, распределённых на две части: основную и дополнительную. Основная часть включает 25 заданий обязательного уровня.

В дополнительную часть теста включены три более сложных нестандартных задания, выполнение которых не влияет на оценку работы ученика. Эти задания рассчитаны на тех учащихся, которые быстро справятся с основной частью работы.

К каждому заданию дано по четыре ответа, из которых только один правильный. Задание считается выполненным верно, если ученик обвёл кружком букву, которая соответствует правильному ответу.

По своему содержанию задания теста подразделяются на семь блоков. Ниже приводится список умений, проверяемых заданиями каждого блока.

1. *Натуральные числ:*

— читать и записывать натуральные числа, представлять число в виде суммы разрядных слагаемых;

— сравнивать между собой натуральные числа, использовать знаки “>”, “<”, “=”.

2. *Арифметические действия с натуральными числами:*

— выполнять сложение, вычитание трёх-четырёхзначных чисел, умножение и деление на одно-двузначное число, а также действия с числами, запись которых оканчивается нулями;

— выполнять проверку правильности вычислений, находить неизвестные компоненты действий.

3. *Текстовые задачи:*

— используя взаимосвязь между величинами (ценой, количеством и стоимостью товара; скоростью, временем и расстоянием и др.) и значения известных величин, находить неизвестную величину;

— выражать арифметическим действием смысл отношений “больше на (в)”, “меньше на (в)” между величинами;

— решать текстовые задачи в два-три действия.

4. Числовые выражения:

- устанавливать правильный порядок выполнения арифметических действий;
- вычислять значение числового выражения в 2–3 действия.

5. Доли:

- понимать и использовать термины “половина”, “треть”, “четверть”; распознавать на глаз, разделена ли фигура на несколько равных частей; понимать смысл записи;
- находить долю заданной величины и всю величину по известной доле при решении текстовых задач.

6. Величины:

- использовать единицы измерения: времени (час, минута, секунда), массы (килограмм, грамм), стоимости (рубль), длины (миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр), площади (кв. сантиметр, кв. метр); переходить от одних единиц к другим; понимать, какие из этих единиц целесообразно применять в конкретных случаях.

7. Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин:

- распознавать на рисунках треугольники и прямоугольники;
- измерять длину отрезка;
- вычислять периметр треугольника и прямоугольника;
- понимать смысл понятия “площадь фигуры”, вычислять площадь прямоугольника.

Оценка работ учащихся

Оценка работы ученика проводилась на основе результатов выполнения только основной части теста. Выполнение каждого задания оценивалось с помощью шкалы “верно”, “неверно”, а выполнение всего теста с помощью шкалы “прошёл тест” (“пт”), “качественно прошёл тест” (“кпт”), “не прошёл тест” (“нпт”).

Оценка “прошёл тест”, свидетельствующая о достижении учащимся уровня обязательной подготовки по курсу математики начальной школы, выставляется, если ученик выполнил верно 18 или более заданий. При верном выполнении 22 или более заданий ему выставляется отметка “кпт”, что позволяет сделать вывод о наличии у него прочной базовой подготовки. В том случае, когда ученик выполнил верно менее 18 заданий, он получает отметку “нпт”, которая свидетельствует о наличии существенных пробелов в его подготовке.

Выборка выпускников начальной школы

Тестирование учащихся начальной школы проходило в рамках международного исследования естественно-математической подготовки учащихся 8-х классов TIMSS-R. Представленная выборка школ, составленная для проведения TIMSS-R в соответствии с требованиями, принятыми на международном уровне, послужила основой для создания выборки выпускников начальных школ России. В каждой школе, включённой в выборку по TIMSS-R, планировалось выбрать один из выпускных классов начальной школы. Как и следовало ожидать, реальная выборка несколько отличалась от спланированной. Однако по своему объёму и составу она достаточно репрезентативна для совокупности выпускников начальной школы.

Ниже перечислены особенности полученной выборки, характеризующие:

а) *тип, расположение школы, организацию учебного процесса:*

- подавляющее большинство школ и классов — общеобразовательные;
- около 2/3 школ — городские, примерно четверть — сельские, остальные расположены в посёлках городского типа;

— около половины школьников обучается в классах, где наполняемость составляет 25–33 ученика, около трети — в классах с 20–24 учениками, в остальных — число учащихся менее 20;

— в 2/3 классов продолжительность урока составляет 40 мин, в остальных — 45 мин;

б) *программно-методическое обеспечение процесса обучения:*

— лишь 8 из 110 классов работают по авторским или школьным программам, остальные — по государственной;

— в 96 из 110 классов в качестве основного учебника используются различные варианты учебника М.И. Моро и др.;

— мнение примерно трети учителей является решающим при выборе школой основного учебника, примерно трети — принимается во внимание, а остальной трети — не учитывается;

— большинство классов работает по тематическому планированию, рассчитанному на 5 уроков математики в неделю, 20% классов — на 6 уроков и 6% (IV классы) — на 4 урока;

в) *квалификацию и учебную нагрузку учителя:*

— около половины учителей имеет 13-й и 14-й разряды, около трети — 12-й разряд, остальные — 8–11-й разряды;

— около 40% учителей — это более молодые кадры, имеющие стаж работы до 15 лет, и примерно 25% — опытные учителя со стажем работы от 25 до 45 лет;

— почти все учителя имеют нагрузку выше 18 ч: 70% учителей — 19–24 ч, 22% — 25–39 ч.

Некоторое представление о подготовке учащихся можно получить на основе предварительных годовых отметок, выставленных учителем. Так, подготовку 98% школьников учителя оценили положительными отметками, из них 66% — отметками “4” и “5”. Эти данные позволяют предположить, что почти все выпускники начальной школы, включённые в выборку, достигли уровня обязательной подготовки, соответствующей требованиям программы, а около 2/3 из них имеют повышенный уровень обученности.

Характеристика результатов выполнения теста

Ниже приводится анализ результатов выполнения заданий основной части теста.

Натуральные числа.

Умение сравнивать натуральные числа продемонстрировали почти все — 95% школьников правильно определили большее из двух четырёхзначных чисел и верно использовали знак сравнения в записи результата.

Однако другие не менее важные знания и умения, связанные с записью чисел, имеют далеко не все учащиеся. Так, например, представить числа в виде суммы разрядных слагаемых, определить цифры, записанные в том или ином разряде числа, сумели 85–89% учащихся. Это свидетельствует о том, что около 15% будущих пятиклассников не вполне осознанно владеют записью чисел в десятичной системе счисления, или, как принято говорить в начальной школе, нумерацией чисел в пределах миллиона.

Арифметические действия.

Результаты выполнения четырёх арифметических действий заметно различаются: сложение и вычитание трёх-четырёхзначных чисел выполнили почти все учащиеся (95–96%), а деление и умножение — значительно меньше.

Так, с делением четырёхзначного числа на двузначное (5706:18) справились 83% учащихся. Отметим, что во Всероссийской проверке 1993 г. аналогичное задание (4800:15) выполнили верно 81% учащихся начальной школы. Эти данные ещё раз подтверждают, что около 20% детей приходят в пятый класс с недостаточно сформированными навыками деления натуральных чисел в пределах обязательных требований.

Произведение чисел 960 и 60 верно вычислили 76% учащихся. Этот невысокий

результат нельзя назвать случайным — при проверке в 1993 г. подобное задание верно выполнили 59% учащихся. Анализ ответов учащихся показывает, что около 10% ошиблись в использовании алгоритма умножения чисел с нулями на конце, остальные допустили другие ошибки.

Большинство учащихся (93%) смогли верно определить, каким действием можно проверить правильность деления двух чисел, то есть, казалось бы, знают названия и правильно понимают взаимосвязь между компонентами действий. Однако задание “Разность чисел равна 39, вычитаемое равно 13. Найди уменьшаемое”, в котором надо было проявить знание компонентов действий и установить связь между ними, верно выполнили лишь 56% учащихся, а в задании “Найди произведение чисел 960 и 60” около 15% вместо умножения выполнили другие действия (нашли сумму или разность). Аналогичные задания включались и в прежние проверки — результаты оказывались невысокими, что говорит как о непрочном знании названий компонентов действий и взаимосвязи между ними, так и о формальном усвоении этих знаний, неумении их использовать.

Числовые выражения.

Умение вычислять значение числового выражения проверялось в два этапа: сначала умение определить порядок действий, а затем — вычислить значение числового выражения в два-три действия. По сравнению с 1993 г., когда около 20% детей не смогли правильно определить порядок действий в выражении в три действия, такую ошибку допустило значительно меньше учащихся (от 3 до 10%).

Хуже обстоит дело с выполнением самих вычислений: 77 и 72% учащихся соответственно верно нашли значение выражений $3400-324:6$ и $280+1890:35$, а с несложной цепочкой вычислений $36+72:12:3$ справились 82% учащихся, допустив при этом ошибки как в определении порядка действий, так и в выполнении самих действий. Примерно такие же невысокие результаты характерны и для проверки в 1993 г.

Текстовые задачи.

Учащимся были предложены текстовые задачи в одно, два и три действия. Результаты их выполнения имеют значительный разброс — от 55 до 91%. Примерно такой же разброс результатов от 56 до 87% наблюдался и в 1993 г.

Наибольшую трудность вызвали задачи, при решении которых требовалось выполнить два и более действия. С задачами в два действия справились от 70 до 80% учащихся, в три действия — 55–59%. Решение задач в три действия вызывает трудности даже у самых подготовленных учащихся (около 15% из них не справились с такой задачей). Анализ ответов показал, что значительная часть учащихся не доводит решение задачи до конца при верном ходе решения. Так, при решении задачи “В одной пачке 24 тетради, а в другой в три раза больше. Сколько всего тетрадей в двух пачках?” 94% учащихся правильно выполнили первое действие, выразив соответствующей арифметической операцией отношение “больше в”, но довели решение до конца только 69% учащихся, а 25% ограничились выполнением только первого действия. При решении задачи в три действия около 30% учащихся при правильном ходе решения ограничились выполнением только двух первых действий.

С помощью задач в одно действие проверялось умение использовать зависимость между величинами и определять соответствующую ей арифметическую операцию. С ними справились от 66 до 94%, при этом результат зависит от того, какую операцию следует выполнить. Так, например, с задачей на отношение “больше на” справились почти все (94%), а на отношение “больше в” — 86%, при этом около 10% выполнили сложение вместо умножения. Проверка показала, что 91% учащихся умеет находить расстояние по известным скорости и времени движения, но лишь 83% смогли найти время по известным расстоянию и скорости. Заметим, что похожий результат (84%) получен при решении задачи на нахождение цены по известным стоимости и количеству.

Значительные затруднения вызвало решение задач, в которых условие выражено в косвенной форме. Например, задачу: “Стул стоит 100 руб., он дешевле кресла в 5 раз. Сколько стоит кресло?” верно решили 66% учащихся. Трудность связана с тем, что формулировка задачи подсказывает одно действие (“дешевле” — деление), а использовать надо другое (умножение). По ответам учащихся можно судить о том, что около трети (30%) учащихся неверно переформулировали задачу (“Стоимость кресла в 5 раз меньше...”).

Анализ ответов свидетельствует, что существенные недочёты в подготовке учащихся сводятся к стремлению учащихся сразу приступить к выполнению действий, не тратя усилий на то, чтобы понять, что же именно требуется найти для ответа на вопрос задачи, а также к отсутствию потребности оценить полученный результат. Один из ярких примеров таких недочётов — итоги выполнения задания: “Чтобы отмерить 10 м, Андрею пришлось сделать 20 шагов. Найди длину его шага”. Около 40% учащихся, не вникая в условие задачи, разделили большее число на меньшее ($20:10 = 2$ м) и, получив длину шага, равную 2 м, выбрали эту величину среди других предложенных ответов.

Указанные недочёты свидетельствуют о существенных изъянах в методике обучения. Так, учащиеся начальной школы часто ограничены в возможности использования различных арифметических действий, ибо в учебниках слишком мало задач, требующих переформулировать условие задачи и т.п.

Доли.

Понимание и умение использовать термины “треть”, “четверть”, “восьмая часть” проверялись через решение простых задач, в том числе с использованием геометрических моделей (круг, прямоугольник) для изображения долей. Понимание геометрической интерпретации долей продемонстрировали от 65 до 86% учащихся. 17% выбрали изображение, на котором круг разделён на неравные части.

При решении текстовых задач около 90% учащихся смогли правильно найти долю числа, но лишь 73% верно нашли число по его доле. Это свидетельствует о том, что почти четверть учеников не понимают сущность термина “доля”.

Величины.

Значительная часть учащихся недостаточно прочно усвоила соотношения между единицами измерения массы, длины и особенно времени. С заданиями, в которых требовалось заданную величину представить в более мелких единицах измерения (например, 3 кг 55 г в граммах), справились 84% учащихся, а в более крупных (например, 360 см в виде 3 м 60 см) — 70%.

При работе с единицами времени успешно выразили 4 мин в секундах 91% учащихся. От 6 до 15% учащихся считают, что 1 мин = 100 с, 1 ч = 100 мин, и допустили ошибку при решении задач, в которых нужно было выразить часы в минутах и минуты в секундах. Эта ошибка сохраняется и в старших классах. Около 25% учащихся не смогли ответить, сколько минут составляет “четверть часа”.

Проверка практического умения выбрать соответствующую единицу измерения длины показала, что почти все учащиеся (93%) справляются с этим в простой ситуации “Закончи предложение: Длина карандаша равна 12 ...”. Однако в более сложной ситуации картина меняется.

Проверка умения справляться с измерением величин в ситуациях, близких к реальным, дала следующие результаты: определить длину шага мальчика по известным пройденному расстоянию и числу сделанных шагов смогли лишь 46% учащихся; сравнить длины шагов мальчиков, измерявших одно и то же расстояние, по числу сделанных каждым из них шагов — 52%; определить время начала тренировки, если известно, сколько времени она продолжалась и во сколько закончилась, — 70%.

Геометрические фигуры.

С распознаванием знакомых фигур (прямоугольника и треугольника) в простой конфигурации справились 72 и 85% учащихся. Учащиеся, не справившиеся с заданием, различают либо только геометрические фигуры, находящиеся внутри заданного контура, либо только сам контур.

Измерение геометрических величин.

С измерением отрезка в миллиметрах справились 54% учащихся. 40% детей указали на ответ, соответствующий ближайшей метке на шкале линейки, т.е. округляли величину длины отрезка до сантиметров. Это характерно не только для слабых, но и для более подготовленных учащихся. Около 75% учащихся смогли определить длину отрезка, начало которого было расположено не в начале шкалы линейки. Учащиеся, не справившиеся с этим заданием, принимали за длину отрезка либо количество делений шкалы, которые расположены между его концами, включая деления, соответствующие и концам отрезка, либо деление шкалы, соответствующее одному из его концов.

Понятие “периметр многоугольника” сформировано у 90% учащихся. В то же время вычислить периметр прямоугольника смогли лишь 70%. Аналогичное соотношение наблюдается между усвоением понятий “площадь фигуры” и “площадь прямоугольника”. Характерные ошибки, допущенные учащимися, говорят о формальном подходе к решению подобных задач: учащиеся не опираются ни на мысленный образ прямоугольника, ни на знание свойств этой фигуры. Отсюда вместо периметра прямоугольника учащиеся находят полупериметр или площадь, а вместо площади прямоугольника его периметр или полупериметр. Кроме того, около 8% учащихся не владеют единицами измерения площади и периметра.

Подобные замечания в большей степени относятся к слабым учащимся, так как 96% сильных учеников верно находят периметр прямоугольника и 95% — его площадь, для группы же слабых учащихся эти показатели составляют 33 и 65% соответственно. Этот недочёт у значительной части учащихся сохраняется и в средней школе.

Дополнительные задания.

К выполнению этих заданий приступала значительная часть учащихся — от 60 до 85%. Более высокие результаты были показаны при выполнении заданий на проверку развития пространственных представлений — 50–60%, что ещё раз подтверждает возможности младших школьников успешно изучать стереометрический материал. Около 25% учащихся продемонстрировали явные математические способности, справившись с решением нестандартных текстовых задач.

Общие выводы

1. Проверка показала, что около 77% выпускников начальной школы достигли уровня обязательной математической подготовки, которая может служить базой для дальнейшего обучения математике и смежным дисциплинам. Из них около 40% имеют прочную базовую подготовку по курсу начальной школы, у остальных имеются недочёты, которые могут быть скорректированы в процессе обучения.

Учащиеся, не справившиеся с работой, а таких около 23%, имеют значительные пробелы в базовой подготовке по курсу начальной школы и будут испытывать затруднения при дальнейшем обучении.

2. Выпускники начальной школы значительно различаются по овладению основными знаниями и умениями. По результатам работы были выделены две группы — наиболее и наименее подготовленных школьников, каждая из которых включала примерно 25% всей выборки учащихся. Более сильные учащиеся продемонстрировали прочное овладение большинством проверявшихся знаний и умений. От 92 до 100% среди них верно выполнили большинство обязательных заданий теста.

Подготовка более слабой группы школьников имеет существенные недочёты. Процент верного выполнения отдельных заданий варьируется от 15 до 49%, причём такие задания составляют примерно половину теста.

3. По ряду важнейших умений (сравнение многозначных чисел, выполнение сложения и вычитания многозначных чисел, определение порядка действий, решение одношаговых задач и др.) большинство учащихся достигает уровня, отвечающего обязательным требованиям. В то же время ряд вопросов курса арифметики начальной школы, на которых базируется изучение математики в 5–6-х классах, значительной частью учащихся усвоен недостаточно прочно. Среди них: десятичная запись многозначных чисел; деление многозначных чисел; знание терминологии; овладение понятием доли; решение текстовых задач в 2–3 действия и др.

4. Результаты выполнения геометрических заданий теста свидетельствуют о том, что необходимо изменить подходы к формированию геометрических представлений в начальной школе.

Значительная часть младших школьников не обладает элементарным геометрическим видением и не может распознать знакомые геометрические фигуры даже в несложных конфигурациях, что негативно скажется не только на последующем изучении геометрии, но и вообще на восприятии ими графических объектов и информации, представленной в графической форме.

Широкий спектр допущенных ошибок свидетельствует о существенных просчётах в методике формирования метрических отношений, сложившейся в начальной школе. Учащиеся не владеют необходимой терминологией, не различают правила вычисления площади и периметра прямоугольника, не владеют единицами измерения величин и испытывают серьёзные затруднения при переводе одних единиц в другие и т.д.

5. Младшие школьники беспомощны в ситуациях, близких к реальным. Они затрудняются определять время, не могут выполнить несложные измерения и др., что говорит об оторванности полученных ими знаний от их повседневной жизни.

6. Итоги проверки выявили недостатки общеучебных умений, сохраняющиеся и в старших классах, в частности умений проанализировать условия задачи, проконтролировать выполненные действия и оценить полученный результат. Одна из причин подобных недочётов — недостаточное разнообразие задачного материала (по сюжетам, по типам, по подбору данных, по формам представления данных, например, в виде различных таблиц, диаграмм). Большая часть упражнений основного учебника для начальной школы составлена таким образом, что учащимся не требуется переформулировать условие задачи, выбрать из него необходимые данные, возможность использовать различные арифметические действия в них ограничена.

7. Годовые отметки, выставленные учителями, не всегда объективно отражают достижения уровня обязательной подготовки по курсу математики начальной школы. Этот вывод особенно справедлив в отношении детей, имеющих отметку “3”, ибо более половины из них (55%) не справились с тестом. Среди учащихся с отметкой “4” около 13% также не справились с тестом. Те, кто имеет годовую отметку “5”, все достигают уровня обязательной подготовки, однако прочную базовую подготовку показали только 70%.

Такое же соотношение между результатами мониторинга и годовыми отметками наблюдалось в исследованиях 1992–1999 гг., когда изучалась математическая подготовка учащихся 5–11-х классов.

8. Подготовка выпускников начальной школы в масштабах страны весьма неравномерна. Существенные различия наблюдаются между учащимися городских и сельских школ (см. диаграмму 1 в конце статьи). Процент учащихся, достигших уровня обязательной подготовки, в городских школах, в поселках городского типа и сельских школах равен 85, 61 и 64% соответственно. Среди этих учащихся прочную базовую подготовку имеют 48% (городские), 27 (поселковые) и 32% (сельские).

9. Существенно различается подготовка учащихся в классах, участвовавших в проверке.

Процент учащихся, показавших достижение уровня обязательной математической подготовки, варьируется по классам от 14 до 100% (диаграмма 2). В 23 классах 100% учащихся справились с тестом, в то же время в 15 классах — менее 50%. Процент учащихся, имеющих прочную базовую подготовку, варьируется по классам от 0 до 100%.

10. В рамках исследования выявилась зависимость уровня обязательной математической подготовки от состояния следующих факторов:

расположения школы (результаты в городских школах значительно выше по сравнению со школами в сельской местности и в посёлках городского типа);

числа лет обучения в начальной школе (результаты в четырёхлетней школе несколько выше по сравнению с трёхлетней);

числа уроков математики в неделю (результаты несколько выше при шести уроках по сравнению с пятью уроками);

профессиональной подготовки учителя (результаты значительно выше у учителей 12–14-го разрядов по сравнению с 8–10-м разрядами, а также у учителей со стажем более 30 лет);

свободы учителя в выборе основного учебника математики (результаты выше у учителей, которые либо сами выбрали основной учебник математики, либо их мнение учитывалось в школе).

Результаты проведённой проверки, а также других подобных исследований, включая и международные, свидетельствуют о необходимости скорректировать подходы к обучению математике в начальной школе. Эта корректировка должна изменить как содержание курса, так и его идеологию, в частности увеличить роль геометрической составляющей курса, усилить практическую направленность, достичь более оптимального соотношения между отработкой умений и умственным развитием учащихся.