

Развитие пространственных представлений школьников

Н.С. Кудаква

Знания о пространстве формируются у людей в течение жизни, в том числе в процессе школьного обучения. Вместе с накоплением знаний об окружающем человека пространстве при обучении геометрии, физике и другим учебным предметам у учащихся формируются пространственные представления, развивается пространственное воображение.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил выделить основные компоненты пространственных представлений школьников, необходимые для полноценного математического образования и эффективного интеллектуального развития: представления о *форме* геометрических фигур, представления о взаимосвязях элементов геометрических фигур и представления об *отношениях* геометрических фигур (схема 1). Традиционные методики ориентируют учителя в основном на первую и последнюю составляющие, что и приводит в конечном счёте лишь к количественному росту образной базы геометрических представлений. Однако качественное обогащение образного мира школьника, изучающего математику, сопряжено с формированием представлений о взаимосвязях элементов геометрических фигур, которые и определяют свойства, присущие этим фигурам, что находит отражение в формулировках определений, теорем и аксиом. Поэтому необходимо развивать геометрический кругозор учащихся и их знания о всех составляющих компонентах пространственных представлений.

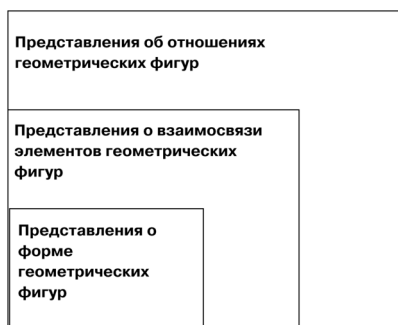


Схема 1

По мнению А.Д. Александрова [1], существенным достоинством геометрии является то, что она даёт наглядную опору логическому мышлению. Действия с абстрактными понятиями опосредуются действиями с геометрическими объектами. Геометрические объекты служат тем основным материалом, на котором создаются пространственные образы и происходит оперирование ими. Создание образов обеспечивает накопление представлений, которые по отношению к мышлению являются исходной базой. Обогащение образного мира, расширение геометрического кругозора, развитие чувства формы, геометрического видения, пространственных представлений в младшем школьном возрасте не может происходить иначе, как на **наглядно-действенной** основе. Наглядной — потому, что непосредственное созерцание геометрических форм должно предшествовать формированию абстрактных понятий; действенной — потому, что практические действия с геометрическими объектами отвечают активной природе ребёнка, его естественным запросам. Объекты в статичном состоянии обогащают образный мир ребёнка, но способствуют лишь количественному накоплению образов. Движения геометрических объектов, в отличие от их статичных состояний, вскрывают качественные характеристики образов, демонстрируют возможные изменения и взаимосвязи объектов и их элементов. Движения, способствующие обогащению образного мира учащихся, развитию их пространственных представлений, будем различать по доминирующей роли человеческого органа, непосредственно участвующего в их совершении, будь то рука, глаз или мыслительный центр.

1. В тех случаях, когда производится составление геометрических фигур из простейших фигурок, счётных палочек, игральные фишек или каких-либо иных предметов, изменение в исходной ситуации производится непосредственно **рукой** ребёнка. Перебирая различные варианты приставления, соединения, перегибания или складывания, она приводит в движение материальные объекты, различные сочетания которых определяют контуры геометрических фигур.

Рука, приводящая в движение предметы материального мира, работает не сама по себе, не произвольно и не спонтанно. В каждом конкретном случае она выполняет команды, поступающие из мозга, который, в свою очередь, получает информацию от зрительного (чувственного) анализатора, перерабатывает её и тем самым направляет и корректирует движение. При этом сигналы, поступающие в мыслительный центр и обратно, к руке, кратковременны.

Используемые в обучении математике движения подобного вида целесообразно именовать *движениями мануального типа*.

Движения мануального типа широко используются на начальных этапах изучения школьной математики. Например, при изучении видов углов движения мануального типа легко продемонстрировать даже на простейшем наглядном геометрическом пособии — нити.

Ученик, придерживая рукой нить в точке С, перемещает конец В (*рис. 1*).

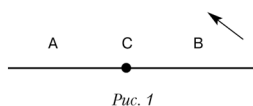


Рис. 1

Становится возможным изучение нового для детей геометрического объекта — угла, его вершины, сторон, величины угла. Вращая половину нити СВ вокруг точки С, ученик наблюдает, как изменяется угол: становится всё меньше, делается острым и, наконец, совсем исчезает, когда сторона СВ совпадает со стороной СА (*рис. 2*). Вращая половину нити вокруг точки, ученики получают представление об увеличении и уменьшении угла, о видах углов: остром, прямом, тупом и развёрнутом, могут сравнивать углы по величине (не смешивая понятия величины угла с понятием длин его сторон) [2].

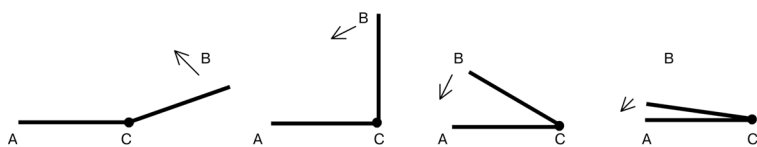


Рис. 2

Ясное и правильное представление об элементарных геометрических фигурах и их свойствах, исключающее возможность бессмысленного заучивания соответствующих определений или формулировок, дают школьникам геопланы. Построение и преобразование геометрических фигур на **геоплане** осуществляется при помощи эластичных шнуров. Это не только вызывает неподдельный интерес у учащихся разных возрастов, но и даёт им возможность самовыражения, воплощения своих мыслей и действий в некую математическую ситуацию, отвечающую условиям задачи или тем образам (представлениям), которые ассоциируются с рассматриваемыми объектами или их отношениями. Возможность быстрого изменения положения фигур, их формы и размеров путём растяжения или сжатия эластичных шнуров, переноса петель, достраивания элементов и т.п. привлекает учащихся, обеспечивает их двигательную и умственную активность, позволяет каждому ученику проводить поиск закономерностей, различных способов преобразования фигур, изучаемых в школьном курсе математики [3, с. 132]. Геоплан даёт возможность преобразовывать геометрические фигуры. Например, можно перейти от треугольника к параллелограмму и трапеции, перемещая при этом одну из его вершин (*рис. 3*).

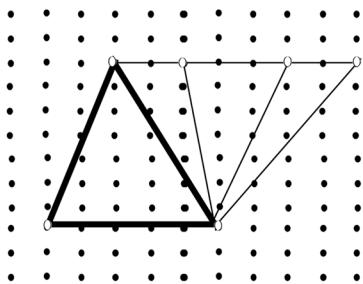


Рис. 3

2. Движение может быть инициировано **глазом**, по тем «следам» в виде точек, очертаний или силуэтов, заданных визуально, которые определяют и направление этого движения, и характер изменения рассматриваемой геометрической ситуации. Движение возникает как результат перемещения взгляда, скользящего по обозначенным ориентирам, определяющим его специфическую траекторию, и прослеживающего весь динамизм изменений. Такое движение вскрывает логику изменений геометрических фигур, взаимосвязь линий и контуров, выявляет соотношения геометрических фигур и величин. Тем самым исходное статичное изображение превращается в динамичное. Очевидно, что произвольного или хаотичного движения глаза по отдельным фиксированным положениям геометрических фигур тут явно недостаточно. Без деятельного участия мозга, без домысливания всего того, что скрыто от глаза, невозможно постижение сути всей динамической картины. Мышление не только «опредмечивает» информацию зрительного органа, оно организует и направляет само движение глаза.

Используемые в обучении математике движения подобного вида целесообразно именовать *движениями визуального типа*.

Для обнаружения и визуализации взаимосвязей элементов геометрических фигур, определяющих те или иные их свойства и формирующих у ребёнка соответствующие представления, целесообразно использовать так называемые **динамические картинки** (рис. 4–7). Они включают *исходное положение* геометрического объекта — некий его статичный образ, соответствующий первому уровню сформированности геометрических представлений. Например, смежные углы (рис. 4), равнобедренный треугольник (рис. 5), угол (рис. 6), треугольник с опущенной на его основание высотой (рис. 7). Необходимым атрибутом динамической картинки является процесс движения одного или нескольких элементов исходной фигуры, по ходу которого вскрываются необходимые взаимосвязи. Направление движения указывается стрелкой, а его характер на рисунке может быть отражён посредством следов в виде точек, контуров и т.п., которые характеризуют промежуточные положения в процессе изменений геометрического объекта. Например, на рисунке 4 представлен поворот одной из сторон смежных углов против часовой стрелки, на рисунке 5 — перемещение вершины треугольника по перпендикуляру к его основанию, на рисунке 6 — движение точки по биссектрисе угла от его вершины, на рисунке 7 — поворот одной из сторон треугольника.

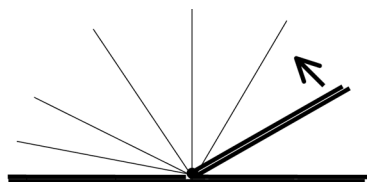


Рис. 4

Переход геометрической фигуры из одного положения в другое есть *динамическое событие*. Оно состоит из более мелких событий, которые не представлены визуально, но по характеру изменения объекта можно судить об их существовании. Совокупность динамических

событий, позволяющая проследить все характерные изменения геометрического объекта, представляет собой целостную динамическую картину.

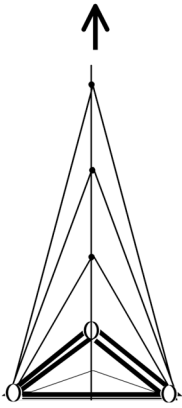


Рис. 5.

Так, на рисунке 4 отражена взаимосвязь смежных углов (если величина одного из них увеличивается, то величина другого — уменьшается, а в сумме они дают развёрнутый угол), на рисунке 5 — взаимосвязь углов треугольника (если изменять величину одного из них, то будут меняться и величины других углов), на рисунке 6 — взаимосвязь точек биссектрисы угла с его сторонами (если изменять расположение точки на биссектрисе угла, то будут изменяться длины перпендикуляров, опущенных к сторонам угла), на рисунке 7 — взаимосвязь величины одного из углов треугольника с расположением его высоты (если изменять величину угла при основании треугольника, то будет изменяться расположение высоты, опущенной к этому основанию).

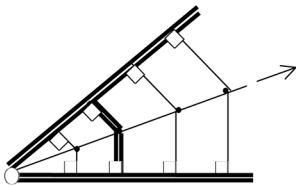


Рис. 6

При рассмотрении динамической картинке взгляд «обегаёт» контуры всего изображения сначала хаотично, пока происходит восприятие запечатлённой на нём ситуации, а затем — в соответствии с характером заданного движения, отслеживая все те состояния фигуры, которые не представлены визуалью, и вскрывая при деятельном участии мышления весь динамизм картины. Для более яркого восприятия наиболее значимые элементы геометрических фигур, определяющие важные взаимосвязи, полезно каким-либо образом выделять (толщиной линий, их цветом и т.п.).

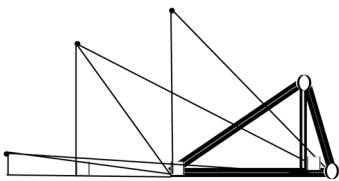


Рис. 7

Промежуточные положения геометрического объекта, преобразование которого отражено на динамической картинке, позволяют учащимся фиксировать изменения, вызванные движением одного или нескольких элементов. Среди всех положений движущегося элемента

геометрической фигуры мы выделяем особые положения и предельные положения. Особые положения соответствуют частным случаям, характерным для геометрического объекта, представленного на динамической картинке. Так, особым положением поворачиваемой стороны смежного угла (рис. 4) будет такое, когда она станет перпендикулярной к другой его стороне. В этом случае смежные углы равны друг другу. Особым положением вершины треугольника (рис. 5) будет, например, положение, при котором треугольник станет равнобедренным или прямоугольным и т.д. Особых положений на динамической картинке может быть одно, два или несколько. Чем больше таких положений, тем богаче эта картинка по своему содержанию.

Предельные положения имеют ещё большее значение, чем особые. Они характеризуют качественные скачки тех изменений, которые отражаются динамической картинкой. Многообразие конкретных значений наблюдаемых взаимосвязей обеспечивает переход в качественно иное, абстрактное состояние, отражающее определённое свойство геометрического объекта. Так, для динамической картинки, представленной на рисунке 5, предельных положений два — нижнее и верхнее. В первом случае каждый из углов при основании становится равным нулю, а третий угол треугольника — развёрнутому. Во втором случае углы при основании становятся равными прямому углу, а третий угол — нулю. И в первом, и во втором случае вскрывается взаимосвязь, отражённая в свойстве суммы внутренних углов треугольника. Предельных положений, так же как и особых, может быть несколько. Они тоже обогащают содержание динамической картинки.

При практическом использовании динамических картинок полезно изображать их на отдельных листах в виде учебно-тренировочных карт.

3. Движения, вскрывающие взаимосвязи элементов геометрических фигур, могут быть инициированы **воображением**, т.е. быть продуктом только психической деятельности.

Используемые в обучении математике движения данного рода целесообразно именовать *движениями воображаемого типа*.

Если движения мануального типа определяют изменения геометрических фигур, происходящие непосредственно в момент их выполнения, а движения визуального типа восстанавливают специфику изменений, произошедших ранее, то движения третьего типа вскрывают характеристики возможных преобразований. Они не связаны непосредственно ни с движениями руки, ни с движениями глаза. Изменения, происходящие в воображаемой человеком картине, инициируются многими психическими процессами, ведущее среди которых — мышление.

Движения воображаемого типа обладают наибольшим потенциалом для развития пространственных представлений школьников. Они применимы на всех этапах обучения геометрии в общеобразовательной школе, но доминирующими становятся только в старшем школьном звене.

Можно выстроить иерархию всех типов движений, способствующих обогащению образного мира детей, развитию их пространственных представлений. При этом базовыми будут движения мануального типа. В силу психологических особенностей младших школьников именно они являются доминирующими при ознакомлении с элементами геометрии. К наивысшему уровню относятся движения воображаемого типа. Они становятся доминирующими в процессе развития пространственных представлений у школьников в старшем школьном звене. Движения визуального типа являются промежуточными. Когда же движения одного типа совершаются в непосредственном взаимодействии с движениями другого, то можно говорить о возникающих разновидностях, таких, как движения воображаемо-визуального, воображаемо-мануального, визуально-мануального, мануально-визуального типов.

Литература

1. Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3.

2. *Карасёв П.А.* Элементы наглядной геометрии в школе: Пособие для учителя. М.: Учпедгиз, 1955.

3. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика /Сост. В.А. Оганесян, Г.Л. Луканкин и др. М.: Просвещение, 1985.