

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО КАЛЬКУЛЯТОРА DESMOS ПРИ ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ ПОНЯТИЯМ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ КУРСА АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Иванова Ольга Владимировна,

кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева, Москва, e-mail: oviva75@mail.ru

Слепцова Яна Вячеславовна,

магистрант факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета, г. Краснодар, e-mail: ysleptsova@mail.ru

В СТАТЬЕ ПРЕДСТАВЛЕНО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО КАЛЬКУЛЯТОРА DESMOS ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНЫМ ПОНЯТИЯМ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ АЛГЕБРЫ. ПРИВЕДЕНА КЛАССИФИКАЦИЯ СОВРЕМЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ, ОПИСАН ИХ ИНТЕРФЕЙС.

• функционально-графическая линия • содержательно-методическая линия • алгебра
• основная школа • Desmos • компьютерная поддержка

В настоящее время «материально-техническое оснащение образовательной деятельности в современных школах должно обеспечивать возможность проектирования и организации индивидуальной и групповой деятельности, организации своего времени с использованием информационно-коммуникационных технологий» [19]. Сегодня практически в каждом классе российских школ установлен компьютер, имеется выход в Интернет, большинство учебных кабинетов оснащены интерактивными досками и (или) мультимедиа-проекторами и, не за горами, интерактивными планшетами с электронными учебниками [8]. Стало естественным то, что полноценно обучить наших современных школьников без компьютерной поддержки предметного обучения, в частности математике, невозможно. Отметим при этом, что «принципиально по-новому взглянуть на обучение математике помогут средства интерактивных компьютерных технологий» [9], которые авторы статьи в рамках магистерской диссертации успешно использовали для учащихся 7–9-х классов при изучении понятий функциональной линии алгебры.

Функциональная линия является одной из ведущих содержательно-методических линий школьного курса алгебры. Эксперты Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) проанализировали типичные ошибки в заданиях ЕГЭ [14]; согласно проведённому анализу, основные ошибки как в базовом, так и в профильном экзамене были допущены именно в заданиях, касающихся функциональной линии. Основные проблемы:

- путаница между областью допустимых значений и областью определения функции;
- ошибки в предоставлении характеристики функции по её графику;
- сложности в составлении уравнения функции по её графику.

Функциональная зависимость, являясь межпредметным понятием, способна объединить в единое целое не только все разделы школьной математики, но и другие учебные предметы. Фундаментальная роль функциональной линии определяет особенности изучения других содержательно-методических линий школьного курса алгебры.

Отражая практическую направленность курса математики, тем не менее, понятия функциональной линии обладают высоким уровнем абстракции и, как показывает практика, являются довольно сложными для восприятия учащимися. Различным аспектам формирования понятий функциональной линии посвящены исследования И.В. Антоновой, О.А. Ивановой [7], А.В. Фирер [20], Н.Ю. Миловановой [13], С.Ю. Попадьиной [15] и др. Однако вопрос о компьютерной поддержке при изучении учащимися понятий функциональной линии недостаточно исследован. При изучении алгебры в курсе основной школы учащиеся знакомятся с различными функциями: линейной, квадратичной, дробно-рациональной; строят их графики; используют графический метод для решения уравнений, неравенств и их систем. Кроме того, задания, связанные с функциями и их графиками, ежегодно включаются в варианты основного государственного экзамена по математике.

В рамках данной статьи остановимся более подробно на компьютерной поддержке при обучении понятиям функциональной линии курса алгебры учащихся основной школы. В настоящее время существует большое разнообразие различных ком-

пьютерных программ для их применения при изучении функциональной линии алгебры (табл. 1).

Нас в большей степени интересовали такие преимущества компьютерных программ как: 1) интуитивно понятный интерфейс, 2) возможность работать в онлайн-режиме с любых устройств (смартфоны, компьютеры, планшеты); 3) свободно распространяемое программное обеспечение; 4) возможность работать на русском языке; 5) возможность сохранять созданные работы и делиться ими с другими пользователями. Как видно из табл. 1, Desmos Calculator обладает существенными достоинствами для того, чтобы воспользоваться им на уроках в курсе алгебры основной школы.

Desmos — это бесплатный онлайн-калькулятор, созданный Дэном Майером и Эли Любероффом для построения графиков, который могут легко использовать и учителя, и учащиеся [1, 16, 18]. Укажем имеющиеся возможности Desmos для его применения на уроках алгебры в 7–9-х классах.

1. Позволяет строить любые графики по заданному математическому выражению (рис. 1).

Таблица 1

Классификация компьютерных программ для построения графиков

Компьютерная программа	Бесплатная	Работа в онлайн-режиме	Знание языков программирования	Простой интерфейс	Русифицирована	Сохранение своих работ	Отсутствие ошибок и сбоев
Advanced Grapher [10]	+	–	–	+	+	–	+
FNGraph [17]	+	+	–	+	+	–	+
Desmos Calculator [18]	+	+	–	+	–	+	+
MathCAD/MathLab [12]	–	–	+	–	+	+	+
Mathematica (Wolfram) [11]	–	+	+	–	+	+	+
Microsoft Excel	+	–	–	+	+	+	+
Master Function [3]	+	+	–	–	+	–	+
GeoGebra [2]	+	+	–	+	–	–	+

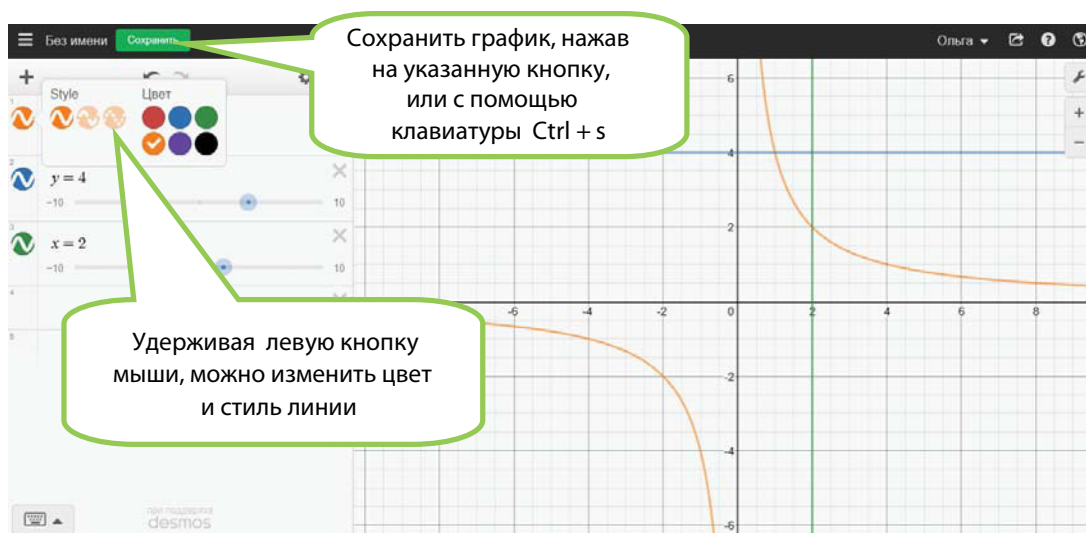


Рис. 1. Изменение цвета графиков и их сохранение в Desmos

2. Позволяет изменять цвет графиков таким образом, каким задаём математическое выражение (см. рис. 1).
3. Сохраняет построенный график (см. рис. 1).
4. Позволяет создавать таблицу или конвертировать существующее выражение в таблицу (рис. 2).
5. Позволяет строить графики с несколькими параметрами с помощью ползунков, устанавливая предел и интервал параметра (рис. 3).
6. Позволяет создавать творческие задания (рис. 4).

Поскольку Desmos позволяет строить графики с несколькими параметрами, то его можно использовать на уроке при объясне-

нии коэффициентов функции, например, $y = kx + m$. На рис. 3 представлен график линейной функции $y = kx + 5$ с различными значениями параметра k с помощью ползунка. Таким образом, ученики сразу наглядно видят, что при $k < 0$ функция убывает, при $k > 0$ функция возрастает.

На рис. 4 представлено задание, которое можно легко создать средствами Desmos: построив три графика, убрать оси координат. Задание для учащихся выглядит так: «Дополните рисунок осями координат, задайте функцию $y = f(x)$ аналитически (единичный отрезок — две клеточки)».

Поскольку Desmos позволяет строить любые графики по заданному математическому

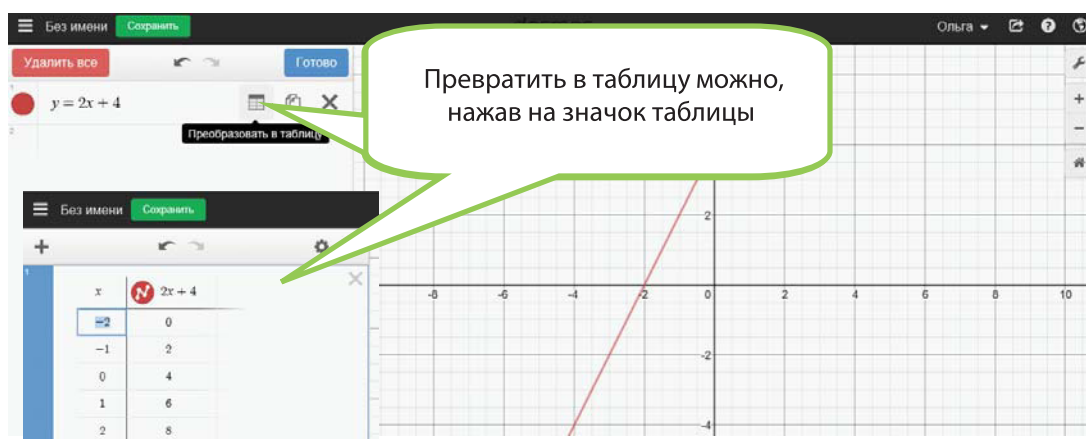


Рис. 2. Создание таблицы в Desmos

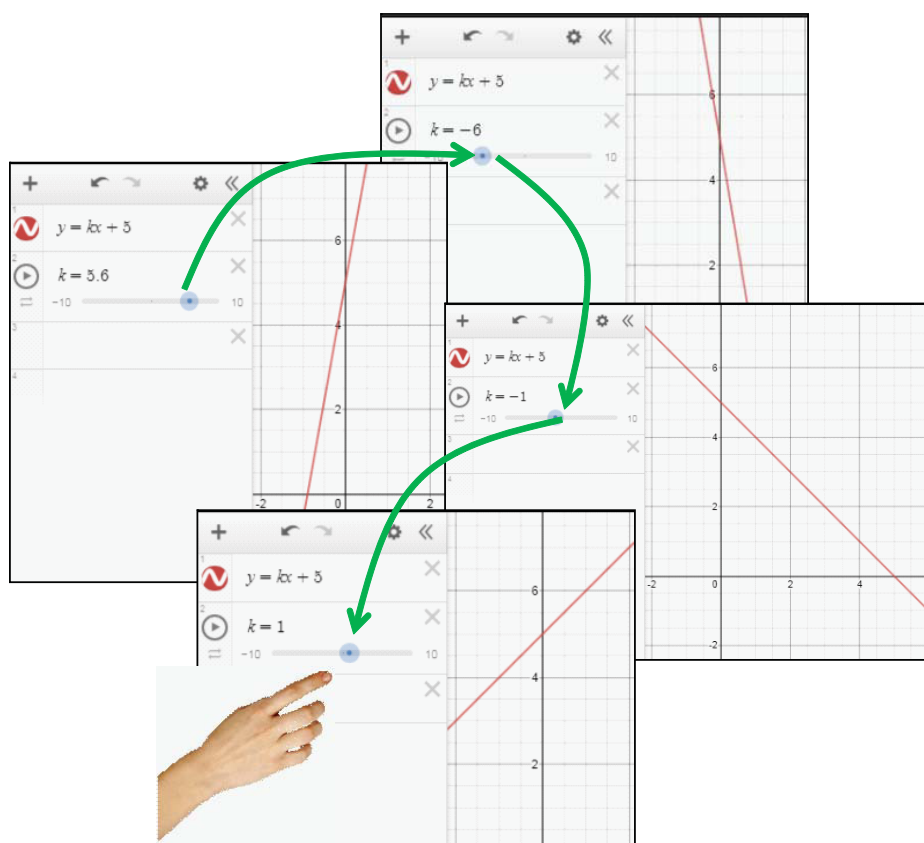


Рис. 3. Построение линейной функции с параметром $k \in [-10; 10]$

выражению, то средствами данной программы можно проверять решения систем уравнений, в том числе и с параметром. Например, графическое решение системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = |x| - 3 \end{cases} \quad [6]$$

уравнений [6] учащимся 9-го класса можно представить в Desmos в качестве проверки своего решения (рис. 5).

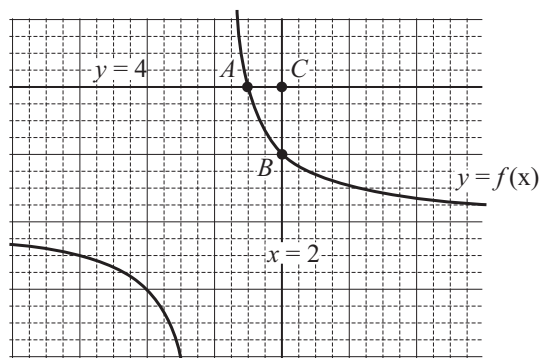


Рис. 4. Создание творческого задания средствами Desmos

В курсе алгебры 8-го класса учащиеся знакомятся с дробно-линейными функциями

$$\text{вида } y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad [5] \text{ и её графиками. Для}$$

того чтобы построить график, учащиеся выделяют из данной дроби целую часть и сводят к уже известным построениям. Например,

$$\text{рассмотрим график функции } y = \frac{3-2x}{1-x}.$$

Для этого из дроби $\frac{3-2x}{1-x}$ выделяем целую

$$\text{часть: } y = \frac{3-2x}{1-x} = \frac{2(1-x)+1}{1-x} = 2 + \frac{1}{1-x}$$

В координатной плоскости пунктиром проведём асимптоты: $x = 1$ и $y = 2$, затем составим таблицы для $x > 1$ и $x < 1$, поскольку гипербола состоит из двух ветвей. Все действия можно зафиксировать в Desmos (рис. 6), а учащиеся — записать у себя в тетради, а затем построить график перво-

$$\text{начально заданной функции } y = \frac{3-2x}{1-x}.$$

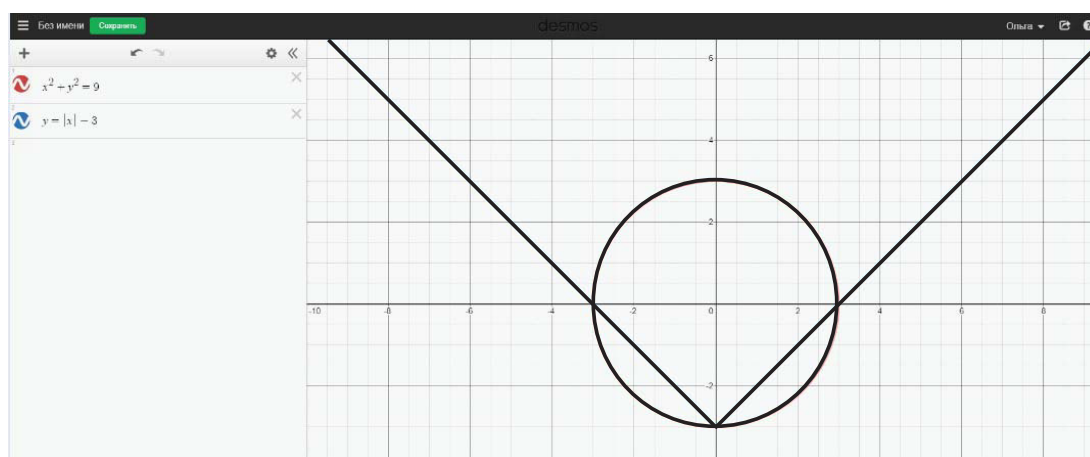


Рис. 5. Решение системы уравнений в Desmos

Таким образом, в процессе обучения понятиям функциональной линии курса алгебры основной школы использование графического калькулятора Desmos позволяет

- учащимся:
 - 1) оперировать графическими образами математических понятий;
 - 2) контролировать свои действия, корректировать их, работать самостоятельно;
 - 3) стимулировать их инициативу в процессе обучения;
- учителям:
 - 1) составлять визуализированные дидактические материалы, в частности, творческие задания;
 - 2) проводить визуализированные уроки алгебры;

- 3) разбирать задания повышенного уровня сложности на уроках алгебры с опорой на когнитивную наглядность;
- 4) разбирать задания основного государственного экзамена с опорой на когнитивную наглядность. □

Литература

1. Desmos — замечательный инструмент для учителей математики. — URL: <http://didaktor.ru/desmos-zamechatelnyj-instrument-dlya-uchitelej-matematiki/>
2. GeoGebra. Графический калькулятор для функций, геометрии, статистики и 3D-геометрии [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.geogebra.org/>

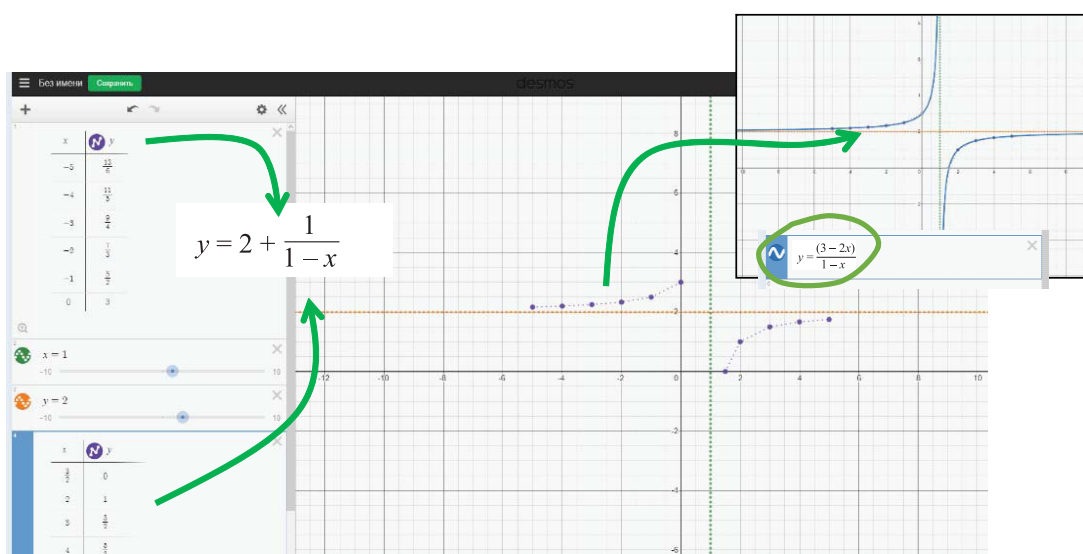


Рис. 6. Построение дробно-линейной функции в Desmos

3. Master Function — строим графики функций. — URL: http://dprogu.ru/kms_prodlog+show+ids-915.html
4. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразовательных организаций в 2-х ч. Ч. 2 (задачник) / Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Александрова Л.А. — М.: Мнемозина, 2019. — 223 с.
5. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразовательных организаций / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. — М.: Просвещение, 2018. — 271 с.
6. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных организаций в 2-х ч. Ч. 2. / Мордкович А.Г., Семёнов П.В. — М.: Мнемозина, 2019. — 223 с.
7. Иванова О.А. Обучение функциональной линии на уроках математики в 7–11 классах на основе метаметодического подхода: автореф. дис. ... канд. пед. наук. — СПб., 2013. — 22 с.
8. Иванова О.В. Формирование профессиональных умений работы с интерактивной доской // Педагогика. — 2018. — № 12. — С. 54–59.
9. Иванова О.В., Деева С.А., Скарбич С.Н. Интерактивные компьютерные технологии SMART в формировании элементов стохастической культуры школьников // Информатика и образование. — 2015. — № 4. — С. 22–26.
10. Как оформить график 2D в программе Grapher от Golden Software. — URL: https://www.npk-kaluga.ru/MakeGraf_Grapher.htm
11. Капустина Т.В. Компьютерная система Mathematica 3.0 в вузовском образовании. — М.: МПУ, 2000. — 153 с.
12. Кудрявцев Е.М. Mathcad 11: полное руководство по русской версии. — М.: ДМК Пресс, 2005. — 592 с.
13. Милованова Н.Ю. Методика формирования у старшеклассников системы понятий математического анализа на основе графических представлений: дис. ... канд. пед. наук. — Волгоград, 2016. — 161 с.
14. Стало известно, какие ошибки допускали в этом году на ЕГЭ // Молодёжный интернет-журнал МГУ. — URL: <http://www.taday.ru/text/2238405.html>
15. Попадьяна С.Ю. Реализация функционально-графической линии в персонализированном обучении общеобразовательному курсу математики с использованием компьютерной системы Mathcad: автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 2009. — 22 с.
16. Построение графиков функций с помощью графической системы DESMOS.COM/CALCULATOR. — URL: http://um-razum.ru/publ/postroenie_grafikov_funkcij_s_pomoshhju_graficheskoy_sistemy_desmos_com/1-1-0-20#1
17. Руководство по GraphQL для начинающих. — URL: <https://tproger.ru/translations/graphql-beginners-guide>
18. Руководство пользователя. Знакомство с DESMOS. — URL: https://desmos.s3.amazonaws.com/Desmos_User_Guide_RU.pdf
19. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. — URL: <https://fgos.ru>
20. Фирер А.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации: дис. ... канд. пед. наук. — Омск, 2018. — 225 с.

Literatura

1. Desmos — zamechatel'nyy instrument dlya uchiteley matematiki. — URL: <http://didaktor.ru/desmos-zamechatelnyy-instrument-dlya-uchiteley-matematiki/>
2. GeoGebra. Graficheskiy kal'kulyator dlya funktsiy, geometrii, statistiki i 3D-geometrii [Elektronnyy resurs]. — URL: <http://www.geogebra.org/>
3. Master Function — stroim grafiki funktsiy. — URL: http://dprogu.ru/kms_prodlog+show+ids-915.html
4. Algebra. 7 klass: ucheb. dlya obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy v 2-kh ch. CH. 2 (zadachnik) / Mordkovich A.G., Mishustina T.N., Aleksandrova L.A. — М.: Mnemozina, 2019. — 223 s.
5. Algebra. 8 klass: ucheb. dlya obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy / Makarychev Yu.N., Mindyuk N.G., Neshkov K.I., Suvorova S.B. — М.: Prosveshcheniye, 2018. — 271 s.
6. Algebra. 9 klass: ucheb. dlya obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy v 2-kh ch. Ch. 2. / Mordkovich A.G., Semonov P.V. — М.: Mnemozina, 2019. — 223 s.
7. Ivanova O.A. Obucheniye funktsional'noy linii na urokakh matematiki v 7–11 klassakh na osnove metametodicheskogo podkhoda: avtoref dis. ... kand. ped. nauk. — SPb., 2013. — 22 s.

8. *Ivanova O.V.* Formirovaniye professional'nykh umeniy raboty s interaktivnoy doskoy // *Pedagogika*. — 2018. — № 12. — S. 54–59.
9. *Ivanova O.V., Deyeva S.A., Skarbich S.N.* Interaktivnyye komp'yuternyye tekhnologii SMART v formirovanii elementov stokhasticheskoy kul'tury shkol'nikov // *Informatika i obrazovaniye*. — 2015. — № 4. — S. 22–26.
10. Kak oformit' grafik 2D v programme Grapher ot Golden Software. — URL: https://www.npk-kaluga.ru/MakeGraf_Grapher.htm
11. *Kapustina T.V.* Komp'yuternaya sistema Mathematica 3.0 v vuzovskom obrazovanii. — M.: MPU, 2000. — 153 s.
12. *Kudryavtsev Ye.M.* Mathcad 11: polnoye rukovodstvo po russkoy versii. — M.: DMK Press, 2005. — 592 s.
13. *Milovanova N.Yu.* Metodika formirovaniya u starsheklassnikov sistemy ponyatiy matematicheskogo analiza na osnove graficheskikh predstavleniy: dis. ... kand. ped. nauk. — Volgograd, 2016. — 161 s.
14. Stalo izvestno, kakiye oshibki dopuskali v etom godu na YEGE // *Molodozhnyy internet-zhurnal MGU*. — URL: <http://www.taday.ru/text/2238405.html>
15. *Popad'ina S.Yu.* Realizatsiya funktsional'no-graficheskoy linii v personalizirovannom obuchenii obshcheobrazovatel'nomu kursu matematiki s ispol'zovaniyem komp'yuternoy sistemy Mathcad: avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. — M., 2009. — 22 s.
16. Postroyeniye grafikov funktsiy s pomoshch'yu graficheskoy sistemy DESMOS.COM/CALCULATOR. — URL: http://um-razum.ru/publ/postroenie_grafikov_funkcij_s_pomoshhju_graficheskoy_sistemy_desmos_com/1-1-0-20#1
17. Rukovodstvo po GraphQL dlya nachinayushchikh. — URL: <https://tproger.ru/translations/graphql-beginners-guide>
18. Rukovodstvo pol'zovatelya. Znakomstvo s DESMOS. — URL: https://desmos.s3.amazonaws.com/Desmos_User_Guide_RU.pdf
19. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart osnovnogo obshchego obrazovaniya. — URL: <https://fgos.ru>
20. *Firer A.V.* Razvitiye poznavatel'nykh universal'nykh uchebnykh deystviy uchashchihsya osnovnoy shkoly pri obuchenii ponyatiyam funktsional'noy linii algebry sredstvami vizualizatsii: dis. ... kand. ped. nauk. — Omsk, 2018. — 225 s.