

МЕТОД ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ МУЛЬТИРОТОРНЫМ БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ В ЗАДАЧЕ СЛЕДОВАНИЯ ЗА ОБЪЕКТОМ

Рогозин Олег Викторович,

доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, e-mail: logic00@mail.ru

Пенской Игорь Сергеевич,

студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, e-mail: igorpenskoj@yandex.ru

В статье дано описание математической модели динамики мультироторного беспилотного летательного аппарата (МБПЛА) в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Разработан метод траекторного управления МБПЛА, являющийся новой модификацией метода бэкстеппинга с использованием нечёткой логики. Исследовано применение метода в задаче следования за объектом и произведено сравнение с существующими методами траекторного управления по критериям максимальной и средней дистанции до объекта.

Ключевые слова: мультироторный БПЛА, квадрокоптер, траекторное управление, нечёткий регулятор.

Введение

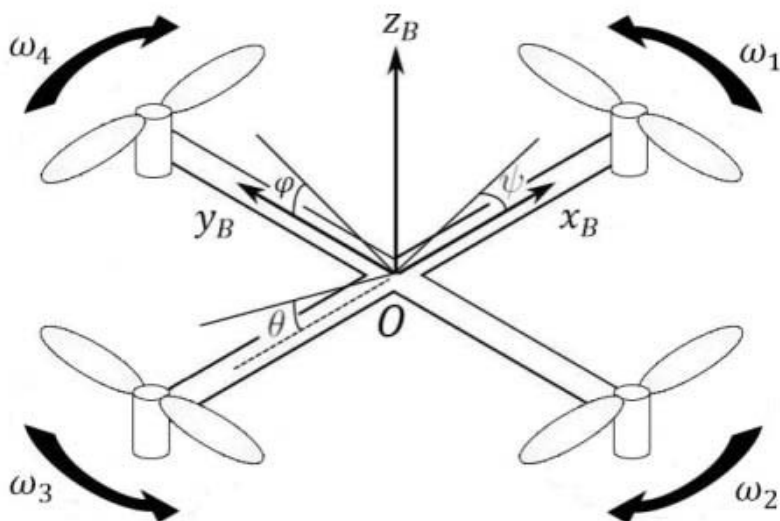
Мультироторный беспилотный летательный аппарат (МБПЛА) представляет собой летающую платформу с тремя или более бесколлекторными двигателями с пропеллерами, управляемую дистанционно. Широко применяется модель МБПЛА, имеющая четыре двигателя, — квадрокоптер. В настоящее время интерес к таким техническим средствам со стороны различных сфер человеческой деятельности, начиная с научной и заканчивая

торгово-промышленной, сильно возрастает. Траекторное управление составляет значительную часть в создании системы управления МБПЛА для автономного выполнения требуемых задач — как военных, так и гражданских. Описываемый в данной статье метод траекторного управления является модификацией метода бэкстеппинга с использованием нечёткой логики.

Математическая модель МБПЛА

Рассмотрим квадрокоптер с известными физическими параметрами, движением которого можно управлять, изменяя скорости вращения винтов. Аппарат движется относительно неподвижной инерциальной системы отсчёта, связанной с Землёй и заданной перпендикулярными друг другу координатными осями O_x , O_y и O_z , причем ось O_z направлена противоположно вектору силы тяжести. С квадрокоптером связана строительная система координат, центр которой размещён в центре масс аппарата, а оси O_{xb} , O_{yb} и O_{zb} параллельны и сонаправлены с осями неподвижной системы.

Угловое положение аппарата задаётся тремя углами Крылова: углами крена φ , тангажа θ и рыскания ψ , определяющими вращение вокруг осей O_{xb} , O_{yb} и O_{zb} соответственно. На рис. 1 изображена строительная



▲ Рис. 1. Строительная система координат квадрокоптера



система координат квадрокоптера. Математическая модель МБПЛА типа квадрокоптер описывается выражениями (1)–(7) [1]. Используемая модель предполагает, что углы крена и тангажа аппарата малы.

$$\ddot{x} = (C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi) \frac{F}{m_t} \quad (1)$$

$$\ddot{y} = (S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi) \frac{F}{m_t} \quad (2)$$

$$\ddot{z} = C_\varphi C_\theta \frac{F}{m_t} - g \quad (3)$$

$$\ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{J_y - J_z}{J_x} \right) - \frac{J_r}{J_x} \dot{\theta} \omega + \frac{l}{J_x} \tau_\varphi \quad (4)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\varphi} \dot{\psi} \left(\frac{J_z - J_x}{J_y} \right) + \frac{J_r}{J_y} \dot{\varphi} \omega + \frac{l}{J_y} \tau_\theta \quad (5)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\varphi} \dot{\theta} \left(\frac{J_x - J_y}{J_z} \right) + \frac{1}{J_z} \tau_\psi \quad (6)$$

$$\omega = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \quad (7)$$

где C_α — косинус угла α ,

S_α — синус угла α ,

F — суммарная тяга аппарата (Н),

m_t — общая масса аппарата (кг),

\dot{a} — линейная скорость по оси a (м/с),

$\dot{\alpha}$ — угловая скорость для угла α в инерциальной системе (м/с),

t_α — момент вращающей силы для угла α (Н × м),

J_i — момент инерции относительно оси i (кг × м²),

J_r — момент инерции двигателей (кг × м²),

ω — совокупная скорость вращения винтов.

Траекторное управление МБПЛА

Задача траекторного управления летательным аппаратом предполагает установку контрольных точек, которые аппарату необходимо пройти [2]. Контрольные точки имеют пространственные координаты (x, y, z) . Также при прохождении траектории может понадобиться поворот летательного аппарата вокруг вертикальной оси с помощью управления углом рысканья.

Управление МБПЛА происходит с помощью изменения скоростей вращения винтов. Изменение этих скоростей, в свою очередь, зависит от управляющих значений — требуемых угловых моментов и подъёмной силы (общей тяги винтов). Соотношение между скоростями вращения винтов и управляющими значениями приведено в выражениях (8)–(9) [3].

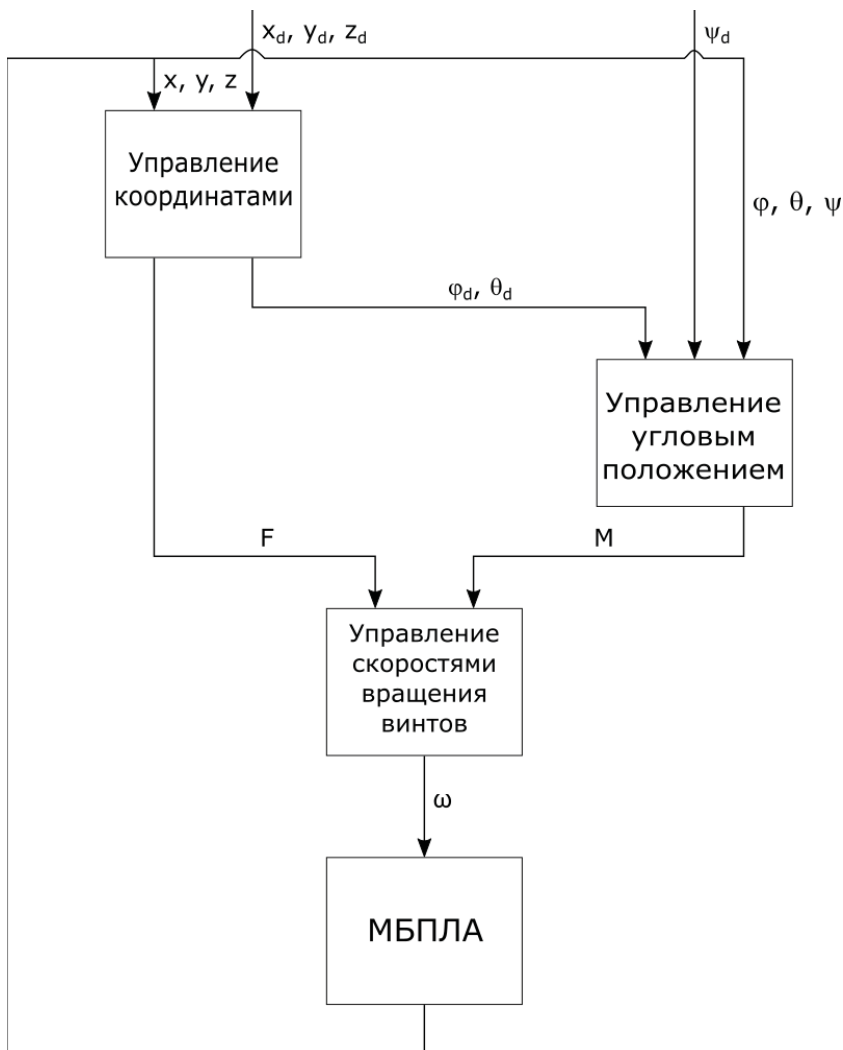
$$\begin{bmatrix} F_d \\ \tau_{\varphi d} \\ \tau_{\theta d} \\ \tau_{\psi d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & k & k \\ 0 & -lk & 0 & lk \\ -lk & 0 & lk & 0 \\ -b & b & -b & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{1d}^2 \\ \omega_{2d}^2 \\ \omega_{3d}^2 \\ \omega_{4d}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{1d}^2 \\ \omega_{2d}^2 \\ \omega_{3d}^2 \\ \omega_{4d}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & k & k \\ 0 & -lk & 0 & lk \\ -lk & 0 & lk & 0 \\ -b & b & -b & b \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_d \\ \tau_{\varphi d} \\ \tau_{\theta d} \\ \tau_{\psi d} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\dot{\omega}_i = k_w(\omega_{id} - \omega_i)$$

где ω_{id} — требуемая скорость вращения i -го винта (рад/с),
 ω_i — текущая скорость вращения i -го винта (рад/с),
 k и b — коэффициенты подъёмной силы и угловых моментов,
 l — расстояние от центра до двигателей квадрокоптера (м),
 k_w — параметр прироста скорости двигателя (рад/с),
 τ_{ad} — требуемый момент вращающей силы для угла α (Н × м),
 F_d — требуемая суммарная тяга аппарата (Н).

Общая схема траекторного управления показана на рис. 2.



▲ **Рис. 2.** Общая схема траекторного управления МБПЛА: x_d, y_d, z_d — требуемые координаты; ϕ_d, θ_d, ψ_d — требуемые углы; x, y, z — текущие координаты; ϕ, θ, ψ — текущие углы; F — требуемая подъёмная сила; M — требуемые угловые моменты аппарата; ω — скорости вращения винтов

Управление с использованием бэкстеппинга

Управление на основе бэкстеппинга использует теорему Ляпунова об устойчивости [4]. Пусть модель МБПЛА в пространстве состояний описывается выражением (10).

$$\begin{aligned}
 X &= [\varphi, \theta, \psi, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, z, \dot{z}, x, y, \dot{x}, \dot{y}]^T = \\
 &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где X — вектор состояний модели МБПЛА,
 x, y, z — координаты (м),
 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ — линейные скорости (м/с),
 φ, θ, ψ — углы крена, тангажа и рысканья (рад),
 $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ — угловые скорости (рад/с),
 x_i — состояние системы.

Из выражений (1)–(7) и (10) получим закон функционирования системы, представленный выражениями (11)–(13) [1].

$$\dot{X} = \begin{bmatrix}
 x_2 \\
 x_4 x_6 a_1 + x_4 a_2 \omega + b_1 \tau_\varphi \\
 x_4 \\
 x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \omega + b_2 \tau_\theta \\
 x_6 \\
 x_4 x_2 a_5 + b_3 \tau_\psi \\
 x_8 \\
 -g + (\cos x_1 \cos x_3) \frac{1}{m} F \\
 x_{10} \\
 u_x \frac{1}{m} F \\
 x_{12} \\
 u_y \frac{1}{m} F
 \end{bmatrix}
 \tag{11}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \left(\frac{J_y - J_z}{J_x} \right) \\ a_2 = -\frac{J_r}{J_x} \\ a_3 = \left(\frac{J_z - J_x}{J_y} \right) \\ a_4 = \frac{J_r}{J_y} \\ a_5 = \left(\frac{J_x - J_y}{J_z} \right) \\ b_1 = \frac{l}{J_x} \\ b_2 = \frac{l}{J_y} \\ b_3 = \frac{l}{J_z} \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) \\ u_y = (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) \end{array} \right. \quad (13)$$

где X — вектор скорости изменения состояний модели МБПЛА,

x_i — состояние системы,

ω — совокупная скорость вращения винтов (рад/с),

τ_a — момент вращающей силы для угла α (Н × м),

F — суммарная тяга аппарата (Н),

m — общая масса аппарата (кг),

g — ускорение свободного падения (м/с²),

J_i — момент инерции относительно оси i (кг × м²),

J_r — момент инерции двигателей (кг × м²),

l — расстояние от центра до двигателей квадрокоптера (м).

В такой системе углы и угловые скорости не зависят от компонент, отвечающих за координатное положение МБПЛА. В свою очередь, координаты и линейные скорости зависят от углового положения. Тогда можно представить систему как совокупность двух подсистем — координатной и вращательной.

Используя бэкстепинг, получим закон управления для вращательной подсистемы. Определим ошибку регулирования угла крена, как показано в выражении (14).

$$z_1 = x_{1d} - x_1 \quad (14)$$

где z_1 — ошибка регулирования угла крена (рад),

x_{1d} — желаемое значение угла крена (рад),

x_1 — текущее значение угла крена (рад).

Используя теорему Ляпунова об устойчивости [4], получим функцию Ляпунова для ошибки угла крена и её производную, как показано в выражениях (15)–(16) [1].

$$V(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (15)$$

$$\dot{V}(z_1) = z_1(\dot{x}_{1d} - x_2) \quad (16)$$

где $V(z_1)$ — функция Ляпунова для ошибки угла крена,

z_1 — ошибка регулирования угла крена (рад),

x_{1d} — желаемое значение угла крена (рад),

x_2 — скорость изменения угла крена (рад/с).

Стабилизация z_1 может быть получена за счёт введения виртуального управления, как показано в выражении (17), и выражение (16) преобразуется в (18).

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1, \alpha_1 > 0 \quad (17)$$

$$\dot{V}(z_1) = -\alpha_1 z_1^2 \quad (18)$$

Ошибка виртуального управления углом крена определяется выражением (19).

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1, \alpha_1 > 0 \quad (19)$$

Введём следующие обозначения:

z_1 — ошибка регулирования угла крена (рад),

x_{1d} — желаемое значение угла крена (рад),

x_2 — скорость изменения угла крена (рад/с).

Определим функцию Ляпунова для ошибки виртуального управления углом крена и её производную выражениями (20)–(21) [1].

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2} (z_1^2 + z_2^2) \quad (20)$$

$$\dot{V}(z_1, z_2) = z_2(a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \omega + b_1 \tau_\varphi) - z_2(\ddot{x}_{1d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1)) - z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2, \alpha_1 > 0 \quad (21)$$



где $V(z_1, z_2)$ — функция Ляпунова для ошибки виртуального управления углом крена,

a_i, b_i — определены в выражении (12),

x_4, x_6 — скорости изменения углов тангажа и рысканья (рад/с),

ω — совокупная скорость вращения винтов (рад/с),

x_{1d} — желаемое значение угла крена (рад).

Тогда требуемый момент для угла крена с учётом выполнения $V(z_1, z_2) < 0$ и $\ddot{x}_{1d} = 0, \ddot{x}_{2d} = 0, \ddot{x}_{3d} = 0$ описывается выражением (22) [1].

$$\tau_{\varphi d} = \frac{1}{b_1} (z_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \omega - \alpha_1 (z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_2 z_2), \alpha_1, \alpha_2 > 0 \quad (22)$$

где $\tau_{\varphi d}$ — требуемый момент вращающей силы для угла крена (Н × м),

z_1 — ошибка регулирования угла крена (рад),

z_2 — ошибка виртуального управления для угла крена,

a_i, b_i — определены в выражении (12),

x_4, x_6 — скорости изменения углов тангажа и рысканья (рад/с),

ω — совокупная скорость вращения пропеллеров (рад/с).

Аналогично получаем выражения (23)–(25), описывающие требуемые моменты для углов тангажа и рысканья.

$$\tau_{\theta d} = \frac{1}{b_2} (z_3 - a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \omega - \alpha_3 (z_4 + \alpha_3 z_3) - \alpha_4 z_4), \alpha_3, \alpha_4 > 0 \quad (23)$$

$$\tau_{\psi d} = \frac{1}{b_3} (z_5 - a_5 x_2 x_4 - \alpha_5 (z_6 + \alpha_5 z_5) - \alpha_6 z_6), \alpha_5, \alpha_6 > 0 \quad (24)$$

$$\begin{cases} z_3 = x_{3d} - x_3 \\ z_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3 \\ z_5 = x_{5d} - x_5 \\ z_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 z_5 \end{cases} \quad (25)$$

где $\tau_{\alpha d}$ — требуемый момент вращающей силы для угла α (Н × м),

z_3 — ошибка регулирования угла тангажа (рад),

z_4 — ошибка виртуального управления для угла тангажа,

z_5 — ошибка регулирования угла рысканья (рад),

z_6 — ошибка виртуального управления для угла рысканья,

a_i, b_i — определены в выражении (12),

x_2, x_4, x_6 — скорости изменения углов крена, тангажа и рысканья (рад/с),

ω — совокупная скорость вращения винтов (рад/с),

x_{3d}, x_{5d} — требуемые углы тангажа и рысканья (рад),

x_3, x_5 — текущие углы тангажа и рысканья (рад).

Требуемая подъёмная сила получается аналогичным образом и описывается выражениями (26)–(27) [1].

$$F_d = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (z_7 + g - \alpha_7(z_8 + \alpha_7 z_7) - \alpha_8 z_8), \alpha_7, \alpha_8 > 0 \quad (26)$$

$$\begin{cases} z_7 = x_{7d} - x_7 \\ z_8 = x_8 - \dot{x}_{7d} - \alpha_7 z_7 \end{cases} \quad (27)$$

где F_d — требуемая подъёмная сила (Н),
 m — общая масса аппарата (кг),
 g — ускорение свободного падения (m/c^2),
 x_1, x_3 — текущие углы крена и тангажа (рад),
 z_7 — ошибка регулирования высоты (м),
 z_8 — ошибка виртуального управления для высоты,
 z_{7d} — требуемая высота (м),
 x_7 — текущая высота (м),
 z_8 — скорость изменения высоты (м/с).

Движение по осям x и y зависит от подъёмной силы, как видно из (11). Если определить u_x и u_y как направления действия подъёмной силы, определяющие движение по осям x и y , можно вычислить требуемые углы тангажа и рысканья из (13). Требуемые u_x и u_y будут определяться выражениями (28)–(30) [1].

$$u_{xd} = \frac{m}{F_d} (z_9 - \alpha_9(z_{10} + \alpha_9 z_9) - \alpha_{10} z_{10}), \alpha_9, \alpha_{10} > 0 \quad (28)$$

$$u_{yd} = \frac{m}{F_d} (z_{11} - \alpha_{11}(z_{12} + \alpha_{11} z_{11}) - \alpha_{12} z_{12}), \alpha_{11}, \alpha_{12} > 0 \quad (29)$$

$$\begin{cases} z_9 = x_{9d} - x_9 \\ z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{10d} - \alpha_9 z_9 \\ z_{11} = x_{11d} - x_{11} \\ z_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11} z_{11} \end{cases} \quad (30)$$

где m — общая масса аппарата (кг),
 F_d — требуемая подъёмная сила (Н),
 x_9, x_{11} — текущие позиции по осям x и y (м),
 x_{9d}, x_{11d} — требуемые позиции по осям x и y (м/с),
 x_{10}, x_{12} — скорости по осям x и y (м),
 z_9, z_{11} — ошибки регулирования позиции по осям x и y (м),
 z_{10}, z_{12} — ошибки виртуального управления для позиции по осям x и y ,



- x_{7d} — требуемая высота (м),
- x_7 — текущая высота (м),
- x_8 — скорость изменения высоты (м/с).

Таким образом, вычислены все управляющие значения для траекторного управления.

Модификация метода бэкстеппинга с использованием нечёткой логики

В использовании классического метода бэкстеппинга имеются фиксированные коэффициенты для каждого из состояний системы, представленной в пространстве состояний, как показано в выражении (11).

Модификация классического метода, выполненная в данной работе, состоит во введении изменяющихся коэффициентов. Вычисление коэффициентов производится нечёткими регуляторами, по одному на каждый выходной параметр МБПЛА (координаты и угловое положение). Коэффициенты для линейных и угловых скоростей остаются фиксированными.

Нечёткий вывод осуществляется по модифицированному методу Мамдани [5].

Структура системы нечёткого вывода

Для каждого выходного параметра системы использован отдельный нечёткий регулятор. Отличие регуляторов заключается в числовых параметрах функций принадлежности [5]. Структура системы нечёткого вывода является общей для всех регуляторов.

Прежде всего необходимо определить лингвистические переменные [5], которые будут применяться в правилах СНВ. Таковыми являются:

- ошибка;
- приращение ошибки;
- коэффициент для метода бэкстеппинга.

Входными параметрами СНВ являются ошибка и приращение ошибки, выходным параметром является коэффициент бэкстеппинга. Каждая лингвистическая переменная определяется набором функций принадлежности. Используются z -образные, s -образные и треугольные функции принадлежности, что является распространённой практикой формирования нечётких регуляторов [6]. Вычисление значений таких функций принадлежности определяется выражениями (31)–(33).

$$z(x) = \begin{cases} \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \\ 1, & x \leq c \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (31)$$

$$s(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x > b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (32)$$

$$tr(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (33)$$

где x — чёткая входная переменная,
 a, b, c, d — настраиваемые параметры.

Функции принадлежности принято обозначать несколькими заглавными латинскими буквами, при этом каждая функция охватывает свой диапазон чётких значений, который соответствует какому-либо значению входной лингвистической переменной.

Для ошибки выделены следующие нечёткие множества:

NB — отрицательная большая,

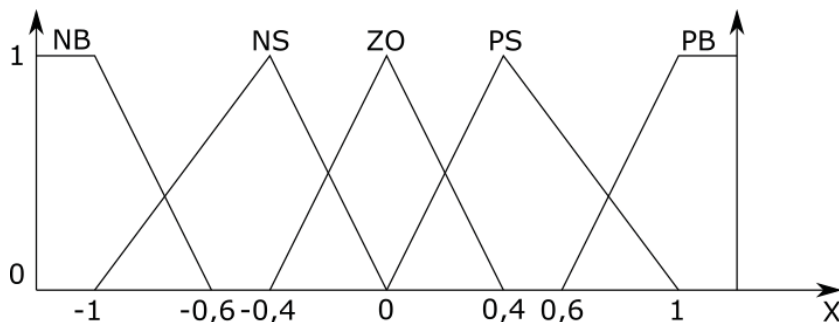
NS — отрицательная малая,

ZO — нулевая,

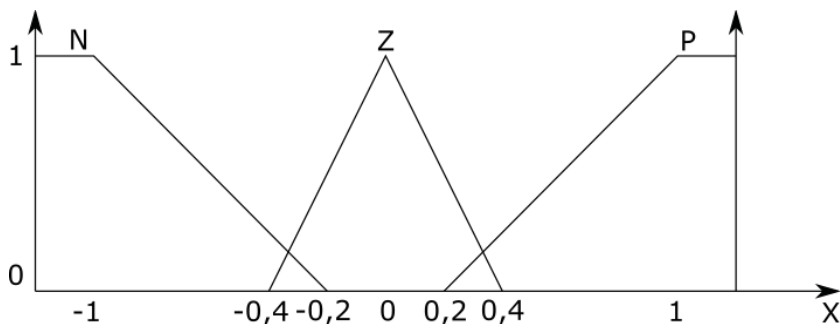
PS — положительная малая,

PB — положительная большая.

Вид функций принадлежности для ошибки изображён на рис. 3.



▲ Рис. 3. Вид функций принадлежности для ошибки



▲ Рис. 4. Вид функций принадлежности для приращения ошибки

Для приращения ошибки выделены следующие нечёткие множества:

N — отрицательное,

Z — нулевое,

P — положительное.

Вид функций принадлежности для приращения ошибки изображён на рис. 4.

Для коэффициента бэкстеппинга выделены следующие нечёткие множества:

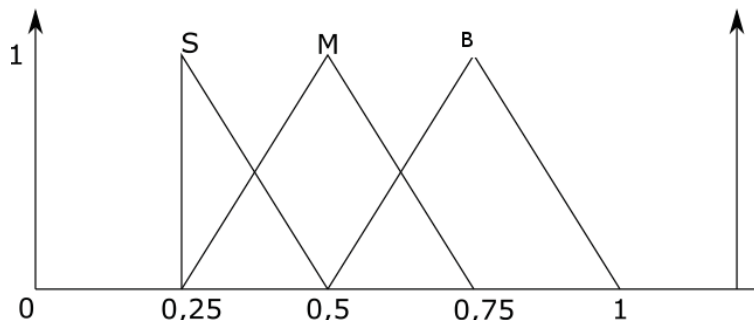
S — малый,

M — средний,

B — большой.

Вид функций принадлежности для коэффициента бэкстеппинга изображён на рис. 5.

В момент инициализации СНВ параметры функций принадлежности каждой лингвистической переменной умножаются на максимальное по модулю значение ошибки, приращения ошибки и коэффициента соответственно, которое определяется вручную для каждого параметра МБПЛА.



▲ Рис. 5. Вид функций принадлежности для коэффициента бэкстеппинга

Правила вывода [5] имеют вид, как показано в выражении (34).

$$\text{если } x \in A \text{ и } y \in B, \text{ то } z \in C \tag{34}$$

где x, y — входные чёткие переменные ошибки и приращения ошибки, A, B — нечёткие множества предпосылок, C — нечёткое множество следствия, z — выходное значение правила.

Набор правил определяется через таблицу, в ячейках которой расположены нечёткие множества для выходного значения регулятора, в заголовках столбцов — нечёткие множества ошибки, а в заголовках строк — нечёткие множества приращения ошибки. Набор правил, используемый в данной работе, определяется по табл. 1.

▼ Таблица 1

Правила вывода для нечёткого регулятора

Нечёткое множество приращения ошибки	Нечёткое множество ошибки				
	NB	NS	ZO	PS	PB
N	B	M	M	M	M
Z	B	M	S	M	B
P	M	M	M	M	B

Для вычисления уровня истинности правила была выбрана t -норма [5], которая вычисляется по формуле (35).

$$T(x, y) = \mu_A(x)\mu_B(y) \tag{35}$$

где x, y — входные чёткие переменные ошибки и приращения ошибки, μ_A, μ_B — значения функций принадлежности для нечётких множеств A, B правила вывода (см. (34)) соответственно.

В качестве метода дефаззификации выбирается упрощённый метод центра тяжести [5], как показано в выражениях (36)–(37).

$$f = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i C_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} \tag{36}$$

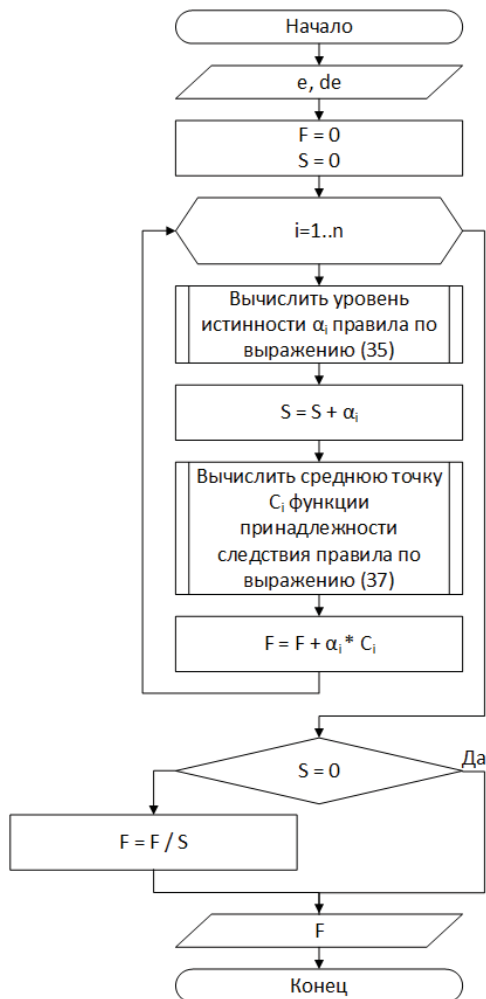
$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^m q_j}{m} \tag{37}$$

где f — итоговое значение коэффициента бэкстеппинга, n — количество правил вывода, α_i — уровень истинности i -го правила,



C_i — средняя точка функции принадлежности следствия правила,
 q_i — параметр функции принадлежности следствия правила,
 t — количество параметров у функции принадлежности следствия правила.

Алгоритм управления МБПЛА с СНВ



▲ **Рис. 6.** Схема алгоритма работы СНВ при вычислении коэффициента бэкстеппинга: F — коэффициент бэкстеппинга, n — количество правил нечёткого вывода

После того как система нечёткого вывода проинициализирована, параметры функции принадлежности скорректированы максимальными значениями входных и выходных переменных и определены правила вывода, СНВ может начать свою работу в качестве нечёткого регулятора для коэффициента бэкстеппинга. Схема алгоритма работы СНВ при вычислении коэффициента бэкстеппинга представлена на рис. 6.

После вычисления коэффициентов для каждого из выходных параметров модели МБПЛА необходимо выполнить управляющее воздействие на аппарат, рассчитанное по методу бэкстеппинга.

Сравнительное исследование методов траекторного управления

Целью исследования является качественное сравнение применения методов траекторного управления к задаче следования за объектом, а также их количественное сравнение по следующим критериям:

- максимальная дистанция до объекта (м);

- средняя дистанция до объекта (м).

Для сравнения выбираются следующие методы траекторного управления:

- с использованием пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД)-регулятора [3];
- с использованием бэкстеппинга;
- модифицированный метод с использованием бэкстеппинга и нечёткой логики.

В таблице 2 представлены параметры МБПЛА и константы, необходимые для моделирования движения МБПЛА.

▼ Таблица 2

Параметры моделирования МБПЛА

Параметр	Единица измерения	Значение
Масса аппарата	кг	0,65
Расстояние от двигателя до центра	м	0,23
Ускорение свободного падения	м/с ²	9,81
Безразмерная константа	k	0,1
Безразмерная константа	b	0,01
Моменты инерции относительно осей x и y	кг·м ²	$7,5 \times 10^{-3}$
Момент инерции относительно оси z	кг·м ²	$1,3 \times 10^{-2}$
Момент инерции двигателей	кг·м ²	1×10^{-4}
Коэффициент тяги двигателя	рад/с	10
Шаг времени моделирования	с	0,03

Начальное положение МБПЛА — точка (0; 0; 1) и все углы Крылова, равные нулю. Начальное положение преследуемого объекта — точка (0; 0; 0). Траектория преследуемого объекта представляет собой окружность с центром в точке (-1; 1; 0,5) радиусом 1 м.

Время моделирования во всех испытаниях составляет 30 с.

Параметры, используемые для определения требуемого положения МБПЛА, обозначены в табл. 3.

▼ Таблица 3

Параметры требуемого положения МБПЛА

Параметр	Единица измерения	Значение
Дистанция до объекта	м	1,5
Высота над объектом	м	1,5



Результаты моделирования управления МБПЛА с использованием ПИД-регулятора представлены в табл. 4.

▼ Таблица 4

Результаты моделирования с использованием ПИД-регулятора

Критерий	Единица измерения	Значение
Максимальная дистанция	м	2,44
Средняя дистанция	м	1,55

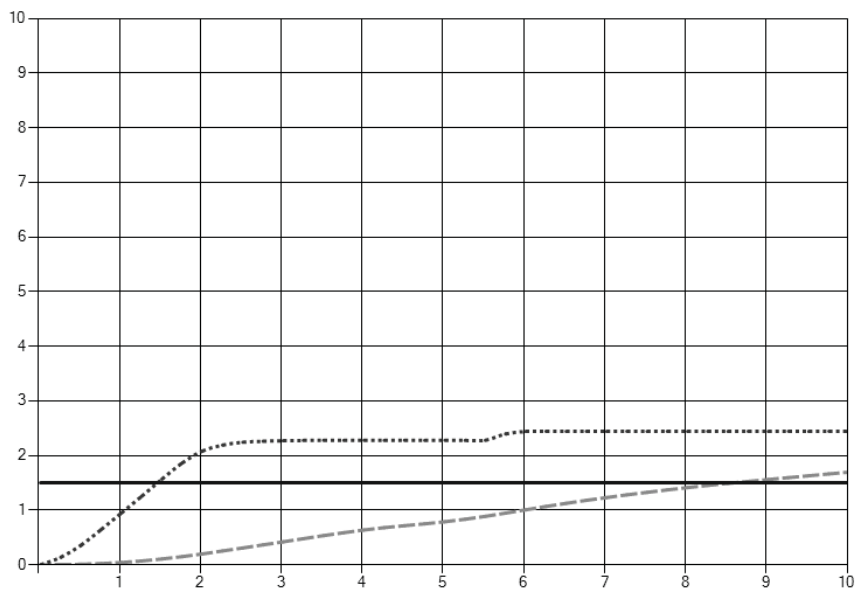
График изменения отслеживаемых параметров за первые 10 с моделирования представлен на рис. 7.

Результаты моделирования управления МБПЛА с использованием бэкстеппинга представлены в табл. 5.

▼ Таблица 5

Результаты моделирования с использованием бэкстеппинга

Критерий	Единица измерения	Значение
Максимальная дистанция	м	1,81
Средняя дистанция	м	1,33



▲ Рис. 7. Изменение средней и максимальной дистанции до объекта при использовании ПИД-регулятора

График изменения отслеживаемых параметров за первые 10 с моделирования представлен на рис. 8.

Результаты моделирования управления МБПЛА с использованием разработанного метода (модификация бэкстеппинга с использованием нечёткой логики) представлены в табл. 6.

▼ Таблица 6

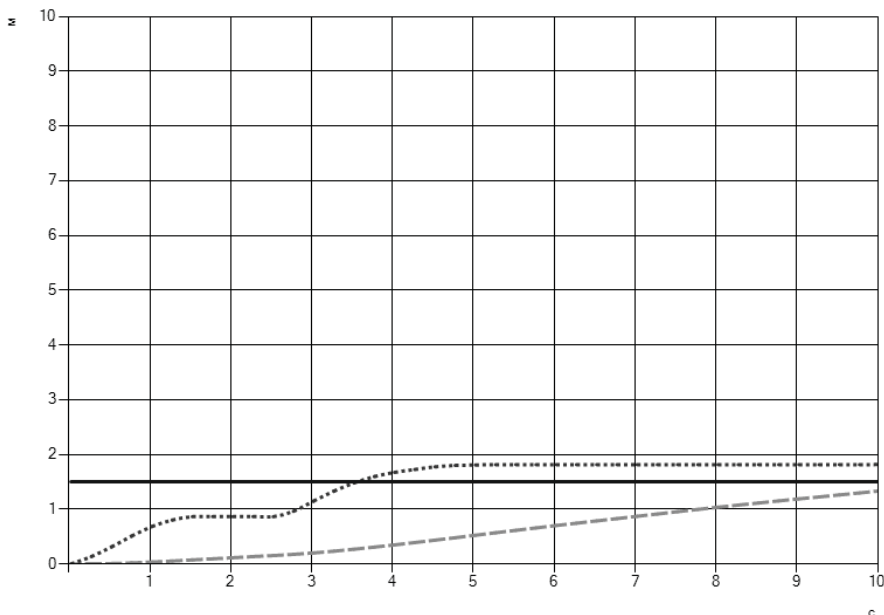
Результаты моделирования с использованием модифицированного бэкстеппинга

Критерий	Единица измерения	Значение
Максимальная дистанция	м	1,72
Средняя дистанция	м	1,12

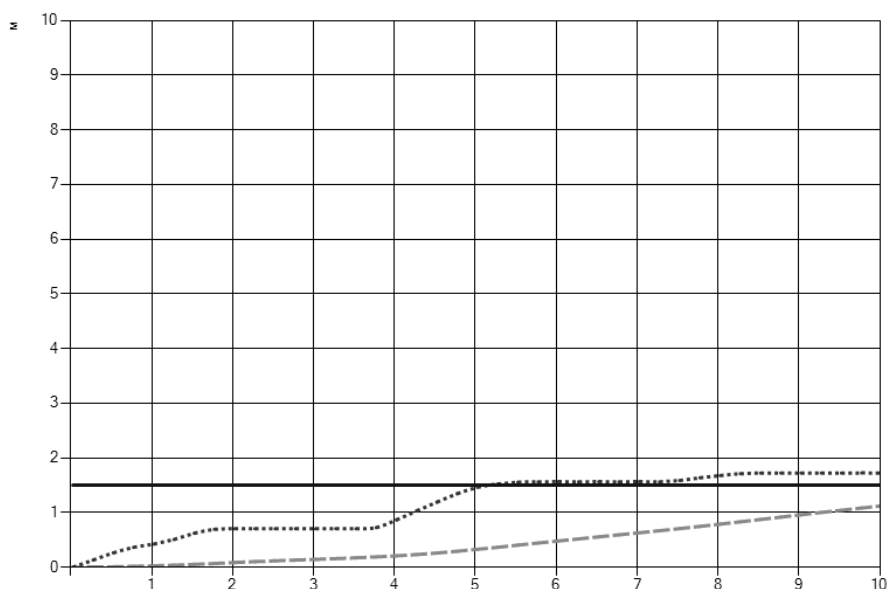
График изменения отслеживаемых параметров за первые 10 с моделирования представлен на рис. 9.

По результатам исследования сделаны следующие выводы:

- метод, использующий ПИД-регулятор, показывает значительное отклонение максимальной дистанции от требуемой, но близкие к требуемой значения средней дистанции;
- метод бэкстеппинга показывает небольшое отклонение от требуемой дистанции по максимальному значению, однако значение средней



▲ Рис. 8. Изменение средней и максимальной дистанции до объекта при использовании бэкстеппинга



▲ **Рис. 9.** Изменение средней и максимальной дистанции до объекта при использовании модифицированного бэкстеппинга

дистанции заметно меньше требуемой;

- модифицированный метод бэкстеппинга показывает лучшие результаты в сравнении с методом классического бэкстеппинга, однако уступает методу, использующему ПИД-регулятор, в значениях средней дистанции.

Модифицированный метод в целом обеспечивает более плавное регулирование в сравнении с другими исследуемыми методами.

Литература

1. Bouabdallah S., Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005. — P. 2247–2252.
2. Панферов В.В., Плясовских А.П., Хорошавцев Ю.Е., Купин В.В. Подходы к решению задач траекторного управления в активной системе организации воздушного движения // Транспорт Российской Федерации. — 2012. — № 6. — С. 64–69.
3. Mellinger D. Trajectory Generation and Control for Quadrotors // Publicly Accessible Penn Dissertations, 2012.
4. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. — М.: URSS, 2014. — 230 с.
5. Блюмин С.Л. Нечёткая логика: алгебраические основы и приложения: монография. / Блюмин С.Л., Шуйкова И.А., Сараев П.В. — Липецк: ЛЭГИ, 2002. — 111 с.
6. Cheong F., Lai R. Simplifying the automatic design of a fuzzy logic controller using evolutionary programming // Soft Computing. — 2007;11(9):839–846.