Создание образных моделей для арифметических действий инструментами ТРИЗ

С.В. Ефремов

Необходимость новых методик, приёмов, упражнений в обучении возникает тогда, когда в школе у детей появляются затруднения. Учебные проблемы в начальных классах по математике обычно выражаются словами: «Дети плохо считают».

С такой формулировкой проблемы не решишь. Чтобы с ней справиться, нужно, как говорится в ТРИЗ, **привести проблемную ситуацию к мини-задаче.** Предлагаю вам с помощью инструментов ТРИЗ проделать это для данной проблемы.

Под понятием «считать» в начальной школе подразумевается умение производить арифметические действия в уме в пределах сотни.

Шаг 1. Определить, какими путями закладывается это умение: действиями с количественными образами; действиями с числами и цифрами.

Первый путь стал основой программ раннего развития детей в институте им. И. Томаса (США) [3]. По нему Б.П. Никитин сделал игру «Точечки» [4].

Суть данного направления в том, что **дети производят умственные математические действия с количеством предметов, а не с обозначающими их числами**.

Второй путь основывается на знании таблиц сложения и умножения. Он наиболее распространён в учебных заведениях с классно-урочной системой обучения. Навык отрабатывается выучиванием таблиц и решением большого количества примеров. Такой путь абстрактен и вызывает у многих детей трудности в заучивании таблиц и в выполнении математических действий.

С данной проблемой хорошо знакомы учителя начальных классов, которые очень часто переводят абстрактные действия с числами в действия с предметами типа «яблок», «конфет» и т.п. То есть переходят на первый путь — на действия с количественными образами.

Шаг 2. Формулируем задачу перехода от первого вида действий ко второму: абстрактные числовые выражения превратить в действия с количественными образами.

Это значит, что абстрактный математический материал должен быть представлен в образной форме. Такая задача решена и решается многими учителями, методистами, учёными, писателями, поэтами, художниками.

Шаг 3. Минимизировать систему, что означает вывести из процесса перехода от абстракций к количествам **учителя. Ученик САМ может превращать абстрактный материал в действия с количественными образами.**

При такой постановке задачи решения принимают вид художественно оформленных рабочих тетрадей для детей.

Шаг 4. Определим, что должно быть в таких рабочих тетрадях, т.е. их содержание: абстрактный материал в виде числовых выражений; образный материал в количественном выражении.

Шаг 5. Работаем по очереди с каждым содержанием.

5.1. Абстрактный материал. Описать его части и требования к ним.

1) Числовые выражения, например: 8 + 7; 11 – 3. Они задаются извне в готовом виде и записываются как данность.

2) Ответ. Он ищется ребёнком и имеет два качества: **правильность, неправильность.**

Правильность решения выражения, как правило, самим ребёнком не определяется. Это делает учитель или ответ примера сверяется с готовым ответом.

5.2. Действуем по правилу ИКР (идеального конечного результата). Это правило требует исключить из системы учителя и готовые ответы, а их функции передать ученикам.

Ученик должен САМ узнать правильность или неправильность своего ответа.

Такой формулировке отвечает действие, называемое «ПРОВЕРКА».

5.3. Определим, какие бывают проверки для арифметических действий.

1) Проверка другим действием. Например, 8 + 7 = 15 проверяется 15 – 8 = 7.

2) Проверка счётом. Дети начинают про себя просчитывать число по одной единице в ту или другую сторону.

3) Проверка заложена в правильном ответе. Например, при умножении на 9:

2 х 9 = 18, 3 х 9 = 27, 4 х 9 = 36. Проверка заключается в том, что сумма цифр ответа равна 9: 1+8, 2+7, 3+6,…

5.4. Сформулируем требование к проверке по правилам ТРИЗ.

ОТВЕТ должен сам показывать правильность решения.

Очевидно, что под эту формулировку подходит только 3-й вид проверки.

5.5. Ужесточим новой формулировкой требования к ОТВЕТУ.

Сделать неправильный ОТВЕТ невозможно.

Шаг 6. Описать требования к образному материалу:

— его можно посчитать;

— его легко и быстро может сделать ученик или иметь в готовом виде.

Шаг 6.1. Выбрать вид образного материала: натуральные и рисованные объекты (яблоки, конфеты, птички и т.п.); пальцы, палочки; простые знаки и фигуры (квадраты, точки, круги, линии и др.).

Выбор делаем по правилу ТРИЗ о «ресурсах», которое гласит:

«Материал должен быть в большом количестве, в готовом виде и легко доступным».

Под эту формулировку подходят следующие образы: **квадраты,** готовые клеточки в тетради; **линии,** вертикальные и горизонтальные в клетчатой тетради; **точки,** на пересечении линий.

Шаг 7. Перейдём к общей формулировке задачи по проблеме: «Арифметические действия с абстрактными числами», согласно шагам 3, 5, 6.

1-й вариант: действия с числами ученики должны превращать в действия с клеточками, линиями, точками. Полученный ответ должен показывать правильность решения.

2-й вариант: Действия с числами ученики должны превращать в действия с клеточками, линиями, точками, при этом нельзя получить неправильный ответ.

Найдём решение задачи по формулировке 1-го варианта.

Шаг 8.

8.1. Превратить ключевое слово формулировки «ПРАВИЛЬНОСТЬ» в «ОБЪЕКТ». Описать её параметры.

Правильность определяется по совпадению результата действия с каким-либо критерием, причём для нашего случая критерий должен находиться в данных решаемого выражения, так как мы уже определились, что нельзя пользоваться подсказками ни учителя, ни учебника. Вспомним критерий для умножения чисел на 9. Это само число 9, получаемое суммированием чисел произведения.

2 х 9 = 18 — проверка 1 + 8 = 9; 3 х 9 = 27 — проверка 2 + 7 = 9, 4 х 9 = 36 — проверка 3 + 6 = 9 и т.д.

Надо найти или создать жёсткую связь ответа с заданными числами.

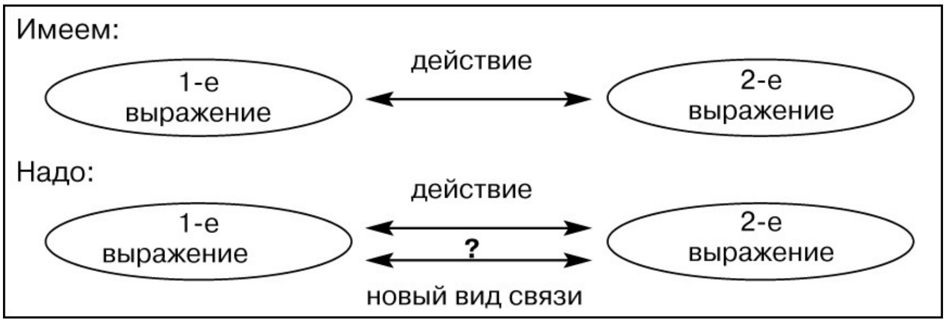
Математики смогли **найти** такую связь для произведений числа 9. Мы не будем искать такие закономерности для других чисел, а **создадим** новые с помощью инструментов ТРИЗ, для решения данной конкретной задачи.

8.2. Создание недостающей связи путём перехода к «БИСИСТЕМЕ».

«БИ» — значит «ДВА». В данном случае наша образная математическая модель должна состоять из двух выражений, причём второе выражение должно показывать правильность решения первого.

Такие системы уже существуют и называются ПРОВЕРКОЙ ВТОРЫМ ДЕЙСТВИЕМ (п. 1 в шаге 5. 3). Их главный недостаток в том, что проверка осуществляется также арифметическим действием: 6 + 4 = 10 — проверка 10 – 4 = 6.

Т.е. вид связи остаётся тем же самым.



8.3. Нахождение нового вида связи.

Вид связи определяется параметрами количественных образов: клеточек, линий, точек и параметрами числового выражения.

8.3.1. Определить параметры количественных образов.

Параметры должны иметь конкретные значения.

Для клеточек это: размер, количество, местоположение. Для линий — размер (длина, единица измерения — одна клеточка), количество, направление, местоположение. Для точек — количество, местоположение. (Размер точки конкретно не определим в единицах измерения.)

Что выбрать? При этом надо учесть, что один из параметров будет использован для связи арифметическими действиями. Для клеточек действия могут производиться с их количеством или размером. Для линий с количеством и размером. Для точек только с количеством.

Дадим формулировки задач для каждого количественного образа.

• **Найти зависимость местоположения клеток от увеличения или уменьшения их количества или размера.**

• **Найти зависимость местоположения и направления линий от увеличения или уменьшения их длины или количества.**

• Найти зависимость местоположения точек от увеличения или уменьшения их количества.

Найти зависимость легче там, где больше параметров и есть готовый математический инструмент. Выбираем вторую формулировку и обращаемся за помощью к векторной геометрии.

Итак, мы выбрали в качестве образного объекта ЛИНИЮ.

Теперь, чтобы создать новую связь, надо определить параметр и его критерий, который будет определять ПРАВИЛЬНОСТЬ решения (см. шаг 8.1).

В нашем распоряжении **местоположение и направление.**

Критерии местоположения: **начало и конец.**

Критерии направления: **лево, право, верх, низ, наискосок под 45 градусов.**

Нагляднее фиксируется совпадение **начала и конца**, чем совпадение направлений.

Тогда задача для создания новой связи будет звучать так: **разработать правила действий с размером и количеством линий, при которых начальное местоположение первого математического выражения совпало бы с конечным местоположением второго выражения.**

Чтобы начало совпало с концом, надо менять направление в зависимости от вида арифметического действия или частей абстрактного выражения.

8.3.2. Определить параметры абстрактного выражения.

• **арифметическое действие или названия частей:** слагаемые, уменьшаемое, вычитаемое, сумма, разность, множимое, множитель, произведение, делимое, делитель, частное;

• **количество частей;**

• **конкретные числа.**

Например, для выражения 4 + 7 = 11.

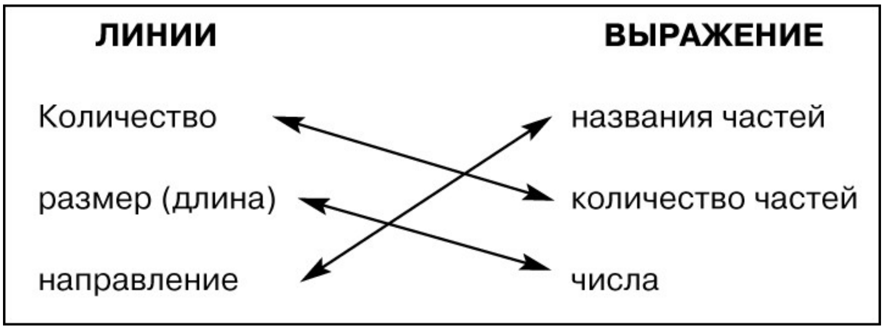
Названия:

слагаемые и сумма,

количество частей: 3 — два слагаемых и одна сумма,

числа: 4, 7, 11.

8.3.3. Связать параметры ЛИНИЙ с параметрами числового выражения.



Местоположение у нас выбрано для определения ПРАВИЛЬНОСТИ ответа.

Очевидное решение: заменять количество частей на количество линий, числа на длину линий, а названия частей или действия на направления.

8.3.4. Сформулировать задачу для связи двух выражений, преобразованных в ЛИНИИ: выбрать начало линий и их направления по названиям 1-го выражения так, чтобы направления и длина линий 2-го выражения привели в исходную точку.

В таком описании задачу можно привести к геометрическому виду и решать с помощью математических инструментов.

Автором была найдена геометрическая модель выражений вида: a + b = c; a - b = c.

Рассмотрим их по отдельности. Модели строятся на тетрадном листе в клетку.

1) **a + b = c**

Обозначения согласно шагу 8.3.3.

a — первое слагаемое: длина линии — **a** клеточек, направление слева направо

←

b — второе слагаемое: длина линии — **b** клеточек, направление снизу вверх

↑

c — сумма: длина линии — **c** клеточек, направление сверху вниз, слева направо под углом 45 градусов.

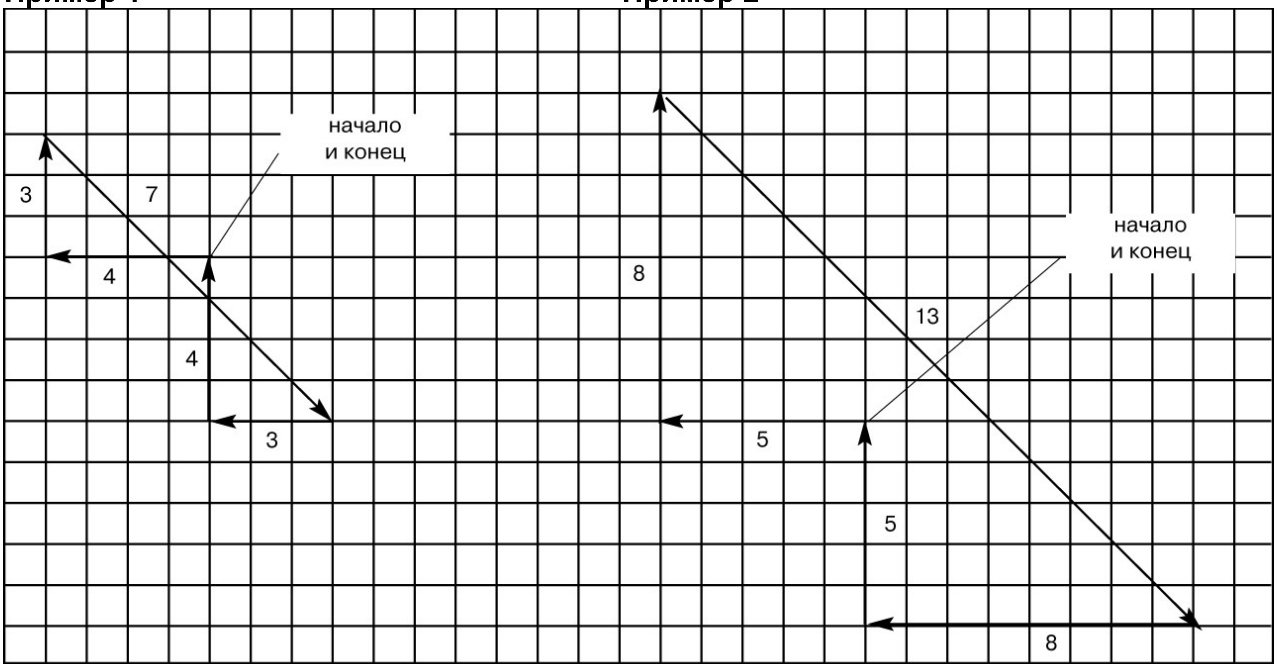
Проверочное выражение **b + a = c**

Для **b** направление слева направо, а для **a** снизу вверх.

Сумма **c** не записывается. Если она была правильно посчитана в 1-м выражении, то конец второго слагаемого должен попасть в начало первого выражения.

Пример 1 (рис. ниже):4 + 3 = 7 — проверка 3 + 4; Пример 2: 5 + 8 = 13 — проверка 8 + 5.

Пример 1 **Пример 2**



Если решение не верно, то начало и конец не сойдутся в одной точке.

2) a – b = c

Обозначения согласно шагу 8.3.3.

a — уменьшаемое: длина линии — **a** клеточек, направление вниз под углом 45^0

b — вычитаемое: длина линии — **b** клеточек, направление слева направо

c — разность: длина линии— **c** клеточек, направление сверху вниз.

Проверочное выражение **c + b = a**

Для **c** — направление слева направо, а для **b** снизу вверх.

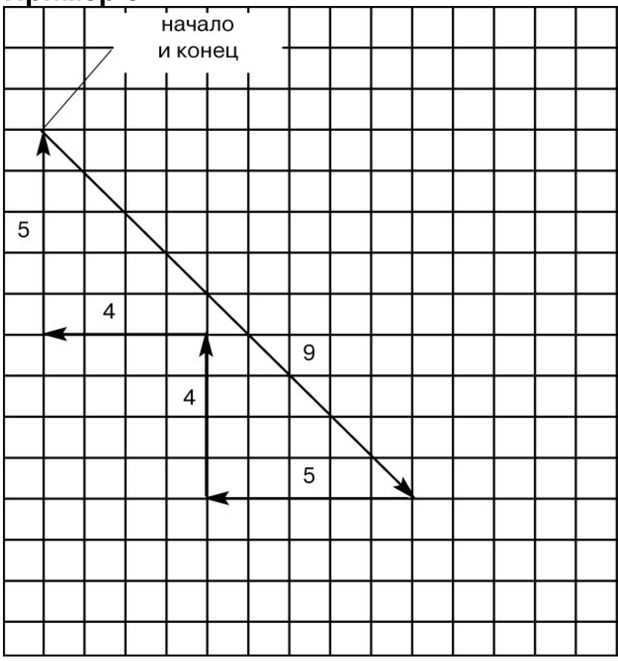
Сумма **a** не записывается.

Если разность 1-го выражения была правильно посчитана, то конец второго слагаемого должен попасть в начало первого выражения.

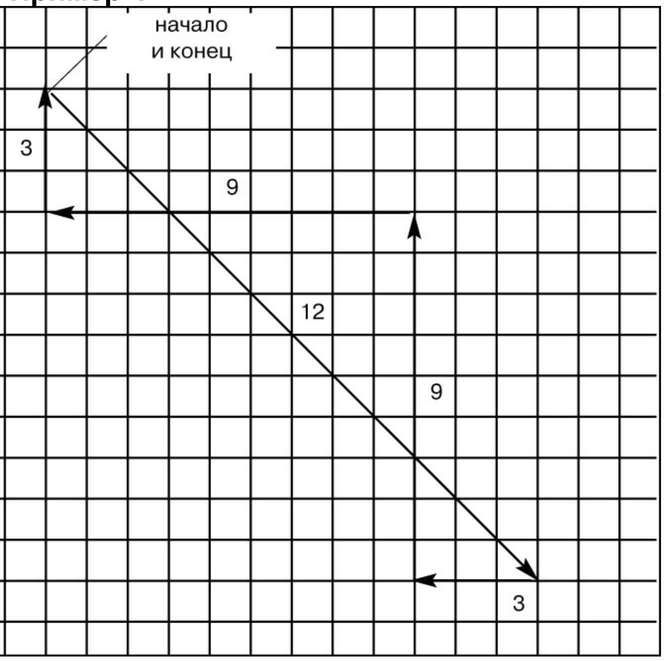
Пример 3 (рис. ниже):9 – 5 = 4 — проверка 4 + 5; Пример 4: 12 – 3 = 9 — проверка 9 + 3.

Если решение не верно, то начало уменьшаемого и конец второго слагаемого не сойдутся в одной точке.

Пример 3



Пример 4



Эту линейную модель желательно использовать для чисел не более 20, так как отрезки становятся очень длинными и неудобными для рисования и счёта.

Для больших чисел надо переходить к «ПОЛИСИСТЕМЕ», системе из многих выражений и двухвекторному обозначению двухзначных чисел.

Уважаемые коллеги, кто заинтересовался этой моделью и захочет её использовать в своей работе, может обращаться к автору по электронной почте: efremov@post.rzn.ru

Литература

1. *Альтшуллер Г.С., Злотин Б.Л., Зусман А.В., Филатов В.И.* Поиск новых идей: от озарения к технологии. Кишинёв, 1989.
2. *Доман Г., Доман Д.* Дошкольное обучение ребёнка. М.: Аквариум, 1995.
3. *Никитин Б.П.* Ступеньки творчества, или Развивающие игры. М.: Просвещение, 1991.
4. *Голицына Е.Б.* Цветные примеры //Карапуз. 1997. № 16.
5. *Ефремов С.В.* Таблица умножения Ефремова. Рязань: Пресса, 2000.