

Как решить задачу¹ (Диалог)

Д. Пойа

Мы знакомимся с задачей

С чего мне начать? Начните с формулировки задачи.

Что я могу сделать? Представьте себе задачу как целое, как можно яснее и нагляднее. Пока не вдавайтесь в детали.

Чего я могу этим добиться? Вам нужно понять задачу, освоиться с ней, запечатлеть её в своём сознании. Сосредоточивая на задаче своё внимание, вы подготавливаете свою память к тому, чтобы извлечь из неё всё, что может принести вам пользу.

Мы вникаем в задачу

С чего мне начать? Начните опять с формулировки задачи. Начните тогда, когда задача стала столь ясной и столь прочно запечатлелась в вашем сознании, что вы в состоянии на время расстаться с ней без риска забыть её.

Что я могу сделать? Разделите задачу на главные элементы. Предпосылка и заключение представляют собой главные элементы «задачи на доказательство»; неизвестное, данные и условие — главные элементы «задачи на нахождение». Изучите главные элементы вашей задачи, рассматривая их поодиночке, затем — последовательно один за другим, затем — в разнообразных сочетаниях, сопоставляя каждую деталь с другими деталями и со всей задачей в целом.

Чего я могу этим добиться? Вы сможете разобраться в деталях задачи, которые впоследствии, вероятно, будут играть определённую роль.

Мы ищем плодотворную идею

С чего мне начать? Начинайте с рассмотрения главных элементов задачи. Начинайте тогда, когда в результате предыдущей работы вы их хорошо уяснили себе и привели в

определённую систему, и тогда, когда ваша память наиболее ясна и послушна вам.

Что я могу сделать? Рассмотрите задачу с различных сторон и найдите её точки соприкосновения с вашими ранее приобретёнными знаниями.

Рассмотрите задачу с различных сторон. Делайте упор на различные элементы, исследуйте различные детали. Исследуйте одни те же детали по нескольку раз, но с различных точек зрения. По-разному сопоставляйте детали, подходите к ним с различных сторон. Пытайтесь усмотреть новое в каждой детали, а также некоторую новую интерпретацию всей задачи в целом.

Ищите точки соприкосновения с вашими ранее приобретёнными знаниями. Старайтесь вспомнить, что вам помогало прежде в подобных случаях. Пытайтесь увидеть нечто знакомое в том, что вы исследуете, и нечто полезное в том, что оказалось знакомым.

На что я мог бы натолкнуться? На плодотворную идею. Может быть, даже на решающую идею, которая мгновенно указала бы вам путь к цели.

В чём может состоять плодотворность идеи? Такая идея указывает вам весь путь или его часть. Она более или менее ясно подсказывает вам, как нужно действовать. Идеи бывают более полные или менее полные. Вам повезло, если у вас есть хоть какая-нибудь идея.

Что мне делать с неполной идеей? Надо её рассмотреть. И если она оставляет впечатление в той или иной мере полезной, то вам следует рассмотреть её подробнее. Если кажется, что на неё можно опереться, нужно проверить, как далеко вы можете продвинуться при её помощи, после чего рассмотреть новое положение. Ситуация изменилась благодаря тому, что теперь у вас имеется полезная идея. Рассмотрите создавшееся положение с различных сторон и снова ищите точки соприкосновения с вашими ранее приобретёнными знаниями.

Что я смогу этим добиться? Вам может повезти — вы можете натолкнуться на новую идею. Возможно, следующая идея приведёт вас прямо

¹ Из книги: Пойа Д. Как решать задачу / Пер с англ. В.Г. Звонарёвой и Д.Н. Белла. Под ред. Ю.М. Гайдука. Пособие для учителей. Изд. 2-е. М.: Учпедгиз, 1961. Первое издание 1944 года, Сендфордский университет. Печатается в авторской редакции Александра Петровича Кунина.

к решению. Но, возможно, потребуется ещё несколько удачных идей и после следующей. Тем не менее, вам следует быть благодарным за все новые идеи, в том числе и за скромные, и за расплывчатые. А также за вспомогательные, уточняющие расплывчатые или улучшающие другие, не очень удачные. Даже если пока вам не удаётся натолкнуться на какую-нибудь ценную идею, вы должны быть довольны уже тем, что приходите к более полному, более связному, более однородному восприятию задачи.

Мы осуществляем план

С чего мне начать? Начинайте со счастливой идеи, приведшей вас к решению. Начинайте, когда вы уверены в том, что крепко ухватили главную мысль, и чувствуете себя в состоянии проанализировать детали, которые могут понадобиться.

Что я могу сделать? Закрепите свой успех. Выполните во всех деталях те алгебраические или геометрические действия, которые вы предварительно сочли выполнимыми. Убедитесь в правильности каждого шага — либо при помощи логических рассуждений, либо при помощи интуитивных рассмотрений, либо, если возможно, обоими способами.

Если задача очень сложна, вы можете различать «большие» шаги и «малые» шаги, разделяя каждый большой шаг на несколько малых. Проверяйте вначале большие шаги, а затем переходите к малым.

Чего я могу этим добиться? Того, что в ваших руках окажется решение, каждый шаг которого будет, без сомнения, правилен.

Как решать задачу

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧУ	HOW TO SOLVE IT
ПОНИМАНИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ	UNDERSTANDING THE PROBLEM
I. Нужно ясно понять задачу.	First. You have to understand the problem.
<i>Что неизвестно? Что дано? В чём состоит условие?</i>	<i>What is the unknown? What are the data? What is the condition?</i>
Возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Или недостаточно? Или чрезмерно? Или противоречиво?	Is it possible to satisfy the condition? Is the condition sufficient to determine the unknown? Or is it insufficient? Or redundant? Or contradictory?
Сделайте чертёж. Введите подходящие обозначения.	Draw a figure. Introduce suitable notation
Разделите условие на части. Постарайтесь записать их.	Separate the various parts of the condition. Can you write them down?

Мы оглядываемся назад

С чего мне начать? С решения, полного и правильного в каждой своей детали.

Что я могу сделать? Рассмотрите решение с различных сторон и найдите точки соприкосновения с вашими ранее приобретёнными знаниями.

Рассмотрите детали решения, стараясь максимально упростить их. Обратите внимание на громоздкие части решения и попытайтесь сделать их короче. Постарайтесь улучшить малые или большие части решения и усовершенствовать всё решение в целом, сделать его интуитивно ясным. Найдите для него естественное место в системе ваших ранее приобретённых знаний.

Вглядитесь в *метод*, приведший вас к решению. Постарайтесь выяснить, что в нём является главным. Попробуйте применить его к другим задачам.

Всмотритесь в *результат* и попытайтесь использовать его, чтобы решить другие задачи.

Чего я могу этим добиться? Вы можете найти новое, лучшее решение, можете обнаружить новые интересные факты. Во всяком случае, если вы приобретёте привычку рассматривать и оценивать полученные решения указанным образом, вы сможете пополнить свои знания новыми, причём приведёнными в стройную систему и готовыми к применению, и тем самым развить свои способности к решению задач.

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧУ	HOW TO SOLVE IT
СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА РЕШЕНИЯ	DEVISING A PLAN
II. Нужно найти связь между данными и неизвестным. Если не удаётся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно будет рассмотреть вспомогательные задачи. В конечном счёте необходимо придти к плану решения.	Second. Find the connection between the data and the unknown. You may be obliged to consider auxiliary problems if an immediate connection cannot be found. You should obtain eventually a plan of the solution.
Не встречалась ли вам раньше эта задача? Хотя бы в несколько другой форме?	Have you seen it before? Or have you seen the same problem in a slightly different form?
<i>Известна ли вам какая-нибудь родственная задача? Не знаете ли теоремы, которая могла бы оказаться полезной?</i>	<i>Do you know a related problem? Do you know a theorem that could be useful?</i>
Рассмотрите неизвестное! И постарайтесь вспомнить знакомую задачу с тем же или подобным неизвестным.	Look at the unknown! And try to think of a familiar problem having the same or a similar unknown.
Вот задача, родственная с данной и уже решенная. Нельзя ли воспользоваться ею? Нельзя ли применить её результат? Нельзя ли использовать метод её решения? Не следует ли ввести какой-нибудь вспомогательный элемент, чтобы стало возможно воспользоваться прежней задачей?	Here is a problem related to yours and solved before. Could you use it? Could you use its result? Could you use its method? Should you introduce some auxiliary element in order to make its use possible?
Нельзя ли иначе сформулировать задачу? Ещё иначе? Вернитесь к определениям.	Could you restate the problem? Could you restate it still differently? Go back to definitions.
Если не удаётся решить данную задачу, попытайтесь сначала решить сходную. Нельзя ли придумать более доступную сходную задачу? Более общую? Более частную? Аналогичную задачу? Нельзя ли решить часть задачи? Сохраните только часть условия, отбросив остальную часть: насколько определённым окажется тогда неизвестное; как оно может меняться? Нельзя ли извлечь что-либо полезное из данных? Нельзя ли придумать другие данные, из которых можно было бы определить неизвестное? Нельзя ли изменить неизвестное, или данные, или, если необходимо, и то и другое так, чтобы новое неизвестное и новые данные оказались ближе друг к другу?	If you cannot solve the proposed problem try to solve first some related problem. Could you imagine a more accessible related problem? A more general problem? A more special problem? An analogous problem? Could you solve a part of the problem? Keep only a part of the condition, drop the other part; how far is the unknown then determined, how can it vary? Could you derive something useful from the data? Could you think of other data appropriate to determine the unknown? Could you change the unknown or data, or both if necessary, so that the new unknown and the new data are nearer to each other?
Все ли данные вами использованы? Все ли условия? Приняты ли вами во внимание все существенные понятия, содержащиеся в задаче?	Did you use all the data? Did you use the whole condition? Have you taken into account all essential notions involved in the problem?

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧУ	HOW TO SOLVE IT
ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ПЛАНА	CARRYING OUT THE PLAN
III. Нужно осуществить план решения.	Third. Carry out your plan.
Осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг. Ясно ли вам, что предпринятый шаг правилен? Сумеете ли доказать, что он правилен?	Carrying out your plan of the solution, check each step. Can you see clearly that the step is correct? Can you prove that it is correct?
ВЗГЛЯД НАЗАД	LOOKING BACK
IV. Нужно изучить найденное решение	Fourth. Examine the solution obtained.
Нельзя ли проверить результат? Нельзя ли проверить ход решения?	Can you check the result? Can you check the argument?
Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли усмотреть его с одного взгляда?	Can you derive the solution differently? Can you see it at a glance?
Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат или метод решения?	Can you use the result, or the method, for some other problem?

Ещё одна находка в Интернете — основные пункты сокращённого варианта таблицы (с параллельным русским текстом). □