

PISA-2003: результаты международного исследования*

Ковалева Г.С.

* Продолжение. Начало см. в «ШТ». 2005. № 1.

Подведены итоги второго цикла (первый цикл проводился в 2000 году) международного исследования образовательных достижений PISA (Programme for International Student Assessment). Приоритетной областью исследования PISA в 2003 году была математическая грамотность. Участие России в этом цикле исследования позволило более тщательно оценить математическую грамотность российских учащихся 15-летнего возраста.

Математическая грамотность

Подходы к оценке состояния математической грамотности 15-летних учащихся

В 2003 году концепция исследования в целом осталась той же, что и на предыдущем этапе в 2000 году. Основное внимание было направлено на проверку владения общими понятиями, идеями и умениями, которые международная педагогическая общественность выделила как существенные для «взрослой» жизни. Содержание проверки математической подготовки 15-летних учащихся основано на понятии «математической грамотности», которое определяется как «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живёт, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину.

Под математической грамотностью понимается способность:

- распознавать проблемы, которые могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать эти проблемы, используя математические факты и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учётом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать результаты решения.

Можно констатировать, что понятие «математической грамотности» авторами концепции сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по мнению А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

В соответствии с трактовкой понятия «математической грамотности» в исследовании школьникам предлагаются не типичные учебные математические задачи (характерные для российских внутришкольных и массовых проверок), а близкие к реальным проблемные ситуации, требующие для своего решения большей или меньшей математизации. Речь в них идёт о жизни школы, общества, личной жизни, профессиональной деятельности, спорте. Как и в 2000 году, многие вопросы имеют межпредметный характер. Для ответа на них наряду с математическими знаниями необходимо использовать знания, приобретённые при изучении других предметов (например, знания о часовых поясах и диаграммах населения из географии).

При этом принципиально, что задания на проверку математической грамотности включаются в тест, который содержит задания, составленные на материале из разных предметных областей (чтение, естествознание, математика). Таким образом, реально выполняется авторский замысел о проверке умения распознать ситуацию, требующую применения математики.

Поскольку в 2003 году изучение математической грамотности 15-летних учащихся было основной целью исследования, по сравнению с 2000 годом значительно увеличили количество математических заданий, включённых в варианты международного теста. Тем не менее, как и в 2000 году, принципиальной особенностью проверки была опора на относительно небольшой объём математических знаний, а требования к предметной подготовке школьников были несколько расширены. Если в 2000 году в основном было достаточно небольшого объёма знаний из российского курса математики 5–6-х классов, то теперь требовалось владеть некоторыми фактами из курса 7–9-х классов, как по алгебре, так и по геометрии (например, описанием зависимости между величинами с помощью формулы, моделированием ситуации с помощью алгебраических выражений; интерпретацией графиков реальных зависимостей; неравенством треугольника; формулой длины окружности; вычислением вероятности случайного события в классической схеме и в серии испытаний).

В соответствии с замыслом авторов концепции исследования каждое задание соответствует одной из четырёх содержательных областей, которые были выбраны в качестве базы для сравнения математической подготовки в разных странах по согласованному решению стран-участниц, принятому на основе анализа программ и детальных обсуждений:

— Пространство и форма — это вопросы, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, которые часто встречаются в школьных программах по геометрии разных стран. Они связаны с поиском сходства и различий при анализе фигур и их частей, распознаванием фигур в различных конфигурациях и с разными размерами, а также пониманием свойств объектов и их взаимного расположения.

— Изменения и отношения — вопросы, связанные с математическим описанием различных процессов, таких, как зависимости между переменными, в том числе функциональные. В большей мере этот материал относится к алгебре. Математические отношения, рассматриваемые в заданиях, могут выражаться уравнениями или неравенствами, но используются также и отношения более общей природы (например, эквивалентность, делимость, включение). Отношения задаются разными способами, включая символические, алгебраические, графические, табличные и геометрические. В связи с тем, что они служат разным целям и обладают разными особенностями, в задачах важное место занимает переход от одного способа задания к другому.

— Количество — эта область включает вопросы, связанные с числами; в программах по математике этот материал чаще всего относится к арифметике. При выполнении заданий от учащихся требуется умение выполнять сравнение чисел и величин, распознавать числовые выражения и формулы, использовать числа для представления количественных характеристик реальных объектов (подсчёты и измерения). Кроме того, эта область связана с пониманием разных форм представления чисел и выполнением действий с числами, представленными в разных формах. Важным аспектом в соответствующих задачах являются также рассуждения, связанные с числами и проявляющиеся во владении разными представлениями чисел, а также в понимании смысла операций, устных вычислений и приближённых оценок.

— Неопределённость — включает в себя вероятностные и статистические явления и зависимости, которые имеют самое непосредственное отношение к современному информационному обществу. Эти явления и зависимости являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Исследователи подчёркивают, что вместе эти четыре содержательные области покрывают диапазон математических знаний, необходимых 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического горизонта.

В исследовании 2000 года задания концентрировались вокруг первых двух областей, а в

исследовании 2003 года представлены все четыре. Примерами заданий, соответствующих четырём перечисленным областям, являются соответственно «Игральные кубики», «Увеличение роста», «Обменный курс», «Ограбления» (см. Приложение, задания 1–4). Эти области содержания в исследовании одинаково значимы, ни одна из них не преобладает над другой. Это подтверждается тем, что в процентном отношении вопросы по указанным четырём областям распределяются практически поровну: пространство и форма — 24%, изменение и зависимость — 26%, количество — 27%, неопределённость — 23%.

Содержание заданий, предлагаемых в тестах, связано с традиционными разделами или темами, составляющими основу программ обучения в большинстве стран мира, в том числе и в России. Выделено семь разделов: Числа, Алгебра, Функции, Геометрия, Вероятность, Статистика, Дискретная математика.

Для сравнения состояния математической грамотности учащихся, кроме владения материалом выделенных содержательных областей, используется такой показатель, как уровень развития «математической компетентности». Математическая компетентность учащихся определяется в исследовании как «сочетание математических знаний, умений, опыта и способностей человека», обеспечивающих успешное решение различных проблем, требующих использования математики. При этом имеются в виду не конкретные математические умения (типа «умение выполнить деление дробей»), а более общие умения, включающие математическое мышление, математическую аргументацию, постановку и решение математической проблемы, математическое моделирование, использование различных математических языков, коммуникативные умения.

В исследовании выделяются компетентности трёх уровней, которым присвоены названия: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений.

Анализ трактовки этих уровней, предложенной авторами концепции, а также характера заданий, соответствующих тому или иному уровню, позволяет охарактеризовать их следующим образом.

Первый уровень (уровень воспроизведения) — это прямое применение известных фактов, стандартных приёмов, распознавание эквивалентных представлений, узнавание знакомых математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

Второй уровень (уровень установления связей) строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые хотя и не являются стандартными, но всё же знакомы учащимся или же выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Обычно в этих задачах больше требований к интерпретации решения, они предполагают установление связей между разными представлениями ситуации, описанной в задаче, установление связей между данными из условия задачи.

Третий уровень (уровень рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня необходимы: определённая интуиция и творчество в выборе математического инструментария, применение знаний из разных разделов программы, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, более комплексные, включают больше данных; от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Очевидно, что компетентность повышается при переходе от первого уровня к третьему. В связи с этим неудивительно, что предлагаемые вопросы распределены по этим уровням неравномерно. По оценке разработчиков, больше всего заданий в тестах — почти половина (47%) — относятся ко второму уровню, примерно треть (31%) — к первому уровню и меньше всего заданий — самого высокого, третьего уровня (22%).

При проверке используются вопросы различных типов — с выбором ответа, с кратким свободным ответом (в виде числа, выражения, формулы, слова), с развёрнутым свободным ответом. В первом случае ученик среди предложенных вариантов ответа должен найти верный; во втором — записать свой ответ, не давая при этом никаких пояснений; в третьем слу-

чае от ученика требуется записать своё решение, дать обоснование, привести аргументацию. При этом в количественном отношении четверть всех вопросов требует развёрнутого ответа, а остальные примерно поровну распределяются на задания с выбором ответа и со свободным кратким ответом с небольшим преимуществом последних. Вопросы, соответствующие каждому из трёх выделенных уровней компетентностей, представлены заданиями всех трёх типов.

Задания различаются также и в структурном отношении. Примерно 40% заданий содержат от 2 до 4 вопросов, относящихся к одной и той же ситуации. Иногда эти вопросы взаимосвязаны и в процессе их последовательного выполнения учащиеся должны подметить закономерности, выйти на некоторые обобщения (см. Приложение, задание «Обменный курс»). В ряде случаев это вопросы независимые и ответ на последующий вопрос не обусловлен правильностью ответа на предыдущий (см. Приложение, задание «Увеличение роста»). В большинстве заданий уровни компетентности следующего вопроса практически всегда не ниже, чем у предыдущих (см. Приложение, в задании «Обменный курс» первые два вопроса соответствуют первому уровню, а третий — третьему). В одном и том же задании часто представлены вопросы разного типа: сначала предлагаются вопросы с выбором ответа, с кратким ответом, а в конце — вопросы с развёрнутым ответом.

Охарактеризуем некоторые особенности предъявления информации в заданиях. Как правило, детально описывается некоторая ситуация, близкая к реальной, что делает тексты заданий весьма объёмными. Во многих заданиях информация предъявляется не только в вербальной форме, но и в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. Ученики должны извлечь нужную для ответа на вопрос информацию при разных формах её подачи, причём работать им иногда приходится одновременно с несколькими таблицами, графиками, диаграммами. Ситуация осложняется ещё тем, что условие часто содержит избыточную информацию. Всё это свидетельствует о том, насколько важное значение в исследовании придаётся проверке умения анализировать проблему.

Таким образом, мы видим, что изучение математической подготовки учащихся, которое организуется на основе описанной концепции, нетрадиционно для России. В российской школе проверки, как правило, ориентированы на выявление уровней овладения конкретным математическим аппаратом, умения решать учебные математические задачи, которые могут быть и достаточно трудными.

Дополнительные трудности для школьников России возникают из-за отличия содержания обучения и требований к подготовке учащихся российской основной школы от международных требований. Дело в том, что объективная сложность для учащихся каждого задания, предложенного в исследовании, в значительной мере определяется особенностями отечественной школьной программы и методической системы. Так, некоторые понятия и методы, отнесённые в исследовании к знакомым и стандартным, для российских учащихся вовсе таковыми не являются. Например, это относится к большинству вопросов, связанных с вероятностью и статистикой. Поэтому если рассматривать задания с точки зрения процесса обучения в российской школе, то для многих из них приписанный им в исследовании уровень компетентностей может быть повышен (см. Приложение, вопросы задания «Скейтборд», задания «Увеличение роста»). Очевидно, что это должно быть учтено при интерпретации полученных результатов.

Характеристика содержания математических заданий

Поскольку в 2003 году основной целью исследования было изучение математической грамотности 15-летних учащихся, количество математических заданий было существенно больше, чем в 2000 году: 2003 год — 54 задания, включавшие в общей сложности 85 вопросов, в 2000 году — 16 заданий, включавшие 32 вопроса. Распределение вопросов по семи учебным темам, которые выделили разработчики исследования, представлено в таблице 2.1.1.

Таблица 2.1.1

Тема	Числа	Алгебра	Функции	Геометрия	Вероятность	Статистика	Дискретная математика
Число заданий	25	3	11	18	5	18	5
%от общего числа заданий	29%	4%	13%	21%	6%	21%	6%

Распределение вопросов по темам

Таким образом, больше всего в работе арифметических заданий (которые отнесены к теме «Числа»), далее следуют задания по геометрии и статистике; следующую по числу заданий группу составляют задания по теме «Функции» и, наконец, одинаково невелико число заданий по темам «Вероятность», «Дискретная математика» и «Алгебра».

Анализ содержания заданий показывает, что около четверти из них относятся к темам «Дискретная математика», «Статистика», «Вероятность», не входящим в российские учебные программы общеобразовательных классов. Достаточно большое число заданий (больше, чем это предполагается авторами исследования) для российских учащихся нестандартные, требуют творческого подхода, изобретения способа решения. В совокупности с задачами, выходящими за рамки программы, они составляют не менее половины общего числа заданий.

Соотношение представленных в исследовании учебных тем резко расходится со структурой российского курса математики основной школы и первого года старшей школы. Превалирующим объектом изучения в течение трёх-четырёх лет для 15-летних учащихся, участвовавших в исследовании, была алгебра, включающая в себя первоначальные представления о действительном числе, изучение алгебраических выражений и их преобразований, решение уравнений, неравенств, систем, рассмотрение свойств и графиков некоторых элементарных функций. Были среди учащихся и десятиклассники, которые уже изучали тригонометрию, приступили к изучению начал математического анализа. Всё это содержание в этом исследовании практически не представлено. А если учесть уровень продвинутого российского курса математики, то без преувеличения можно сказать, что школьники России проверялись не на том материале, который они изучают. То же самое можно сказать и о геометрии. Это обстоятельство весьма осложняет интерпретацию результатов исследования, заставляет подходить к их анализу достаточно осторожно — прямолинейные выводы могут оказаться неадекватными.

Результаты изучения математической подготовки 15-летних учащихся

В качестве основной количественной характеристики математической подготовки учащихся конкретной страны используется средний балл, подсчитанный по результатам выполнения математической части работы учащимися этой страны. Для определения положения страны её средний балл сравнивают со средним баллом каждой из стран-участниц, чтобы определить, различаются между собой показанные ими результаты или различие между ними не существенно. Кроме того, средний балл каждой страны сравнивается со средним баллом всех стран — членов ОЭСР.

По сравнению со средним баллом стран-членов ОЭСР (см. табл. 2.1.4), характеризующим в целом состояние математической грамотности учащихся в этих странах, остальные страны распределились на три группы:

- результаты значительно выше среднего балла стран ОЭСР (17 стран);
- результаты не отличаются от среднего балла стран ОЭСР (4 страны);
- результаты значительно ниже среднего балла стран ОЭСР (19 стран, включая Россию) (см. табл. 2.1.2).

Таблица 2.1.2. Сравнение результатов стран-участниц со средним баллом стран ОЭСР

Результаты выше среднего балла стран ОЭСР (17 стран)	Результаты не отличаются от среднего балла стран ОЭСР (4 страны)	Результаты ниже среднего балла стран ОЭСР (19 стран)
Гонконг, Финляндия, Республика Корея, Нидерланды, Лихтенштейн, Япония, Канада, Бельгия, Макао, Швейцария, Австралия, Новая Зеландия, Чешская Республика, Исландия, Дания, Франция, Швеция	Австрия, Германия, Ирландия, Словацкая Республика	Норвегия, Люксембург, Польша, Венгрия, Испания, Латвия, США, Российская Федерация, Португалия, Италия, Греция, Сербия, Турция, Уругвай, Таиланд, Мексика, Индонезия, Тунис, Бразилия

Попарное сравнение среднего балла России с другими странами позволило определить позицию России по отношению к каждой из 39 стран — участниц исследования:

- результаты значимо выше среднего балла России (26 стран);
- результаты не отличаются от среднего балла России (4 страны);
- результаты значимо ниже среднего балла России (9 стран) (см. табл. 2.1.3).

Таблица 2.1.3. Сравнение результатов стран-участниц со средним баллом стран ОЭСР

Результаты выше среднего балла России (26 стран)	Результаты не отличаются от среднего балла России (4 страны)	Результаты ниже среднего балла России (9 стран)
Гонконг, Финляндия, Республика Корея, Нидерланды, Лихтенштейн, Япония, Канада, Бельгия, Макао, Швейцария, Австралия, Новая Зеландия, Чешская Республика, Исландия, Дания, Франция, Швеция, Австрия, Германия, Ирландия, Словацкая Республика, Норвегия, Люксембург, Польша, Венгрия, Испания	Латвия, США, Португалия, Италия	Греция, Сербия, Турция, Уругвай, Таиланд, Мексика, Индонезия, Тунис, Бразилия

Для определения расположения каждой страны среди других стран — участниц исследования страны были упорядочены по своим средним баллам. В этом ряду Россия стоит на 29-м месте (см. табл. 2.1.4). Однако средние баллы 3 стран существенно не отличаются от среднего балла России, поэтому на самом деле Россия расположена на интервале от 29-го до 31-го места. Заметим, что 29-е место России не должно пониматься буквально в том смысле, что российские учащиеся по всем темам и заданиям показали результат ниже, чем 26 стран, имеющих значимо более высокий средний балл. На самом деле российские учащиеся, действительно уступая по большинству позиций занявшим первые 6 мест лидирующим странам (Гонконг, Финляндия, Республика Корея, Нидерланды, Лихтенштейн, Япония), на 43 вопроса из 85 ответили лучше или не хуже, чем школьники стран, занявших последующие 9–17 мест (например, Австралия, Чешская Республика, Франция, Швеция).

Таблица 2.1.4. Результаты стран по уровням математической грамотности

Страны	Средний балл по 1000-балльной шкале	Стандартная ошибка измерения	Место страны среди других стран
Страны, средний балл которых статистически значимо выше среднего балла по всем странам ОЭСР			
Гонконг	550	(4,5)	1–3
Финляндия	544	(1,9)	1–4
Корея	542	(3,2)	1–5
Нидерланды	538	(3,1)	2–7

Лихтенштейн	536	(4,1)	2–9
Япония	534	(4,0)	3–10
Канада	532	(1,8)	5–9
Бельгия	529	(2,3)	5–10
Макао	527	(2,9)	6–12
Швейцария	527	(3,4)	6–12
Австралия	524	(2,1)	9–12
Новая Зеландия	523	(2,3)	9–13
Чешская Республика	516	(3,5)	12–17
Исландия	515	(1,4)	13–16
Дания	514	(2,7)	13–17
Франция	511	(2,5)	14–18
Швеция	509	(2,6)	15–19

Страны, средний балл которых не отличается от среднего балла по ОЭСР

Австрия	506	(3,3)	16–20
Германия	503	(3,3)	17–21
Ирландия	503	(2,4)	17–21
Словацкая Республика	498	(3,3)	19–24

Страны, средний балл которых статистически значимо ниже среднего балла по всем странам ОЭСР

Норвегия	495	(2,4)	21–24
Люксембург	493	(1,0)	22–24
Польша	490	(2,5)	22–26
Венгрия	490	(2,8)	22–27
Испания	485	(2,4)	25–28
Латвия	483	(3,7)	25–28
США	483	(2,9)	25–28
Российская Федерация	468	(4,2)	29–31
Португалия	466	(3,4)	29–31
Италия	466	(3,1)	29–31
Греция	445	(3,9)	32–33
Сербия	437	(3,8)	32–34
Турция	423	(6,7)	33–36
Уругвай	422	(3,3)	34–36
Таиланд	417	(3,0)	34–36
Мексика	385	(3,6)	37–37
Индонезия	360	(3,9)	38–40
Тунис	359	(2,5)	38–40
Бразилия	356	(4,8)	38–40

Подход к оценке уровня математической грамотности учащихся

Присвоенные разработчиками международных тестов уровни компетентности, которые должны были проявить учащиеся при выполнении заданий, во многих случаях зависели от особенностей учебной программы по математике в стране-участнице. Поэтому в проведённом исследовании для характеристики состояния математической грамотности ученика был использован способ, учитывающий не присвоенные заданиям уровни компетентности, а реальную трудность успешно выполненных учеником заданий международного теста.

Реальная трудность задания оценивалась баллом, который определялся по 1000-балльной шкале на основе результатов его выполнения. В то же время каждому школьнику с учётом трудности всех решённых им заданий по этой же шкале выставлялся балл, который оценивал состояние его математической грамотности. Очевидно, что эта оценка математической грамотности ученика имеет вероятностный характер. Поэтому её нельзя трактовать так, что конкретный ученик не способен решить ни одной задачи, реальная трудность которой

выше полученного им балла, и решит любую задачу, трудность которой ниже полученного им балла. Такой подход позволяет сделать вывод о том, что существует достаточно большая вероятность (62%), что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже оценки состояния его математической грамотности, и скорее не сможет выполнить задания, трудность которых выше полученной им оценки.

Балловые оценки трудности заданий и состояния математической грамотности учащихся разработчики исследования распределили по убыванию значений на шесть промежутков. В соответствии с принятой в исследовании 1000-балльной шкалой каждый из этих промежутков определял один из 6 выделенных уровней математической деятельности, которая требовалась для решения заданий, трудность которых принадлежала этому промежутку. 6-й уровень (самый высокий) определялся группой заданий, трудность которых была оценена самыми высокими баллами по сравнению с другими заданиями. Самый низкий уровень — 1-й. Уровень математической грамотности учащихся, которые не достигли 1-го уровня, считался ниже 1-го.

Полагается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. Оценка состояния математической грамотности ученика ниже 1-го уровня не означает, что этот ученик математически безграмотен: просто он не смог успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях, которые были предложены в исследовании.

Анализ описания 6 иерархических уровней состояния математической грамотности, принятых в исследовании, позволяет уточнить, чем именно определяются различия математической деятельности на каждом уровне:

1. Сложностью интерпретации и рассуждений, необходимых для решения проблемы. Это зависит от описания ситуации, от того, насколько явно видна проблема, которая решается средствами математики, а также насколько школьникам знаком способ её решения и насколько при этом необходимы интуиция, сложные рассуждения и обобщение.

2. Формой представления информации. Ситуации варьируются от постановки проблем, в которых информация представлена в единственной форме, до проблем, в которых необходимо интегрировать информацию, представленную в нескольких формах, или требуется самому создать форму представления решения поставленной задачи.

3. Сложностью способа решения, который варьируется от одношагового решения, когда нужно воспроизвести известные базовые математические факты и выполнить простые вычисления, до многошагового решения, когда нужны более продвинутое математические знания, умение разработать модель предложенной ситуации и самостоятельно создать способ решения.

4. Сложностью математической аргументации, которая варьируется в зависимости от предложенной ситуации, т.е. может вообще не потребоваться, или нужно будет привести хорошо известные аргументы, или придётся самому создать математическую аргументацию, или понять аргументацию, предложенную другими, или высказать суждение относительно корректности этой аргументации.

Каждому из шести выделенных уровней математической грамотности соответствуют задания, включённые в варианты международного теста.

В заданиях, соответствующих самому низкому 1-му уровню математической грамотности, предлагается относительно знакомая проблемная ситуация. Для её решения требуется интерпретация несложного текста, прямое применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации. В основном требуется, например, «прочитать» некоторые данные на графике или в таблице, выполнить очевидные вычисления, упорядочить некоторое небольшое множество чисел, подсчитать число возможных комбинаций в несложной комбинаторной задаче, использовать обменный курс при обмене валюты (см. Приложение, задание «Обменный курс»).

В заданиях, соответствующих средним уровням (3–4-му) математической грамотности,

от учащихся требуется интерпретировать описание более сложной ситуации, с которой они, возможно, и встречались, но не практиковались. В этих заданиях предлагается несколько более формальных способов представления информации, которую надо связать между собой, чтобы проанализировать ситуацию. При их решении часто нужно построить цепочку рассуждений или выполнить последовательность вычислений, привести несложные объяснения выполненных действий. Математическая деятельность может включать интерпретацию нескольких связанных между собой графиков; извлечение необходимых данных и интеграцию информации, представленной в тексте условия, на графике или в таблице; использование масштаба карты для определения расстояний; использование пространственных представлений знакомых геометрических объектов; пространственное воображение и геометрические знания для определения значений искомых геометрических величин; нахождение скорости и пройденного расстояния; запись краткого обоснования или объяснения полученного ответа (см. Приложение, задание «Увеличение роста»).

В заданиях, соответствующих более высоким уровням (5-му и 6-му) математической грамотности, требуется интерпретация более сложной незнакомой ситуации и соответственно более сложные размышления и творческий подход для её разрешения. Обычно нужно самостоятельно составить математическую модель предложенной ситуации, аргументировать и создать соответствующий способ решения. Примером такого задания является «Ограбление» (см. Приложение, задание 4). В этом задании предложена совершенно нестандартная, близкая к реальной ситуация, которая осложнена представлением информации в непривычной по форме столбчатой диаграмме. Возможны различные способы решения, на которые условие задачи не даёт даже намёка. Вывод, который надо сделать на основе представленной информации, требуется письменно обосновать. У 15-летних учащихся во всех странах выполнение таких заданий вызвало значительные затруднения (см. Приложение, задания «Ограбление» и «Садовник»).

Более конкретизированные описания уровней математической грамотности составлены для каждой из четырёх проверяемых областей содержания (пространство и форма, изменение и зависимости, количество и неопределённость). Описание конкретного уровня учитывает характер математической деятельности, которая требуется при выполнении заданий, составленных на материале определённой содержательной области и отнесённых к этому уровню. Например, 6 уровень математической деятельности в области «статистика» включает способность учащихся рассуждать над сложными реальными ситуациями, используя для этого глубокое понимание основных идей составления представительных выборок и такого статистического понятия, как среднее арифметическое, умение проводить вычисления с взвешенными средними оценками, умение самостоятельно разработать способ проведения статистических подсчётов и аргументировать решение сложных задач, требующих применения статистических знаний.

В таблице 2.1.5 приведено распределение российских учащихся по выделенным уровням математической грамотности.

Таблица 2.1.5. Распределение (в %) учащихся России по уровням математической грамотности

Уровни	6-й	5-й	4-й	3-й	2-й	1-й	Ниже 1-го
Учащиеся России	1,6%	5,4%	13,2%	23,1%	26,4%	18,8%	11,4%

Интересно сравнить полученные результаты с другими странами. Представление о распределении по уровням математической грамотности школьников некоторых стран, занимавших разные места среди других стран, т.е. в большей или меньшей степени отличающихся по результатам от российских, позволяют составить данные, приведённые в таблице 2.1.6.

Таблица 2.1.6. Распределение учащихся (в %) по уровням математической грамотности

Страны	Место страны	6-й	5-й	4-й	3-й	2-й	1-й	Ниже 1-го
Финляндия	1–4	6,7	16,7	26,1	27,7	16,0	5,3	1,5
Япония	3–10	8,2	16,1	23,6	22,4	16,3	8,6	4,7
Чешская Республика	12–17	5,3	12,9	20,8	24,3	20,1	11,6	5,0
Франция	14–18	3,5	11,6	22,1	25,9	20,2	11,0	5,6
Германия	17–21	4,1	12,2	20,6	22,6	19,0	12,4	9,2
Венгрия	22–27	2,5	8,2	18,2	24,3	23,8	15,2	7,8
США	25–28	2,0	8,0	16,6	23,8	23,9	15,5	10,2
Все страны ОЭСР		4,0	10,6	19,1	23,7	21,1	13,2	8,2
Российская Федерация	29–31	1,6	5,4	13,2	23,1	26,4	18,8	11,4

Самый высокий 6-й уровень математической грамотности показали 1,6% российских учащихся, в странах ОЭСР таких учащихся в среднем 4%, в лидирующих странах (Гонконг, Финляндия, Республика Корея, Япония) 6,7% — 10,5%. В следующей за ними группе стран, которые также показали результаты существенно выше российских (Чешская Республика, Франция, Германия), — 3,5%-5,3%.

Определённый в исследовании 2-й уровень математической грамотности выбран в качестве некоторой границы. Считается, что ученик, достигший этой границы, начинает демонстрировать наличие умений, которые обеспечивают ему возможность активно использовать математику в соответствии с определением математической грамотности, которое принято в исследовании. То есть он может распознать математическую часть предложенной ситуации, проанализировать и понять информацию из единственного источника, использовать стандартные алгоритмы, формулы, методы, провести прямые рассуждения. Используем этот критерий для сравнительной оценки российских результатов с теми же странами, которые были выбраны при составлении таблицы 2.1.2. Полученные данные представлены в таблице 2.1.7.

Таблица 2.1.7. Распределение учащихся (в %) по уровням состояния математической грамотности

Страны	Уровни	
	2–6-й	Ниже 2-го
Финляндия	93	7
Япония	86	14
Чешская Республика	83	17
Франция	83	17
Германия	78	22
Венгрия	77	23
США	74	26
Все страны ОЭСР	79	21
Россия	70	30

Согласно данным таблицы 2.1.7 начинают проявлять способность использовать математику 86%~93% учащихся лидирующих стран, что значительно превышает 70% таких школьников в России; результаты в Германии и Венгрии ближе к результатам России. Представляет интерес применить этот критерий к результатам, показанным при выполнении заданий, составленных на материале каждой из четырёх областей содержания, выделенных в исследовании.

Итак, в России достигают 2-го уровня грамотности: по разделу «Геометрия» — 69%; по разделу «Алгебра» — 72%; по разделу «Числа» — 72%; по разделам «Вероятность и статистика» — 56%; в целом по всем заданиям — 70%.

Приведённые данные убедительно показывают, что примерно одинаковый процент (близкий к 70%) российских учащихся начинает применять в предложенных в исследовании ситуациях свои знания по алгебре, геометрии и «числам». Этот процент, как и можно было ожидать, значительно ниже при необходимости использовать знания по разделам «вероят-

ность» и «статистика». Дело в том, что только в 2004/05 учебном году рекомендовано (но не приказано в обязательном порядке) учителям математики начать изучение этих разделов в 5-м и 7-м классах основной школы.

Эта тенденция сохраняется и при сравнении средних баллов по каждой из четырёх выделенных областей содержания, характеризующих в целом успешность выполнения заданий, составленных по каждой из них. Средние баллы по трём разделам («Алгебра», «Геометрия», «Числа») значительно выше, чем по разделам «Вероятность» и «Статистика». В то же время интересно сравнить, насколько свободно российские школьники используют материал этих областей в исследовании по сравнению с учащимися других стран. Сравнение средних баллов показывает, что из 39 стран по разделам «Алгебра» и «Геометрия» показали существенно более высокие результаты учащиеся 21 страны, по разделу «Числа» — учащиеся 28 стран, по разделам «Вероятность» и «Статистика» — учащиеся 32 стран.

Сравнение результатов российских школьников в 2000 и в 2003 годах показало, что результаты выполнения одних и тех же заданий, включённых в тесты на обоих этапах исследования, несколько повысились или не изменились. Но этого оказалось явно недостаточно для повышения российских результатов в 2003 году.

Отметим также интересную тенденцию, которая впервые проявилась в результатах российских учащихся, показанных в международных исследованиях математической подготовки школьников: речь идёт о небольшом, но тем не менее значимом различии между результатами девушек и юношей в пользу юношей. Кроме того, было зафиксировано, что это различие увеличивается, если сравнивать результаты юношей и девушек, которые учатся в одной и той же школе. Это характерно и для других стран-участников исследования.

Заключение

1. Содержание проверки опиралось на материал, изучаемый в российской школе. Однако акценты, сделанные в исследовании на использование материала выделенных учебных тем, резко расходятся со структурой курсов, которые изучали российские 15-летние учащиеся. Основной акцент в исследовании делается на арифметике и пространственной геометрии, т.е. на том материале, который в большинстве зарубежных стран продолжает изучаться до 10-го класса включительно, а в российской школе завершается в 6-м классе. В то же время вопросы, которые для 15-летних российских учащихся были центральными в течение трёх-четырёх предшествующих лет (алгебра, систематический курс планиметрии), в проверке практически не представлены.

Достаточно большое число заданий требовало знания материала, который не входит в программу российской школы. К ним относятся все задания, составленные на материале таких тем, как «Комбинаторика», «Вероятность» и «Статистика», а также некоторые задания по теме «Функции». Сейчас этот материал включён в новые стандарты по математике, но в момент проведения исследования не был обязателен для изучения. К таким заданиям можно отнести примерно 30% всех вопросов, которые предлагались в исследовании. Кроме того, достаточно большое число заданий (больше, чем это предполагается авторами исследования) для российских учащихся не стандартные, требуют творческого подхода, изобретения способа решения. В совокупности с задачами, выходящими за рамки программы, они составляют не менее половины общего числа заданий.

2. На результаты выполнения заданий оказали влияние непривычные для российских учащихся условия проверки: форма работы, которая включала более 60 заданий по математике, естествознанию (физике, биологии, географии), а также вопросы, проверяющие грамотность чтения текстов разного жанра; ограниченное время выполнения этой объёмной работы — 120 минут; разные типы заданий (с выбором ответа, с кратким и развёрнутым отве-

том); разные формы записи ответа в виде числа, рисунка, заполненной таблицы. Просмотр ученических работ показал, что некоторым явно не хватило времени, чтобы приступить ко всем вопросам теста. Другие учащиеся дошли до последнего задания, но, экономя время, в конце работы отвечали в основном на задания с выбором ответа и пропускали задания с развёрнутым или кратким ответом, хотя часть из них по сложности была ниже, чем задания с выбором ответа.

3. В исследовании можно выделить относительно небольшой перечень знаний и умений, которые на международном уровне считаются необходимыми для математически грамотного современного человека. К ним относятся: пространственные представления; пространственное воображение; некоторые свойства пространственных фигур; умение читать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей), характерную для средств массовой информации; работу с формулами; знаковые и числовые последовательности; нахождение периметра и площадей нестандартных фигур; действия с процентами; использование масштаба; использование среднего арифметического для характеристики явлений и процессов, близких к реальной действительности; умение выполнять действия с различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости). Успешное выполнение большинства заданий связано с развитием такого важнейшего общеучебного умения, как умение внимательно прочитать связный текст, выделить в приведённой в нём информации только те факты и данные, которые необходимы для получения ответа на поставленный вопрос.

Формированию этих практико-ориентированных знаний и умений в российской школе не уделяется должного внимания. Эти же знания и умения проверялись у учащихся 11-го класса в рамках другого международного исследования (ТИМСС) в 1995 году. Результаты выпускников старшей школы России были подобны результатам, показанным 15-летними учащимися в рамках исследования PISA в 2000 и 2003 годах.

4. Сравнение результатов России с другими странами явно показывает отличие приоритетов отечественного математического образования от приоритетов, которые проявились в исследовании PISA и характерны для многих стран. Результаты международных сравнительных исследований учебных достижений школьников (ТИМСС, 1999 и 2003 годы) свидетельствуют, что уровень предметных математических знаний и умений российских восьмиклассников не ниже или превосходит уровень учащихся многих стран, которые в исследованиях PISA-2000 и PISA-2003 показали существенно более высокий уровень умений применять свои знания в близких к реальным ситуациях. В эту группу стран входят: Финляндия, Нидерланды, Канада, Австралия, Чешская Республика, Венгрия, Новая Зеландия, Швеция, Норвегия. Это говорит о том, что, обеспечивая учащихся значительным багажом знаний, российская система обучения математике не способствует развитию у них умения выходить за пределы учебных ситуаций, в которых формируются эти знания.

Невысокие результаты сравнительных международных исследований показали, что давно поставленная перед российской школой цель — подготовить выпускников к свободному использованию математики в повседневной жизни — не достигается на уровне требований международных тестов, проверяющих математическую грамотность. Одна из причин этого явления — крайности в реализации академической направленности школьного курса математики, что привело к тому, что не уделялось должного внимания к практической составляющей содержания обучения в основной школе. Эта позиция отразилась и в содержании итоговой аттестации выпускников основной школы, которая проводится только по курсу алгебры 7–9-х классов.

5. Среди сорока стран — участниц исследования Россия занимает невысокое место (29–31-е). Этот усреднённый показатель не характеризует в полной мере результаты выполнения российскими школьниками международных тестов. В половине заданий учащиеся России показали результат не ниже среднего по странам ОЭСР (такой же или выше) и сопоставимый с результатами таких стран, как Германия, Венгрия, Франция, которые в этом списке находятся значительно выше России. Очевидно, что на суммарный показатель, определяющий место

России, повлияли невысокие результаты выполнения заданий по темам «Дискретная математика», «Статистика», «Вероятность», изучение которых не входит в обязательную программу российской школы, а также непривычные условия исследования.

Результаты исследования нуждаются в дальнейшем анализе методистами по математике, авторами учебников, разработчиками стандартов и другими специалистами в области математического образования. Необходимо широко обсуждать возможности разумного баланса между приоритетами в области математического образования в России и приоритетами, которые проявились в исследовании PISA. Очевидно, что большую пользу может принести изучение опыта стран (например, Финляндии, Японии, Бельгии), которые на международном уровне показывают высокие результаты как при изучении математической грамотности в исследовании PISA, так и при изучении учебных достижений школьников в другом исследовании — ТИМСС.

Приложения см. в PDF-файле Электронной версии журнала ШТ-05-02.