Организация работы математических кружков в сельской малочисленной школе

Александр Фарков,
преподаватель Коряжемского филиала Поморского государственного университета

Математические кружки должны быть основной формой внеклассной работы по предмету, особенно в 5–6-х классах. В последние годы в ряде регионов появились в школах педагоги дополнительного образования, и администрация школ часть часов стала выделять на проведение математических кружков. Кружки стали, наконец-то, учителю математики оплачиваться. Но как быть со школами, где учащихся, желающих заниматься в кружках, мало? Выход один — проводить в таких школах математические кружки для учащихся двух-трёх классов. Но перед учителем непременно встанет проблема отбора содержания кружковых занятий.

В последние годы наблюдается снижение популярности математики среди школьников. Всё это должно насторожить как органы управления образованием, так и самих учителей математики. Так как среди трёх основных стимулов к учёбе (интереса к математике, сознательности и принуждения) для организации работы кружка подходит лишь первый стимул, то самое главное в работе кружка — это сделать все его занятия интересными. С этой целью, наряду с одной из наиболее распространённых форм проведения кружкового занятия — комбинированного тематического занятия — необходимо чаще применять на занятиях различные соревнования в качестве итога работы за определённый период времени. Это будет и своеобразной диагностикой уровней обученности и обучаемости учащихся. В качестве таких соревнований можно назвать **математическую карусель, математическую драку, математический хоккей, конкурс тяжеловесов, устную олимпиаду** и т. п. Но для проведения соревнований надо, чтобы кружковцев было не менее 8–10 человек, иначе некоторые из соревнований провести не удастся. А значит, мы опять приходим к вопросу об организации кружков для учащихся двух или трёх классов. Правда, в этом случае труднее будет продумать содержание занятий.

Чтобы ребята видели пользу занятий, необходимо увязывать проведение кружковых занятий с внеклассной работой по математике. Однако не рекомендуем проводить занятия кружка в сентябре и мае, так как сельские дети в этот период помогают своим родителям.

В качестве примера рассмотрим примерное содержание нескольких кружковых занятий для учащихся

6–7-х классов, проведённых автором для учащихся города Коряжмы Архангельской области.

Тема занятия:
Математические ребусы

Ход занятия:
I. Работа по теме занятия

Математическими ребусами называют задания на восстановление записей вычислений. Условие математического ребуса содержит либо целиком зашифрованную запись (цифры заменены буквами), либо только часть записи (стёртые цифры заменены точками или звёздочками).

Записи восстанавливаются на основании логических рассуждений. При этом нельзя ограничиваться отысканием только одного решения. Испытание нужно доводить до конца, чтобы быть уверенным, что нет других решений. Хотя есть математические ребусы, имеющие несколько решений.

После вашего вводного слова предложите кружковцам подумать над решением задач 1–2. Затем вместе с ними обсудите решения задач, обратив внимание на основные приёмы решения математических ребусов.

1. Восстановите повреждённые записи арифметических действий:

а) ** + * = **8   б) ** + ** = *98

Рассматривая эту разновидность ребусов, обратите внимание, что сумма двузначного и однозначного чисел — трёхзначное число, поэтому первая цифра в сумме будет 1. А число 1*8 может получиться только в сумме наибольшего двузначного числа и наибольшего однозначного. Аналогично во втором случае, сумма равна 198. А так как слагаемые двузначные числа и самое большое двузначное число будет 99, то **решением** будет 99 + 99 = 198.

2. Решите ребусы:

а) ДРАМА + ДРАМА = ТЕАТР

б) КОШКА + КОШКА + КОШКА = СОБАКА

в) ЧАЙ : АЙ = 5

Решения:

а) Д < 4, А + А = А, значит А = 0 (без перехода) или А = 9 (с переходом). А = 0 не удовлетворяет, так как А + А = Р (получаем А = Р = 0). Значит А = 9, Р = 8, Е = 7. Тогда 2М + 1 = 10 + Т, Т < 9, значит М = 5 или 6, или 7, или 8 (так как получается переход). При М = 6 получается решение:
18969+18969 = 37938.

б) Начинаем решение ребуса с КА + КА + КА = КА (с переходом и без перехода). Данное равенство будет верно только в случае, когда КА = 50. Находим С = 1. Так как Ш + Ш + Ш = 10, то Ш = 3. Так как О + О + О = Б и 5 + 5 + 5 = 10 + О, то находим О = 6, Б= 8. Итак:
56350 + 56350 + 53650 =168050.

в) Задание наиболее трудное. Для его решения лучше перейти от деления к умножению: 5·АЙ = ЧАЙ, значит 4·100 + АЙ = АЙ·5 и тогда 4·25 = АЙ. Так как АЙ — двузначное, то Ч = 1, 2, 3 . Для каждого Ч находим решение: 125, 250, 375. Итак, получаем три решения:
125:25 = 5; 250:50 = 5; 375:75 = 5.

II. Устные упражнения: *Дайте добрый совет!*

3. Президент страны решил уволить своего премьер-министра, но не хотел его обижать, да и особого повода не было. Наконец он придумал вот что. Когда премьер-министр пришёл к президенту, тот сказал ему: «Я положил в портфель 2 листа бумаги. На одном написано: «Останьтесь», на другом — «Уходите». Листок, который Вы, не глядя, вынете из портфеля, решит Вашу судьбу». Хитрый премьер-министр догадался, что на обоих листах написано «Уходите». Как ему избежать отставки?

4. Два разбойника делят добычу. Каждый уверен, что мог бы поделить добычу на 2 равные части, но второй ему не доверяет. Как разбойникам разделить добычу, чтобы оба остались довольны?

5. Можно ли в тетрадном листе прорезать дырку так, чтобы сквозь неё мог пролезть любой из Вас?

6. Путешественник попал в плен к кровожадным дикарям. По законам племени, всякого иностранца спрашивают о цели приезда. Если он при этом скажет правду — его съедят, а если солжёт — утопят в море. Как путешественнику остаться в живых?

III. Самостоятельная работа

Решите ребусы:

```
7.     6*        8.   А          9. СПОРТ
  ×                 + ББ            +
   * * *              А             СПОРТ
  ---------         -----           -----
     * *            ССС             КРОСС
 + * *
   * *
  ---------
 * * * 6
```

IV. Домашнее задание

Решите ребусы:

```
10.      2*       11. РЕШИ
     ×              +
        *2            ЕСЛИ
       ----         -------
        *8          СИЛЁН
     +
        7*         (Наибольшая цифра в
       ----         числе СИЛЁН равна 5.)
       7*8
```

12. Составьте свой ребус с известными словами нашего региона.

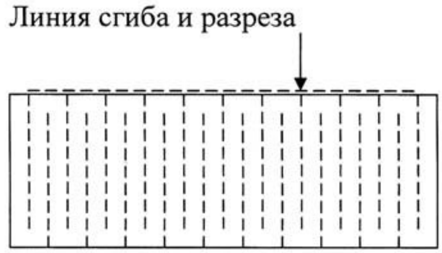
Решения и ответы:

3. Он может достать одну из бумажек и уничтожить её. Затем достать вторую и сказать: «Раз на этой бумажке написано: «Уходите», то на первой было «Останьтесь».

4. Пусть один из разбойников разделит добычу на 2, по **его** мнению, равные части, а второй выберет ту, которая, по его мнению, больше.

5. Да, смотрите рисунок:

Листок сгибается пополам, и проводятся разрезы, как на рисунке



Проведённые отрезки означают разрезы.

6. Путешественник может сказать: «Я приехал, чтобы вы меня утопили». Значит, если его захотят утопить, то выходит, он сказал правду, а за правду съедают. Но если его захотят съесть, то получается, что он солгал, а за ложь топят. Остаётся вопрос — будут ли последовательны дикари своей логике.

7. 66·111 =7326.

```
8.     6
     +99
       6
     ---
     111
```

А = 6, *Б* = 9, *С* = 1.

```
9.   43972
     43972      С = 4; П = 3; Т = 2; Р = 7;
     -----
     87944      К = 8; О = 9.
```

10. 24·32 = 768.

11. Так как наибольшая цифра в числе «СИЛЁН» равна 5, а С = 1, то остальные 4 цифры в этом числе будут 2, 3, 4, 5. Так как Н < 6, то И = 2. А значит, Н = 4. Так как Л > Е, то Л = 5, Е = 3. А тогда уже легко находим остальные цифры: Ш = 8, Р = 9. В итоге получается:

```
  9382
+ 3152
 -----
 12534
```

Методический комментарий: Для проверки правильности решения 5-й задачи приготовьте несколько моделей с разрезами, в том числе и ошибочными (в виде спирали, без разреза на месте сгиба и т.п.). При проверке домашнего решения 11-й задачи обратите внимание на то, почему всё же наибольшая цифра в числе СИЛЁН равна 5. Что будет, если такого ограничения не будет?

Предложенные разработки содержат материал, одинаково доступный учащимся как 6-х, так и 7-х классов.

А сейчас рассмотрим пример разработки занятия, на котором ученикам разных классов будут предлагаться различные задания.

Тема занятия: Арифметические задачи

Ход занятия:

I. Работа по теме занятия

1. Выписаны подряд все натуральные числа: 123456789101112 .... Какая цифра будет записана на 2005 месте?

2. Сколькими нулями оканчивается число 1·2·3·4·5·6·7· ... 99·100?

3. Вычислите:

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{2001\cdot 2002}.$$

4. Какой цифрой оканчивается 3^{2004} ?

II. Самостоятельная работа

Для всех учащихся:

5. Вычислите: –90 – 89 – 88 – ... – 1 + 0 + + 1 + 2 + ... + 98 + 99 +100.

6. Делится ли число 11 – 21 – 31 – 41 – 51– ... – 91 – 1 на 10? Почему?

7. Из числа 123456789101112...9899100, образованного путём последовательного приписывания друг за другом всех чисел от 1 до 100, вычеркните 100 таких цифр, чтобы оставшееся число было наибольшим.

8. Найдите дробь со знаменателем 19, которая больше $\frac{5}{7}$, но меньше $\frac{6}{7}$.

Для учащихся 6-го класса:

9. Сколько всего пятизначных чисел можно составить из цифр 0 и 1? Цифры могут повторяться. Запишите эти цифры.

10. Запишите число 1000000, имея только цифру 3, знаки арифметических действий и скобки, если они необходимы. Можно ли в этой записи обойтись без действия деления?

11. Запишите 100:

а) с помощью пяти единиц и знаков действий;

б) с помощью пяти пятёрок и знаков действий;

в) с помощью пяти троек и знаков действий.

Для учащихся 7-го класса:

12. Найти последнюю цифру числа 8^{2001}.

13. Сравните 31^{11} и 17^{14}.

14. Что больше:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} \text{ или } \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}?$$

Найдите несколько способов решения.

15. Какой цифрой оканчивается число $11^{11}+ 12^{12}$ и $+ 13^{13}$?

III. Домашнее задание

Всем учащимся:

16. Поставьте в выражении скобки так, чтобы получилось верное равенство: 270 + 120 + 390 : 3 · 5 = 1120.

17. На некотором острове каждый житель является либо рыцарем (всегда говорит правду) либо лжецом. Из трёх островитян двое сказали:

Первый: «Мы все лжецы».

Второй: «Только один из нас рыцарь».

Кто из них рыцарь, а кто лжец?

Учащимся 6-го класса:

18. Сколько всего имеется пятизначных чисел, сумма цифр в которых равняется трём? Причём в записи каждого числа цифра 1 может встречаться не более одного раза.

Учащимся 7-го класса:

19. Какое из чисел 127^{23} или 513^{18} больше?

Решения и ответы:

1. Начнём считать цифры. От 1 до 9 — 9; от 10 до 99 — 180; остаётся 2005 – 189 = 1816. Далее идут трёхзначные числа. 1800 цифр будет до числа 699 включительно. 16 цифр уйдёт на следующие 5 чисел и первую цифру шестого числа. А это 7.

2. Нули получаются от перемножения цифры 5 на чётное число. Сосчитаем число пятёрок в произведении. Так как на 5 делится каждое пятое число, то 20 пятёрок получим при делении 100 на 5. Но есть числа, дающие по 2 пятёрки: это 25, 50, 75, 100. Значит, всего в произведении будет 24 пятёрки. Чётных же чисел будет больше. Итак, на конце числа будет 24 нуля.

3. Представим каждую дробь

вида $\dfrac{1}{n\cdot(n+1)}$ в виде разности двух

дробей: $\dfrac{1}{n}$ и $\dfrac{1}{n+1}$.

Тогда $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\dfrac{1}{2001\cdot 2002}=$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots$$

4. $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4= 81$; $3^5 = 243$; $3^6 =729$. Замечаем, что 3^1 и 3^5 оканчиваются на одну и ту же цифру 3; 3^2 и 3^6 — на цифру 9 и т.д. То есть через 4 равенства последняя цифра повторяется. Тогда все числа вида 3^{4p+q} заканчиваются той же цифрой, что и 3^q. Так как $2004 = 4\cdot 501$, то последняя цифра числа 3^{2004} будет такая же, как и у числа 3^4, то есть 1.

5. $-90 - 89 - 88 - \ldots - 1 + 0 + 1 + 2 + \ldots + 98 + 99 + + 100 = 91 + 92 + \ldots + 100 = (91 + 100)\cdot 5 = 191\cdot 5 = 955$.

6. Последняя цифра первого слагаемого оканчивается на 1, поэтому разность оканчивается 0. Значит, число делится на 10.

7. Число будет наибольшим, если в старших разрядах будут стоять девятки. В связи с этим вычёркиваем первые восемь цифр, затем цифры чисел от 10 до 18 и единицу у 19 и так далее до цифры 4 у числа 49. Таким образом, было вычеркнуто $8 + 19 + 19 + 19 + 19 = 84$ цифры. Осталось вычеркнуть ещё 16 цифр, а именно цифры чисел 50, 51, 52 ... 56 (14 цифр) и дважды цифру 5 у чисел 57 и 58. Всего, таким образом, вычеркнули 100 цифр. Получили число: 9999978596061...9899100

8. $\dfrac{14}{19};\dfrac{15}{19}$.

9. 16: 10000, 10001, 10010, 10011, 10100, 10101, 10110, 10111, 11000, 11001, 11010, 11011, 11100, 11101, 11110, 11111.

10. 3 333 333:3 – 333 333:3 = 1 000000 или 333333 – 3 + + 3:3 = 1000000. Нет, так как всегда будет число, кратное трём.

11. а) 111 -11 = 100; б) $5\cdot 5\cdot 5 - 5\cdot 5 = 100$; в) $33\cdot 3 + 3 : 3 = 100$.

12. Находя значения степени 8^1, 8^2, 8^3, 8^4, 8^5 и т.д., замечаем закономерность: последней цифрой являются 8, 4, 2, 6, а далее они повторяются. Так как $2001 = 500\cdot 4 + 1$, то 8^{2001} оканчивается той же цифрой, что и 8^1, то есть 8.

13. Так как 31 и 17 находятся рядом со степенями числа «2», то получаем: $31^{11}<32^{11} = (2^5)^{11} = 2^{55}<2^{56} = (2^4)^{14} = 16^{14} < 17^{14}$. Таким образом, $31^{11} <17^{14}$.

14. 1-й способ. Найдём разность второй и первой дроби, после упрощения получим:

$$\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}-\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}=\frac{2\cdot 10^{11}-10^{12}-10^{10}}{\left(10^{12}+1\right)\cdot\left(10^{11}+1\right)}=$$

$$=\frac{-81\cdot 10^{10}}{\left(10^{12}+1\right)\left(10^{11}+1\right)}<0.$$

Поэтому $\dfrac{10^{10}+1}{10^{11}+1}>\dfrac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$.

2-й способ. Найдём частное первой и второй дробей, после упрощения получим:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}:\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}=$$

$$=\frac{10^{22}+10^{12}+10^{10}+1}{10^{22}+2\cdot 10^{11}+1}>1,$$

значит, первая дробь больше.

15. 11^n оканчивается всегда единицей. 12^n оканчивается 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 ..., т.е. через 4 цифры повторяются. Так как 12 $=4\cdot 3$, то12^{12} оканчивается шестёркой. 13^n оканчивается 3, 9, 7, 1, 3. ..., т.е. снова цифры повторяются с периодом 4. Так как $13=4\cdot 3+1$, то13^{13} оканчивается тройкой. Так как $1+6+3=10$, то сумма оканчивается нулём.

16. $270+(120+390):3\cdot 5=1120$.

17. Допустим, что первый сказал правду. Тогда второй будет лжец, иначе высказывания были бы одинаковыми. Но первый не может сказать правду, значит, второй — рыцарь, а следовательно, первый и третий — лжецы.

18. 9: 21000, 20100, 20010, 20001, 12000, 10200, 10020, 10002, 30000.

19. $127<128\Rightarrow 127^{23}<128^{23}=(2^7)^{23}=2^{161}$. $513>512\Rightarrow 513^{18}>512^{23}=(2^9)^{18}=2^{162}$. Так как $2^{162}>2^{161}$, то и $513^{18}>127^{23}$.

И в заключение приведём пример кружкового занятия, на котором проводилось соревнование.

Тем занятия: Математическое соревнование («математическая драка»)

Ход занятия:

I. Виды математических соревнований. Правила «математической драки».

Основные виды математических соревнований — **олимпиады** (стандартные и нестандартные, личные и командные), **бои, карусели, викторины, конкурсы** и т.п.

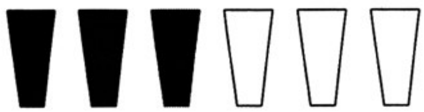
«Математическая драка» — это разновидность личной олимпиады, она относится к нестандартным олимпиадам. Для её проведения подберите 8–12 задач разной трудности, в их число включите как задачи на методы решений, изучаемые на кружке, так и задачи, методы решений которых не рассматривались. Очень трудных задач, на решение которых надо потратить много времени, — не включайте. Условия задач раздаются каждому участнику олимпиады, при этом рядом с условием задачи указывается и её цена в баллах. Ученики приступают к решению той из задач, которая им под силу. Первый решивший какую-то из задач поднимает руку, называет номер задачи и выходит к доске её объяснять. В случае верного решения он получает то число баллов, которое указано рядом с решённой им задачей. В противном случае ученик получает то же число баллов, но со знаком «минус», а цена задачи увеличивается. Таким образом, ученик «ввязывается» в драку с задачей, если считает, что он сможет её «победить». На сколько баллов увеличить цену задачи или во сколько раз — вы решаете сами. Олимпиада завершается по истечении 45–60 минут.

II. Математическая драка

1. У овец и кур вместе 36 голов и 100 ног. Сколько овец? **(3 балла)**

2. Алёша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число задумал Алёша? **(3 балла)**

3. Перед вами стоят 6 стаканов: три с водой и три пустых. Дотроньтесь рукой лишь до одного стакана и добейтесь, чтобы пустые и полные стаканы чередовались. **(2 балла)**



4. Расшифруйте «животноводческий» ребус:

Б
БЕЕЕ
МУУУ **(3 балла)**

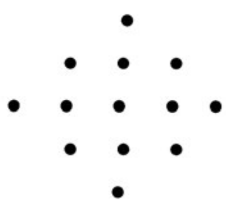
5. Пришёл Иван-царевич в подземелье к Кащею Бессмертному Василису Прекрасную освобождать. В подземелье три темницы. В одной из них томится Василиса, в другой расположился Змей Горыныч, а третья темница — пустая. На дверях есть надписи, но все они ложные. На первой темнице написано: «Здесь Василиса Прекрасная»; на второй темнице: «Темница № 3 не пустая»; на третьей темнице написано: «Здесь Змей Горыныч». В какой же темнице Василиса? **(4 балла)**

6. Игнату сейчас вчетверо больше лет, чем было его сестре в тот момент, когда она была вдвое моложе его. Сколько лет сейчас Игнату, если через 15 лет ему и сестре будет вместе 100 лет? **(6 баллов)**

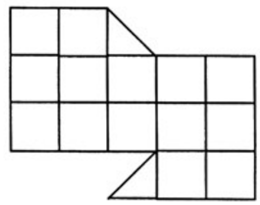
7. В вершинах куба записаны числа 2, 0, 0, 3, 1, 9, 5, 7. За один ход разрешается прибавить к числам, стоящим на концах одного ребра, одно и то же целое число. Можно ли за несколько ходов получить нули во всех вершинах? **(4 балла)**

8. Аня и Таня вместе весят 40 кг, Таня и Маня — 50 кг, Маня и Ваня — 90 кг, Ваня и Даня — 100 кг, Даня и Аня — 60 кг. Сколько весит Аня? **(6 баллов)**

9. На рисунке изображено 13 точек. Сколько квадратов с вершинами в этих точках можно нарисовать? (Все точки располагаются в вершинах квадратиков со стороной 1.) **(6 баллов)**



10. Разрежьте фигуру на 2 равные части. **(5 баллов)**



11. Из бочки, содержащей не менее 10 л бензина, отлейте ровно 6 л, используя бидон вместимостью 5 л и девятилитровое ведро. **(5 баллов)**

Подведение итогов, награждение победителей. Разбор наиболее трудных задач

Решения и ответы:

1. Если бы у всех было по 2 головы, то было бы 72 ноги. Остаётся 28 ног. Так как у овец по 4 ноги, то овец будет 14. Тогда кур останется 22.

2. Решаем с конца:
$(2 \cdot 7 + 6) : 4 \cdot 3 - 5 = 10$.

3. Перелить воду из второго стакана в пятый.

4. 1 + 1999 = 2000.

5. Василиса Прекрасная не может быть в первой темнице, значит, она во второй или третьей темнице. Так как третья темница пустая, то Василиса Прекрасная будет во второй темнице.

6.

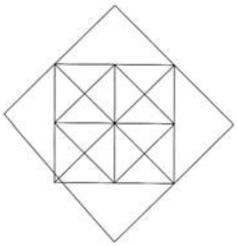
	Игнат	Сестра
Тогда	$2x$	x
Сейчас	$4x$	$3x$
Через 15 лет	$4x+15$	$3x+15$

Уравнение: $7x + 30 = 100x = 10$. Игнату 40 лет сейчас.

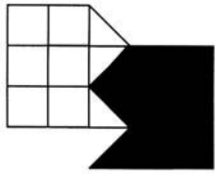
7. Сумма всех чисел первоначально была равна 27 — это число нечётное. При прибавлении двух одинаковых чисел чётность суммы не изменится. А так как сумма шести нулей равна нулю — число чётное, то получить нули во всех вершинах куба будет нельзя.

8. Найдём удвоенную сумму весов всех ребят. Она будет равна 340 кг. Значит, масса всех ребят будет 170 кг. Так как масса Тани, Мани, Вани и Дани будет 150 кг, то Аня будет весить 20 кг.

9. Можно нарисовать 4 квадрата со стороной 1 клетка; 5 — со стороной, равной диагонали клетки; 1 — со стороной в 2 диагонали клетки, 1 — со стороной 2 диагонали клетки. Всего получается 11 квадратов.



10.



5 л	0	5	0	5	1	1	0	5	0
9 л	0	0	5	5	9	0	1	1	6

Методический комментарий. Соревнование было проведено после рассмотрения следующих тем на занятии кружка:

- текстовые задачи, решаемые с конца;
- ребусы;
- геометрические задачи на разрезания;
- инварианты (чётность и нечётность).

Трудность вызвало решение задач № 6 и № 8.

г. Коряжма
Архангельской области