# МНОГОУРОВНЕВЫЕ ОЛИМПИАДЫ

**Традиционные математические олимпиады — один из серьёзных видов математической деятельности. Так как большинство предлагаемых задач на олимпиадах нестандартные по сложности, то олимпиады выявляют наиболее сильных учащихся. Но согласно многочисленным психолого-педагогическим и методическим исследованиям (В.А. Гусев, В.А. Крутецкий, Н.В. Метельский, М.А. Холодная и др.) победа в математической олимпиаде не всегда позволяет объективно утверждать о наличии одарённости у одних учащихся и отсутствии математического таланта у других. По мнению М.А. Холодной, традиционные олимпиады диагностируют лишь один вид интеллектуальной одарённости. А как же быть с диагностикой других её видов?**

Александр Фарков,
доцент Поморского государственного университета, кандидат педагогических наук

Часто в школах детей хорошо готовят к традиционным математическим олимпиадам, но многих из них природа обделила теми качествами, которые нужны для победы. У этих детей есть другие способности, которые позволяют им успешно учиться в школе, без проблем сдавать выпускные и вступительные экзамены, успешно учиться в вузе, аспирантуре. Впоследствии многие из них становятся известными в стране и мире людьми, учёными. Но в школе они не становились победителями олимпиад. Так что же, отказать им по этой причине в одарённости?

Как же объективно отбирать наиболее одарённых в математике и других видах интеллектуальной деятельности детей?

Путей решения этой проблемы много. Но хотелось бы остановиться лишь на одном, наиболее реальном, как мне кажется. Методику проведения традиционных олимпиад нужно изменить таким образом, чтобы по их результатам можно было диагностировать все виды интеллектуальной одарённости детей.

Прежде чем описать требования к тексту заданий такой олимпиады и методику её проведения, рассмотрим основные моменты, относящиеся к подготовке и проведению традиционной районной олимпиады. Она, как показывает опыт, — одна из наиболее распространённых форм внешкольной работы по математике.

Основными целями проведения городских (районных) олимпиад являются:

— повышение интереса учащихся к изучению математики;

— выявление наиболее сильных учащихся по математике.

В городских (районных) олимпиадах участвуют победители или призёры школьных олимпиад (согласно положению об олимпиаде). Но могут участвовать и все желающие. В этом случае при определении командного первенства между школами учитываются результаты только трёх лучших учащихся или учащихся, включённых в списки команды от школы.

В последние годы такие олимпиады в большинстве регионов проводятся, как правило, для учащихся 8(9)–11-х классов. Объясняется это следующими причинами:

областные (республиканские) олимпиады проводятся для учащихся 9–11-х классов;

тексты олимпиад приходят в городские (районные) отделы образования только для учащихся 9–11-х классов;

у муниципальных органов управления образованием часто нет необходимых средств для проведения олимпиад в 5–7(8)-х классах.

Будет ли олимпиада интересной, запоминающейся, реализуются ли её цели — это во всём зависит от текста олимпиадной работы.

Тексты олимпиад могут составлять:

**а)** методисты городского (районного) отделов образования с привлечением опытных учителей математики, знающих средний уровень умственного развития учащихся и требования к текстам олимпиад;

**б)** преподаватели кафедр методики преподавания математики;

**в)** работники областных органов управления;

**г)** различные энтузиасты — специалисты, работники клубов «Эврика» и т.п., но под эгидой отдела образования.

## Основные требования к текстам городских (районных) олимпиад

**1. Число заданий в тексте должно быть от 4 до 6 (чаще всего 5).**

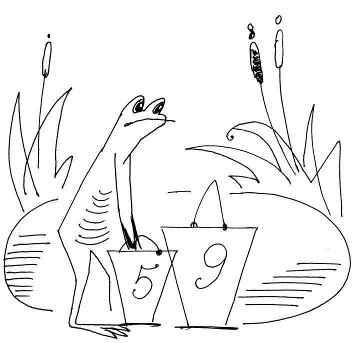
**2. Все задания должны быть расположены в порядке возрастания трудности или сложности.**

**3. Первые 1–2 задания должны быть доступны большинству участников олимпиады.**

В числе их могут быть как наиболее лёгкие «олимпиадные» задачи, так и задачи, соответствующие продвинутому уровню школьных учебников, контрольных работ. Условия задач можно немного изменить. Как показывает практика, подобрать такие задания непросто. Рассмотрим некоторые примеры такого рода заданий:

1) Расставьте числа в порядке убывания (6-й класс).

$$\frac{7}{8};\ \frac{8}{9};\ \frac{9}{10};\ \frac{10}{11}$$




2) Найдите все значения числа $a$, при которых дробь является целым числом (8-й класс).

$$\frac{a+7}{a-4}$$

3) Сколько может быть шестизначных чисел с суммой цифр, равной 2 (5–9-е классы)?

**4. Следующие 2–3 задачи должны быть более трудными, чтобы с ними справилась примерно половина участников.**

Это могут быть задачи, не рассматриваемые на уроках, но с идеями их решения ученики встречались во внеклассной работе, при самостоятельном знакомстве с различными пособиями.

1) Как набрать из озера 8 литров воды, имея девятилитровое и пятилитровое вёдра (5–6-е классы)?

2) Расшифруйте следующую запись примера на сложение, в котором разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым — одинаковые:

$$\begin{array}{c} \text{С П О Р Т} \\ + \\ \underline{\text{С П О Р Т}} \\ \text{К Р О С С} \end{array}$$

(5–6-е классы).

3) Построить график уравнения:

$$|x| + |y| - 3 = 2.$$

(10–11-е классы).

**5. Последние 1–2 задачи могут содержать материал, не изучаемый в школе.**

Это задания, аналогичные задачам областных (республиканских) олимпиад. Данные задания под силу только некоторым из участников.

*Примеры такого рода задач:*

1) В комнате собрались 8 человек. Некоторые из них лгут, а остальные — честные люди, всегда говорящие правду. Один из собравшихся сказал: «Здесь нет ни одного честного человека». Второй сказал: «Здесь не больше одного честного человека». Третий сказал: «Здесь не более двух честных людей» и т.д. до восьмого, который сказал: «Здесь не более семи честных людей». Сколько в комнате честных людей? Ответ обоснуйте.

2) Решите в натуральных числах уравнение:

$$19m + 98n = 1998.$$

3) В каждую клетку квадратной таблицы $25\times25$ вписано произвольным образом одно из чисел 1 или $-1$. Под каждым столбцом пишется произведение всех чисел, стоящих в этом столбце. Справа от каждой строки пишется произведение всех чисел, стоящих в этой строке. Докажите, что сумма 50 написанных произведений не может оказаться равной нулю.

4) Решите уравнение:

$$x^4-7x^3+14x^2-7x+1=0.$$

**6. В качестве предложенных задач должна быть задача, содержащая год проведения олимпиады.**
*Например:*

1) Запишите подряд 22 пятёрки: 5555...5. Поставьте между некоторыми цифрами знаки арифметических действий так, чтобы в результате получилось 2004 (5–6-е классы).

2) Сколькими нулями оканчивается произведение:
$1\times2\times3\times4\times\ldots\times2001\times2002\times2003\times2004$ (7–9-е классы).

3) На какую цифру оканчиваются числа:

а) $1999^{2003}$;

б) $1998^{2004}$ (8-е классы)?

4) Решите в натуральных числах уравнение:

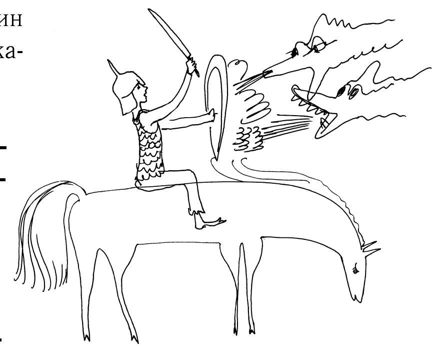
$$x^2-y^2=2002 \text{ (9–11-е классы).}$$

5) Можно ли разбить равносторонний треугольник на 2004 равносторонних треугольника (возможно, не всех равных между собой)? Если можно, то как? Если нет, то объясните, почему (9–11-е классы)?

**7. В 5–6-х классах в текст необходимо включать 1–2 занимательные задачи.**
*Например:*

До царя Гороха дошла молва, что кто-то из троих богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал богатырям явиться ко двору, и молвили они:
Илья Муромец: «Змея убил Добрыня Никитич».
Добрыня Никитич: «Змея убил Алёша Попович».
Алеша Попович: «Я убил змея».

При этом оказалось, что один из них сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея?



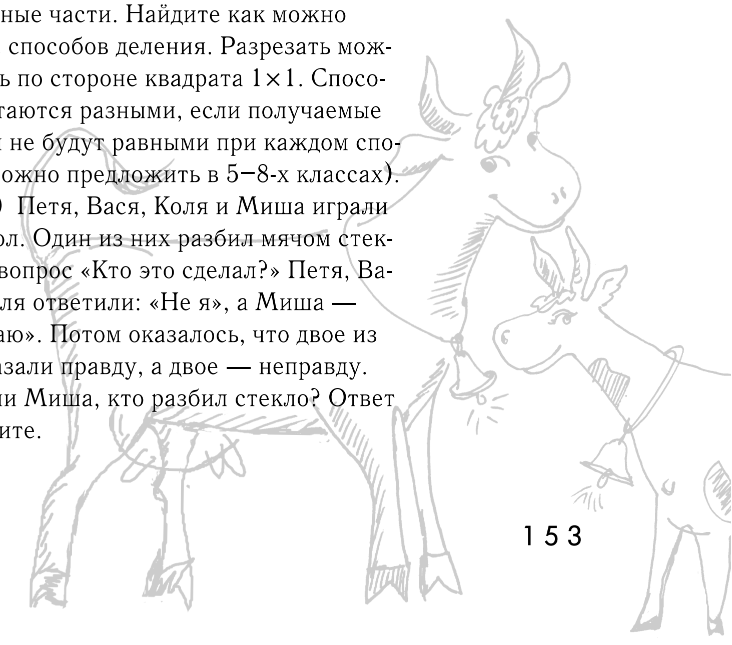
**8. Включаемые задачи должны быть как из разных разделов школьного курса математики (не должно быть двух текстовых задач, двух уравнений и т.п.), так и чисто «олимпиадные» (использующие специальные методы решения).** При их решении должны применяться различные приёмы, идеи. *При включении в текст задач, использующих программный материал, необходимо быть особенно осторожным,* ведь один и тот же материал может изучаться по различным учебникам не только в разное время учебного года, но и в разных классах.

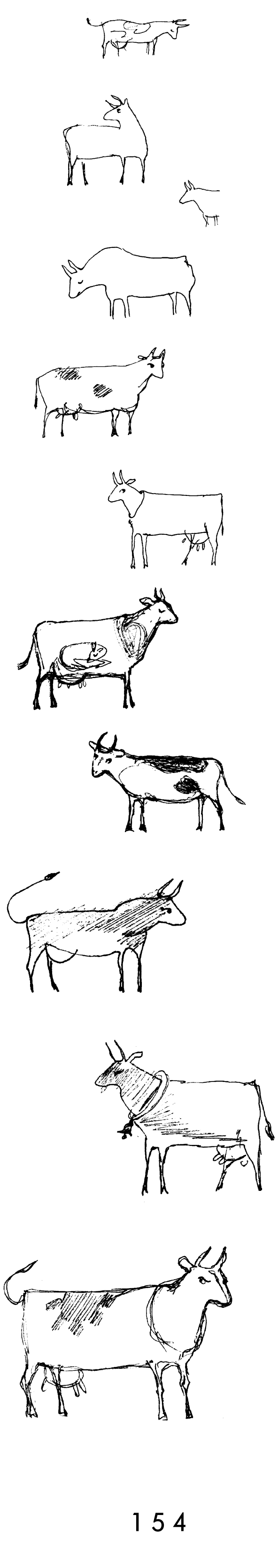
**9. В текстах олимпиад для различных классов могут быть как одинаковые задачи, так и задачи, использующие одну идею, но с постепенным усложнением от класса к классу.**
*Например:*

1) (Задача Ньютона). Трава на всём лугу растёт одинаково быстро и густо. Известно, что 70 коров поели бы её за 24 дня, а 30 коров — за 60 дней. Сколько коров поели бы всю траву за 96 дней? (Предполагается, что коровы поедают траву равномерно. Можно предложить в 9–11-х классах.)

2) Разделите прямоугольник $3\times4$ на две равные части. Найдите как можно больше способов деления. Разрезать можно лишь по стороне квадрата $1\times1$. Способы считаются разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе (можно предложить в 5–8-х классах).

3) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша — «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое — неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло? Ответ объясните.





4) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Кто-то разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» пятеро свидетелей ответили так.
Первый: «То ли Петя, то ли Вася».
Второй: «То ли Петя, то ли Коля».
Третий: «То ли Коля, то ли Миша».
Четвёртый: «То ли Миша, то ли Вася».
Пятый: «Не знаю».

Потом оказалось, что трое из свидетелей сказали правду, а двое — неправду. Знал ли пятый свидетель, кто разбил стекло? Ответ объясните.

5) Петя, Коля, Вася, Саша и Вова играли в футбол. Кто-то из ребят разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» они ответили так.
Коля: «Это не я и не Петя».
Петя: «Это не я и не Саша».
Вася: «Это не я и не Петя».
Саша: «Это Коля или Вова».
Вова: «Не знаю».

Потом оказалось, что двое из ребят сказали правду, а двое — неправду. Знал ли Вова, кто разбил стекло? Ответ объясните.

(Задачи 3, 4 и 5 можно предложить соответственно в 5–7-х классах.)

**10. Так как различные районы (города) одной области (республики) могут сильно отличаться по уровню обученности и обучаемости учащихся, то жюри городской (районной) олимпиады должно иметь право вносить изменения в рекомендованные вышестоящими органами управления тексты олимпиад.**

Это может быть как упрощение, так и усложнение текста олимпиады.

Конечно, могут быть и другие требования к текстам городских (районных) олимпиад.

В качестве примера текста олимпиады, удовлетворяющего большинству требований, рассмотрим текст олимпиады, проведённой в городе Коряжма Архангельской области в 2000 г. в 5-м классе.

1) Найти значение выражения:

$$2000 - 1999 + 1998 - 1997 - ... + 2 - 1.$$

2) Расшифруйте пример:

$$\begin{array}{r} \text{А} \\ +\ \text{ББ} \\ \text{А} \\ \hline \text{ССС} \end{array}$$

3) Разделите прямоугольник $3 \times 4$ на две равные части. Найдите как можно больше способов деления. Разрезать можно лишь по стороне квадрата $1 \times 1$ и способы считаются разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе.

4) Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович вступили в бой с великанами. Получив по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанёс Илья Муромец — 7, меньше всех Алёша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

5) Митя, Сеня, Толя, Юра и Костя пошли на концерт и встали в очередь в билетную кассу. Если бы Митя встал посередине очереди, то он бы оказался между Сеней и Костей, а если бы Митя встал в конец очереди, то рядом с ним мог быть Юра, но Митя встал впереди всех своих товарищей. Кто за кем стоит?

Задания городских (районных) олимпиад в последние годы оцениваются по единым нормам. Каждое задание оценивается, исходя из 7 баллов. Причём 7 баллов ставятся за верное решение, а 6 баллов — за верное решение с недочётами. 4–5 баллов ставятся за верное в целом решение, но содержащее непринципиальные ошибки. 1–3 балла рекомендуется ставить за неверное в целом решение, но есть более или менее существенное продвижение в верном направлении. И 0 баллов необходимо ставить за неверное решение или его отсутствие. Жюри должно знать, что задание не может оцениваться дробным числом баллов: 0,8; 4,5 и т.п.

Начинать проверку выполнения заданий необходимо с выяснения принципиального вопроса: верно ли решена задача (тогда ставятся 4–7 баллов) или она решена неверно (оценивается от 0 до 3 баллов).

Решение считается неполным, если ученик нашёл не все способы, рассмотрел не все возможные варианты решения, но большинство из них. Исправления в решениях не учитываются, но учитывается оригинальность решения. Вычислительные ошибки в логических задачах не считаются принципиальными ошибками. Жюри желательно рассматривать и черновики.

Отличие олимпиад от спортивных соревнований в том, что здесь победителей и призёров может быть не по одному на параллель. Как бы жюри ни оценивало выполнение заданий, от субъективного мнения членов жюри избавиться трудно. Поэтому можно рекомендовать следующие примерные границы для определения победителей и призёров олимпиад.

Первое место следует присуждать учащимся, набравшим более 75 (60%) баллов от максимально возможного; второе место — участникам, которые набрали 60–75 (50–60)%; и третье место присуждать тем, кто набрал 50–60 (40–50)% от максимального числа баллов. Всего победителей и призёров может быть от 10 до 30 процентов от общего числа участников олимпиады. Желательно поощрять отдельных участников за оригинальные решения некоторых задач.

В тот же день необходимо провести награждение победителей (это особенно касается районного тура). Пока жюри проверяет работы, участникам нужно предложить развлекательную программу.

## Основные требования к методике проведения многоуровневых олимпиад по математике

**1. Продолжительность самой олимпиады желательно оставить такой же, но между её этапами сделать небольшие перерывы: 10–15 минут.**
Во время перерыва учащиеся отдыхают, а члены жюри приступают к проверке работ учащихся. В аудитории остаются два организатора.

**2. Этапов предлагается три.**

*На первом этапе*
проверяется умение решать школьные задачи на скорость, здесь проверяются быстрота, гибкость мышления. Предлагаемые типы задач определяются материалом, которым овладели учащиеся к этому моменту. Это могут быть задачи на вычисления, на решение уравнений, текстовые задачи и т.д. Но особенность предлагаемых задач в том, что они не все являются однотипными. 3–4 задачи могут быть одного типа, например, на нахождение производной, а следующая — на нахождение первообразной. Или — три задачи на нахождение процентов, решаемые с помощью деления, а четвёртая — тоже на проценты, но решаемая с помощью действия умножения. Задачи необходимо предлагать нетрудные, уровня стандартов, число предлагаемых задач должно быть таким, чтобы самый сильный учащийся мог решить их за 30–60 минут. Конечно, необходимо заранее проверить возможность решения подобранных задач за предлагаемое время. Данный этап лучше оценивать по ответам. Если на втором этапе будет предложено 2–3 задачи, то на первом можно предложить 7 (14; 21). В этом случае оценивать правильность решения каждой задачи лучше 1 или 2 баллами. Последним заданием на первом этапе может быть: «Найти несколько способов решения задачи». В качестве задач можно предложить:

1. Брату с сестрой вместе 24 года. $^2/_3$ от числа лет брата равны $^2/_5$ числа лет сестры. Сколько лет брату?

2. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1.

3. В ряд выписано 12 девяток: 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9. Поставьте между ними знаки: +, –, :, ×, скобки так, чтобы получилось число 2000.

За каждый найденный правильный способ решения давать от 1 до 3 баллов в зависимости от числа задач на первом этапе, оцениваемых в 1 (2) балла, и сложности последней предложенной задачи.

*На втором этапе*
предлагаются чисто олимпиадные задачи. Причём это должны быть задачи, для решения которых нужно использовать различные идеи, методы решения. Они должны быть взяты из разных разделов математики: арифметики, геометрии, алгебры, тригонометрии. Можно включить в задания этого этапа и задачи на логику, комбинаторику. Число задач не должно превышать двух в 5–6-х классах и трёх — в 7–11-х классах. Их решение оценивается по семибалльной шкале. Время на решение отводится в зависимости от возраста участников: 1–2,5 часа.

*На третьем этапе*
участникам предлагается творческая задача — провести мини-исследование, разработать что-либо. Целью данного задания является диагностика исследовательских умений школьников. В качестве заданий на проведение мини-исследований могут быть предложены следующие:

1. Выясните, какие треугольники можно разбить на два равнобедренных (8–10-е классы).

2. На сторонах параллелограмма ABCD построили равносторонние треугольники ABK, BCL, CDM и DAN. Выясните, какой вид имеет четырёхугольник KLMN. Какой вид будет иметь четырёхугольник KLMN, если ABCD будет:

а) прямоугольником; б) ромбом; в) квадратом (8–10-е классы).

3. Придумайте восемь натуральных различных чисел, из которых ровно два делятся на 2, ровно три делятся на 3, ровно пять делятся на 5 и ровно семь делятся на 7 (5–7-е классы).

4. Составьте задачу с определёнными условиями.

Это наиболее сложный этап, он чем-то напоминает исследование, только проведённое в короткий срок. На третий этап отводится не менее часа, но время можно и не ограничивать. Не все участники смогут пройти этот этап. Максимальную оценку за правильное решение можно оставить той же — 14 или 21 балл.

**3. Примерный текст олимпиадной работы может иметь такой вид:**

*1-й блок (30 минут)*
Решите предложенные вам задачи и запишите полученные вами ответы в соответствующие клетки таблицы. (Правильное решение каждой задачи оценивается в 1 балл.)

Найдите как можно больше способов решения предложенной вам задачи.

(За каждый верный способ решения вы получаете по 2 балла.)

*2-й блок (45 минут)*
Решите предложенные задачи. Верное решение каждой из задач оценивается в 7 баллов.

*3-й блок (60 минут)*
Решите задачу. Максимально возможное число баллов за выполнение данного задания равно 14.

**4. Так как это необычная многоуровневая олимпиада, то и поощрения можно сделать необычными.**
Кроме победителей и призёров всей олимпиады, надо отметить и победителей каждого её этапа.

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы. Проведение многоуровневой олимпиады:
1) позволит более объективно выделить наиболее способных учащихся по математике, так как предлагаться будут различные виды математических задач;
2) время такой олимпиады не превысит продолжительность традиционной математической олимпиады;
3) члены жюри быстрее смогут проверить решения участников, так как проверка начинается сразу после окончания первого этапа. Участники в это время смогут отдохнуть и набраться сил для участия в следующих этапах;
4) благодаря разноуровневости и разнонаправленности заданий для участников, обладающих разными интеллектуальными качествами, всегда сохраняется возможность проявить свои способности и набрать на олимпиаде определённое число баллов. НО