

ПРИНЦИП ПРИРОДОСООБРАЗНОСТИ и преподавание математики в школе

Ольга Леонидовна Янушкявичене,

профессор Литовского эдукологического университета (г. Вильнюс),
Православного Свято-Тихоновского гуманитарного университета (г. Москва)
e-mail: olgjan@zebra.lt

Алексей Михайлович Кушнир,

кандидат психологических наук, научный руководитель,
НИИ школьных технологий (г. Москва)
e-mail: kushnir-narobr@yandex.ru

Романас Владиславович Янушкявичюс,

профессор Литовского эдукологического университета,
доктор физико-математических наук (г. Вильнюс)
e-mail: romanus.januskevicius@leu.lt

Надежда Григорьевна Храмова,

доцент Российского православного университета (г. Москва)
e-mail: nadezhda.hrarmova@gmail.com

Галина Александровна Браницкая,

аспирантка Московского педагогического государственного университета,
e-mail: gouttiere@list.ru

Несмотря на то, что принцип природосообразности как базовый методологический постулат сформулирован Я.А. Коменским почти 400 лет назад, современная школа не располагает хотя бы одним учебно-методическим комплексом, хотя бы в одной предметной области, который был бы спроектирован на его основе.

Что значит проектировать содержание, методы и прочий инструментарий обучения на основе принципа природосообразности? В наиболее общем виде это значит, что обучение в любой своей составляющей должно быть гармонизировано с закономерностями человеческой природы, не должно ломать, преодолевать, искоренять, менять человеческое в ребёнке.

- принцип природосообразности • развитие мышления • образное мышление
- логическое мышление • начальные классы • преподавание математики

Природа человека изучается всеми человековедческими науками, но наиболее очевидное значение для обучения имеют закономерности, открытые и описанные в психологии, психофизиологии, нейропсихологии. Согласно принципу природосообразности, для того чтобы

обеспечить адекватность обучения закономерностям психогенеза, надо положить эти закономерности в основание всей учебно-методической конструкции. В реальности же гораздо чаще происходит другое: о закономерностях просто не вспоминают,

а возрастные, индивидуальные или психологические особенности только учитывают. Предметники-методисты, авторы учебников, да и преподаватели-практики отводят этим «особенностям» важное второстепенное место. О них можно поговорить, но в основании учебно-методического комплекса им места нет. Там прочно обосновалась научная парадигма предмета. Это и называется предметоцентризмом! Но это означает, что в подавляющем большинстве существующие УМК воздействуют на ребёнка разрушительно.

В частности, с закономерностями психогенеза не всегда согласован процесс создания учебников.

В качестве примера рассмотрим соответствие материалов одного из популярных учебников математики для 1-го класса закономерностям развития мышления ребёнка этого возраста. В своих построениях опирались на ставшие уже классикой работы Л.С. Выготского¹ и Ж. Пиаже².

Л.С. Выготский³ писал, что понятийное мышление, однако ещё несовершенное, появляется у подростков 11–14 лет. Первичные понятия сформированы на базе житейского опыта и не подкреплены научными данными. Совершенные понятия формируются лишь в юношеском возрасте, когда использование теоретических положений позволяет выйти за пределы собственного опыта.

Итак, мышление развивается от конкретных образов к совершенным понятиям, обозначаемым словом.

Ребёнок и математика

Дети младшего школьного возраста, как правило, при формулировке вопроса представляют себе реальную ситуацию и как бы действуют в этой ситуации. Такое мышление, в котором решение задачи происходит в результате внутренних действий с представлениями и образами, называется наглядно-образным. Его функ-

ции связаны с представлением ситуаций и изменений в них. Наглядно-образное — основной вид мышления в младшем школьном возрасте. Словесно выражённую мысль, не имеющую опоры в наглядных представлениях, этим детям понять бывает трудно.

Например, ученику говорят: «Вот два яблока. Если к ним прибавить третье, получится три яблока». Потом слово «яблоко» убирается и пишется « $2+1=3$ ». Но ребёнок понимает, что под этими символами подразумеваются конкретные предметы — яблоки. И тогда цифра, сама по себе представляющая значительный уровень абстракции, всё-таки наполняется конкретным смыслом, имеет образное основание. Для младших школьников предпочтительны текстовые и рисуночные задачи, в которых есть целостность, и понятие числа опирается на конкретные образы предметов.

Для ребёнка цифры обозначают число, и постепенно он к ним привыкает, у него развивается абстрактное мышление, а затем, по Выготскому⁴, в среднем школьном звене ребёнок переходит к пониманию абстрактного понятия числа и может адекватно для его обозначения использовать абстрактное обозначение (например, «х»). Но нельзя опережать события! «Ребёнок должен как минимум три года прожить в этой системе»⁵.

Природосообразным преподаванием математики в младшей школе было бы нарушение большого количества текстовых, рисуночных и предметных задач, так как у ребёнка должно сложиться чувство числа и количества, которое приобретает через оперирование с предметами или образами. Чувствование числа, в частности, очень хорошо развивается, когда ребёнок работает со счётными палочками.

¹ Выготский Л.С. Мышление и речь. — М.: Лабиринт, 1999. — 352 с.

² Пиаже Ж. Избранные психологические труды. — М., 1994.

³ Выготский Л.С. Мышление и речь // Там же.

⁴ Выготский Л.С. Мышление и речь // Там же.

⁵ Беседа с психологом Н.Г. Храмовой. Какую личность формирует «Программа 2100»? — <http://www.pravoslavie.ru/guest/080522201822.htm>

Например, природосообразная модель начального обучения А.М. Кушнира предлагает «наreshивать» с помощью палочек примеры. У каждого ребёнка — тысяча палочек. Первый урок посвящается тому, что дети считают, раскладывают и связывают (перетягивают резинками) палочки по 10 штук. 10 пучков по 10 штук — объединяются в сотню. 10 сотен — тысяча. Именно операции с палочками позволяют детям понять обозначения трёхзначных чисел. Например, число 675. Мы проговариваем с детьми: «Шестьсот — это шесть вот таких больших пучков по сто (сот) штук — шесть сотен, давайте положим их вот сюда влево, раз...». Всё происходит наглядно, «через руки», поэтому практически невозможно не понять, что такое «шестьсот» — вот оно, «шестьсот», перед глазами. Теперь «семьдесят» — тоже откладываем, проговаривая этимологию слова **семь-десяток**. И ещё пять единичек. И так определённое количество довольно крупных цифр ребёнка на уроке потрогал, увидел, услышал — получил представление.

Однако, как отмечалось в⁶: «В отношении дидактики мы можем сказать вполне определённо: здесь доминируют научные парадигмы изучаемых дисциплин: математики, лингвистики, физики, биологии и т.д.», и, например, в последних учебниках по математике для младшей школы довольно часто встречаются задания: «Проставь знаки неравенства между числами». Авторы учебников, возможно, не совсем отдают себе отчёт в том, что задание такого рода фактически соответствует научной парадигме Д. Пеано, формализовавшего арифметику и введшего понятие числа, которое следует «за». То есть, все числа, которые идут «за» числом 8, его больше; те, которые идут «до», — его меньше. Речь идёт не о чувствовании количества, а о формальном отношении к числу. Хочется спросить у такого рода авторов, долго ли пришлось думать, в какую сто-

рону изменилась зарплата, если в одном месяце она была 30 000 рублей, а в другом стала 10 000? Вот и ребёнок безошибочно скажет, что 10 конфет больше, чем 5, а если он решит большое количество такого рода задач, ему не нужно будет вспоминать расположение чисел 5 и 10 на числовой оси, чтобы определить, какое из этих чисел больше.

Если же образно-наглядный характер мышления школьника младшей школы игнорируется, число ничего ему не будет говорить, он не будет чувствовать количества.

Фактически в младшей школе развитие мышления идёт от частных образных (текстовых) задач к чувствованию общих свойств абстрактного числа. В старших же классах, при условии выполненности задач развития мышления в младшей школе, мышление способно из общих абстрактных свойств объекта получать частные выводы для конкретной ситуации, то есть, из общих закономерностей находить свойства частных ситуаций. Развитое должным образом мышление способно в дальнейшем осуществлять поиск глубинных смыслов. Так, Пифагор, рассматривая свойства чисел, пытался даже осмыслить такие вечные категории бытия, как: справедливость, смерть, постоянство, мужчина, женщина и прочее. Если же «пропущен» этап образно-наглядного мышления, то впоследствии затрудняется и переход от общих закономерностей к частным смыслам и свойствам, так как ребёнок эти закономерности не чувствует внутренне, они у него глубинно не сопряжены со смыслами.

Часто учителя математики считают, что их главная задача — научить производить некоторые действия согласно определённым алгоритмам, а всё остальное — это необязательные украшения. Понимать смысл этих действий не обязательно, важно только чтобы ответ получился правильный. Как следствие, в дальнейшем мышление так и остаётся алгоритмичным, без проникновения в смыслы.

⁶ Кушнир А.М. Принцип природосообразности как методологическое основание проектирования технологий и содержания обучения. // Школьные технологии. — М., 2011. — № 3. — С. 17.

Математика — наука о понимании

А. Димиев⁷, описывая последствие алгоритмизации математического образования в американских школах, пишет о том, что ученики 11–12-х классов «могут, к примеру, поделить десять в третьей степени на десять во второй (то бишь тысячу на сто) и предъявить ответ: десять в пятой. То, что полученное число больше первоначального, их нисколько не смущает. К тому же многие из них просто не понимают, что десять в пятой степени — это сто тысяч, да и просто не в состоянии осознать величину этого числа. Многие не понимают, что тысяча — это десять сотен. И если большинство всё же слышали, что миллион — это тысяча тысяч, то представить миллион как сто раз по десять тысяч способны лишь единицы».

С другой стороны, в элитных университетах США, например, в Гарварде, обучение часто строится как совместное прочитывание студентами и преподавателем учебников с целью понимания и обсуждения смысла написанного. Что же касается других учебных заведений, то, по данным Национального центра образовательной статистики Америки, 70% выпускников американских школ не понимают письменный текст средней сложности, другими словами — не понимают того, что читают⁸.

Поэтому в начальной школе так важно создание наглядного образа обсуждаемого объекта. Однако на практике это не всегда соблюдается.

Например, уже в учебниках 1-го класса⁹ (см. первые 5 заданий) достаточно часто задания посвящены введению отрезков и операциям с ними. Отрезки обозначаются то конечными точками, то буквами, они складываются, вычитаются. Вспомним, что ранее изучение геометрических объектов относилось к 6-му классу, что связано с их высоким уровнем абстракции, недоступным для ученика начальной школы. Первоклассник, ещё плохо чувствующий число, в такой ситуации может лишь механически, без должного понимания запомнить, что от него требуется.

⁷ Димиев А. Класная Америка. — М., 2008, 208 с.

⁸ Там же.

⁹ Петерсон Л.Г. «Математика», 1 кл. — Ч. 2. — М.: «Ювента». — 2009. С. 1.

Часто задачи формулируются так, что приходится складывать совершенно разнородные объекты, например, цветы и домик¹⁰ (см. задание 7). Можно ли представить себе реальную ситуацию, когда количество цветов шло бы в счёт наряду с домами? Безусловно — нет! А ведь образное мышление берёт начало в жизни, то есть налицо — разрушение образного мышления.

Сложение и вычитание чисел иллюстрируются с помощью отрезков. Получается, что одно абстрактное понятие поясняется другим, которое ребёнок чувствует ещё хуже, а образ, который он мог бы понять, отсутствует¹¹ (см. задания 1, 2).

Предлагается написать знак неравенства между 3 большими и 7 маленькими треугольниками¹² (см. задание 3). Вопрос возникает и у взрослого: что оценивается — количество или площадь? А у ребёнка создаётся раздвоенность мышления, путается понятие большого по величине и большого по количеству, то есть, опять страдает образность восприятия.

Предлагается решать задачи о грибах, конфетах, яблоках, цветах, изобразив эти предметы отрезками¹³ (см. 44–45, задания 1–4). «Это грубейшее нарушение образной целостности и предметной конкретности восприятия, характерных для младшего школьника. В этом случае оно усугубляется ещё и тем, что происходит вторжение в уже сложившийся опыт ребёнка, разрушаются его представления о вещах и явлениях. Он ведь уже знает, что линия — это черта, обозначающая последовательное продвижение вперёд. И вдруг надо **движением** изобразить **предмет**. При чём тут предмет, тем более не длинный, а круглый?»

¹⁰ Там же. — С. 1.

¹¹ Там же. — С. 2.

¹² Там же. — С. 2.

¹³ Там же. — С. 44–45.

Для первоклассника с его наглядно-образным мышлением это две разные ассоциативные зоны»¹⁴.

Этот список можно продолжать. В результате такого обучения ребёнок теряет, перестаёт понимать смысл того, что он делает и лишь зазубривает некую комбинацию значков и алгоритм вопросов и ответов. Опыт работы завучем одного из соавторов показывает, что ни один ребёнок не может заниматься по учебникам такого рода самостоятельно! Всем требовалась помощь родителей.

«Основная проблема состоит в том, что математику в школе обычно не преподают. Зачастую преподают непонятные алгоритмы, по которым нужно выполнять непонятные действия с непонятными символами, после чего аккуратно записать результат этих действий, строго соблюдая непонятные правила оформления, чтобы получить положительную оценку. Никакого отношения к математике это не имеет. Дело в том, что математика — она не про числа, не про формулы и не про преобразование выражений. Она про понимание, про возможность отличить верное рассуждение от неверного, про возможность найти у себя ошибку и придумать, как её исправить, про самостоятельность, про творчество» — очень метко подчёркивает Илья Щуров¹⁵.

Известно, что успешное решение задачи обусловлено во многом способностью понять, что дано и что нужно найти. В этом смысле одним из успешных математиков следует признать Шерлока Холмса, который с предельной ясностью мог представить имеющиеся данные. В описанной же выше ситуации не только дети, но и многие родители не понимают, чего от них хотят авторы учебников.

Именно решение текстовых задач способствует выработке у детей способности понимать и представлять описываемую ситуацию.

¹⁴ Беседа с психологом Н.Г. Храмовой. Какую личность формирует «Программа 2100»? — <http://www.pravoslavie.ru/guest/080522201822.htm>

¹⁵ Щуров И. Детерминированный хаос // Точка зрения / Математика в школе. — <http://postnauka.ru/talks/31178>

Приведём пример грамотно составленной текстовой задачи: «Рядом с причалом стоит корабль со спущенной на воду верёвочной лестницей. У лестницы 10 ступенек. Расстояние между ними равно 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан очень спокоен, однако начинается прилив, который поднимает воду за один час на 15 см. Сколько пройдёт времени, пока покроется водой третья ступенька верёвочной лестницы?»¹⁶ Это задача с избыточными данными, направленная на развитие математических способностей младших школьников, а именно — умения отделять нужные для решения данные от ненужных. Помимо этого данная задача развивает образное мышление детей, поскольку, чтобы решить её, нужно представить описанную в задаче ситуацию — корабль, верёвочную лестницу, прилив в океане.

Кроме всего вышеперечисленного решение текстовых задач развивает логику ребёнка. Ещё в IV в. до н.э. Аристотель, изучая «правила мышления», впервые дал систематическое изложение логики. Он подверг анализу человеческое мышление, его формы и рассмотрел мышление со стороны строения и структуры. Исследуя различные формы рассуждений и их комбинаций, Аристотель ввёл понятие силлогизма, то есть рассуждения, в котором из заданных двух суждений выводится третье. Поэтапно решая задачу (особенно в варианте формулирования и записывания вопросов) ребёнок в неявной форме усваивает закон силлогизма, а также другие законы логики: закон противоречия, закон исключённого третьего.

Таким образом, преподавание математики в начальной школе может быть успешным лишь при условии соблюдения принципа сообразности с природой мышления ребёнка соответствующего возраста, которое на рассматриваемом этапе является наглядно-образным. **НО**

¹⁶ Осипенко Л.Е., Толокнова И.А. Развитие математических способностей одарённых младших школьников средствами исследовательской деятельности // Одарённый ребёнок. — 2014. — № 3. — С. 28–35.