

Практическая биометрия в биоэкологических исследованиях учащихся

Юрий Александрович Музланов, учитель биологии высшей квалификационной категории, заместитель директора по учебно-воспитательной работе Зарёвской средней школы Михайловского района Рязанской области, заслуженный учитель РФ

Иван Владимирович Лобов, доцент кафедры зоологии Рязанского государственного университета, кандидат биологических наук

Как показывает опыт работы авторов, исследовательский характер деятельности школьников становится эффективным методом становления экологического мировоззрения подростков. Составной частью научных исследований учащихся является использование информационных и телекоммуникационных технологий.

Формирование информационной культуры подрастающего поколения — актуальная задача современного общества. В каждом регионе она решается по-своему. Президентская Программа компьютеризации школ внесла определённый вклад в её решение: получают широкое распространение и становятся всё более доступными информационные и телекоммуникационные технологии, которые используются в различных видах деятельности. Один из них — исследовательская работа в области экологии.

В рамках такой работы учащиеся проводят исследования по мониторингу среды, натуралистическому краеведению. Целостный характер исследований должен включать ряд этапов: постановку проблемы; сбор материала и его обработку; анализ полученных результатов; оформление сообщения и его защиту на экзаменах; представление на олимпиадах, конференциях и форумах юных исследователей природы.

В той или иной степени каждый из этапов исследовательской деятельности предполагает использование различных информационных технологий или их элементов (табл. 1).

Существенного прогресса сейчас можно достигнуть на этапе сбора материала: появилась возможность сфотографировать биоло-

гический объект, снять его с помощью видеокамеры. Лабораторная обработка материала в этом случае осуществляется уже не с коллекционным материалом, а с изображениями. Используются цифровые фотоаппараты, видеокамеры, сканеры, сканирующие микроскопы.

На некоторых этапах часто нужно провести быстрый обмен информацией (например, между участниками, занимающимися аналогичными исследованиями). Это может быть базовая информация на этапе сбора материала или готовые результаты исследования. С развитием сети Internet этот процесс упростился. Особенно интересные перспективы открываются в работе над совместными проектами коллективов, удалённых географически, но работающих по единой методике. С развитием сотовой связи становится возможным и вполне доступным использовать электронную почту в сельской школе или в полевых условиях (в экспедиции), когда нет иной возможности доступа к информационным ресурсам.

К великому сожалению, часто приходится быть свидетелями того, что красивая и интересная исследовательская работа, выполненная школьниками, страдает из-за некорректной математической поддержки. Рассмотрим методы математической обработки материала, достаточные для использования старшеклассниками в исследовательской работе.

Часто процесс ученического исследования можно разделить на две основные части: описание каких-либо вариантов природной ситуации, различающихся во времени или пространстве, и их сравнение. Если в первой части (в описании) всё бывает нормально, то при

Таблица 1

Использование информационных технологий при исследовательской деятельности учащихся

№	Этап	Вид деятельности
1	Постановка проблемы	Анализ литературы по проблеме. Анализ результатов предыдущих исследований и результатов исследований из другого региона (в том числе имеющихся на CD, полученных по e-mail, найденных в Internete)
2	Сбор материала	Получение базовой информации по проблеме. Описание объекта исследования, промеры, фотографирование, сканирование, видеосъёмка. Хранение базовой информации (магнитные и оптические диски)
3	Обработка материала	Статистическая обработка (заполнение страниц пакета EXCEL, вычисление необходимых статистических величин). Использование специализированных пакетов прикладных программ
4	Анализ полученных результатов	Проведение статистических тестов (t-Стьюдента, F-Фишера, и других) с помощью пакета EXCEL, других специализированных пакетов прикладных программ
5	Оформление сообщения	Набор текста с помощью редактора WORD 97/2000, вставка рисунков, таблиц, диаграмм. Форматирование текста в соответствии с общепринятыми требованиями. Распечатка текста. Отправка текста сообщения по e-mail в редакции научных журналов, оргкомитеты конкурсов, коллегам и т.д. Создание WEB-сайтов по определённой тематике, размещение их в INTERNETE
6	Защита сообщения	Демонстрация фотографий, графиков и диаграмм на мониторе компьютера. Использование слайдов для графопроектора, отпечатанных на прозрачной плёнке (с принтера или копира)

вычислениях и сравнении часто возникают проблемы. А ведь этот этап — самый важный, так как именно он даёт необходимую информацию для выводов.

Как это происходит, разберём на примере. Поставлена задача — сравнить видовой состав древесных растений зрелого возраста в двух лесных урочищах. В каждом из них исследователем были заложены одинаковые

пробные площадки, на которых подсчитаны все деревья. В лучшем случае результаты работы могут быть представлены в виде таблицы (табл. 2).

Обсуждение результатов в такой работе сводится к анализу разности в процентах (в лесу Б на 10,93% липы больше, клёнов на 14,35% меньше, а дубов почти одинаково, разница составляет всего лишь 3,42%).

Таблица 2

Сравнение видового состава древесных растений зрелого возраста в двух лесных урочищах (в%)

Вид	Лес А		Разность (%)	Лес Б	
	Число	%		Число	%
Дуб	8	18,61	3,42	13	22,03
Клён	12	27,91	14,35	8	13,56
Липа	23	53,48	10,93	38	64,41
Всего:	43	100,00		59	100,00

Установление различий двух лесных урочищ отдельно по каждому виду деревьев

Вид	Лес А		t -Стьюдента	Лес Б	
	n	Доля \pm стандартная ошибка $P \pm Sp$		n	Доля \pm стандартная ошибка $P \pm Sp$
Дуб (21)	8	0,38 \pm 0,10	-1,60	13	0,62 \pm 0,10
Клён (20)	12	0,60 \pm 0,11	1,29	8	0,40 \pm 0,11
Липа (61)	23	0,38 \pm 0,06	-2,83**	38	0,62 \pm 0,06
Всего (102)	43	0,42 \pm 0,05	2,27*	59	0,58 \pm 0,05

Примечание. Различия достоверны при: * — 95% уровне значимости; ** — 99% уровне значимости.

Безусловно, расчёты данной работы верные, и видовой состав деревьев в процентах определён правильно. Тем не менее, вопросы остаются: есть всё же разница в видовом составе или нет? И как сравнить плотность деревьев на пробных площадках?

Оказывается, сделать это можно и в достаточной степени просто. Для установления различий методически грамотнее сравнивать деревья каждого вида не в виде процентов, характеризующих видовой состав каждой пробы, а отдельно по каждому виду. Тогда итоговая таблица приобретет следующий вид (табл. 3).

Теперь можно сделать вполне однозначные выводы: изученные пробы достоверно различаются по частоте встречаемости липы (при уровне значимости 99%) и по общей плотности растений (при уровне значимости 95%). По частоте встречаемости дуба и клёна значимых различий не отмечено.

Биометрия сложилась в пограничных областях между биологией и математикой. Её развитие связано с превращением биологии из науки описательной в науку точную, основанную на измерениях, на применении количественных оценок при решении биологических задач. С формальной точки зрения биометрия представляет «совокупность математических методов, применяемых в биологии». Эти методы она заимствует главным образом из области математической статистики и теории вероятностей.

Современная биометрия — это раздел биологии, содержанием которого является планирование наблюдений и статистический анализ их результатов. Причём под наблюдением в широком смысле подразумева-

ется процесс планомерного добывания и накопления фактических данных независимо от того, как он осуществляется — в эксперименте или непосредственным описанием изучаемых явлений.

Биометрия — наука о статистическом анализе массовых явлений в биологии, т.е. таких явлений, в массе которых обнаруживаются закономерности, не выявляемые на единичных случаях наблюдений. Предметом биометрии служит любой биологический объект, если проводимые над ним наблюдения получают количественное выражение. Обычно наблюдения проводятся не на единичных, а на групповых объектах, например на особях одного и того же вида, пола и возраста, которые рассматриваются в качестве составных элементов или членов группового объекта и называются *единицами наблюдения*. Совокупность таких относительно однородных, но индивидуально различимых единиц, объединяемых в отношении некоторых общих условий для совместного (группового) изучения, называется *статистической совокупностью*.

Понятие статистической совокупности — одно из фундаментальных понятий биометрии, оно базируется на принципе качественной однородности её состава. Нельзя объединять в одну группу индивидов разного пола и возраста, когда решаются такие, например, задачи, как нормирование питания, стандартизация обуви и одежды, изготавливаемой для массового потребления, поскольку известно, что с возрастом и в зависимости от пола меняется потребность в питании, размеры и пропорции тела приобретают новые очертания.

Признаки, их свойства и классификация

При наблюдении за биологическими объектами выделяются те или иные признаки, т.е. характерные особенности строения и функции живого, по которым можно отличить одну единицу наблюдения от другой, сравнивать их между собой. Так, если исследователя интересует, например, содержание зёрен в колосьях пшеницы или какой-нибудь другой культуры, то последняя и будет объектом наблюдения, а признаком — количество зёрен в колосьях, которые рассматриваются как единицы наблюдения, составляя в массе статистическую совокупность.

Все биологические признаки варьируют, т.е. время от времени изменяются. Варьирование — характерное свойство всего живого. Не надо обладать исключительной наблюдательностью для того, чтобы в массе однородных особей видеть более или менее заметные индивидуальные различия в величине, окраске и т.д. Измеряя содержание жира в молоке, подсчитывая число зёрен в колосьях или колосков, взвешивая детёнышей одного и того же помета, можно заметить, что величина каждого признака будет колебаться в некоторых границах. Эти колебания величины одного и того же признака, наблюдаемые в общей массе его числовых значений, называются *вариациями*, а отдельные числовые значения варьирующего признака принято называть *вариантами*.

Все биологические признаки варьируют, но не все поддаются непосредственному измерению. Отсюда следует их деление на *качественные*, или *атрибутивные*, и *количественные*. Качественные признаки не поддаются непосредственному измерению и учитываются по наличию их у членов данной совокупности. Например, в популяциях растений можно подсчитать число экземпляров с разной окраской цветков — белой, розовой, фиолетовой, голубой и т.п. В массе животных нетрудно отличить и учесть количество особей разного пола или разной масти. Количественные признаки, такие, например, как размер и масса колосьев, количество содержащихся в них зёрен или колосков, урожай той или иной культуры с единицы земельной площади, мясная и молочная продуктивность животных, яйценоскость и т. п., можно непосредственно измерить или сосчитать.

Деление признаков на качественные и количественные условно (хотя и необходимо с точки

зрения биометрии): в каждом качестве можно обнаружить множество количественных градаций, например в окраске листьев и цветков (по количеству содержащегося в них пигмента), равно как и совокупность числовых значений количественных признаков можно подразделить на качественно обособленные группы, например, на хороших, посредственных и плохих или высоких, низких и средних и т.д.

Генеральная совокупность и выборка

Наблюдения могут охватывать всех членов изучаемой совокупности без исключения и могут ограничиваться обследованием лишь некоторой части. В первом случае наблюдение будет называться *сплошным* или *полным*, а во втором — *частичным* или *выборочным*. Сплошное наблюдение позволяет получать исчерпывающую информацию о групповом объекте, в чём и заключается преимущество этого способа перед способом выборочного наблюдения. Однако к сплошному наблюдению прибегают не всегда. Во-первых, потому, что эта работа сопряжена с большими затратами времени и труда, а во-вторых, из-за практической невозможности или нецелесообразности её проведения. Невозможно, например, учесть всех обитателей зоо- или фитопланктона даже небольшого водоёма, так как их численность практически необозрима. Поэтому в подавляющем большинстве случаев вместо сплошного наблюдения изучению подвергают какую-то часть обследуемой совокупности, по которой и судят о её состоянии в целом.

Совокупность, из которой отбирается некоторая часть её членов для совместного изучения, называется *генеральной*, а отобранная тем или иным способом часть генеральной совокупности получила название *выборочной совокупности*, или *выборки*. Объём генеральной совокупности, обозначаемый буквой *N*, теоретически ничем не ограничен, т.е. генеральная совокупность мыслится как бесконечно большое множество относительно однородных единиц или членов, составляющих её содержание. Практически же объём генеральной совокупности всегда ограничен и может быть различным, что зависит как от объекта наблюдения, так и от задачи, поставленной перед исследователем.

Репрезентативность выборки

Основная задача, которая решается с помощью выборочного метода, сводится к получению такой информации, которая позволяет

более или менее точно судить о состоянии генеральной совокупности. Опыт показал, что выборка довольно хорошо отображает структуру генеральной совокупности. Однако, как правило, полного совпадения выборочных характеристик с характеристиками генеральной совокупности не бывает.

Чтобы выборка наиболее полно отображала структуру генеральной совокупности, она должна быть достаточно представительной, или репрезентативной (от лат. *represento* — представляю). Репрезентативность выборки достигается способом *рендомизации* (от англ. *random* — случай), или случайным отбором вариант из генеральной совокупности, что обеспечивает равную возможность для всех членов генеральной совокупности попасть в состав выборки.

Чтобы выборка была наиболее репрезентативной, необходимо наряду с правильно организованным отбором обращать внимание на размах варьирования признака и согласовывать с ним объём выборки. Чем шире размах варьирования признака, тем большим должен быть и объём выборки. Малочисленный состав выборки при сильном варьировании признака снижает её репрезентативность.

Группировка первичных данных

Наблюдения над биологическими объектами проводятся одновременно по нескольким признакам, что позволяет собрать наиболее полные сведения. Результаты наблюдений фиксируются в дневниках, протоколах, анкетах, бланках и в других формулярах первичного учёта. Форм и способов учёта результатов наблюдений много. Первичные документы учёта содержат фактический материал,

нуждающийся в обработке. Она начинается с упорядочения собранных данных (соблюдая правило однородности состава выборки), систематизации выраженных числами фактов, с тем, чтобы извлечь заключённую в них информацию. Процесс систематизации, или упорядочения, первичных биометрических данных для извлечения заключённой в них информации, обнаружения закономерности, которой следует изучаемое явление или процесс, называется *группировкой*.

Группировка — это не просто технический приём, а глубоко осмысленное действие, направленное на получение правдивой и полноценной информации об изучаемом объекте. Выбранный способ группировки должен отвечать требованию поставленной задачи и хорошо согласовываться с содержанием изучаемого явления. Группировка исходных данных может быть разной в зависимости от того, с какой целью и по каким признакам она проводится. Наиболее приемлемой формой группировки являются статистические таблицы. Обычно в таблицах приводятся и общие итоги в виде сумм или усреднённых показателей, а также в процентах от численности вариант в группах и во всей группировке в целом.

Вычисление основных статистических параметров «вручную»

Для нахождения основных статистических характеристик любого числового ряда, характеризующего значения каких-либо признаков, вычисляют следующие значения:

- Среднее арифметическое – \bar{X} и ошибку к средней, – $S_{\bar{x}}$
- Выборочную дисперсию S_x^2
- Среднеквадратичное отклонение S_x .

Таблица 4

Оценки школьников одного класса с вычислением среднеарифметической и выборочной дисперсии

Ученик	Оценки										\bar{X} среднее	S_x^2 дисперсия
Александр	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	4,5	0,25
Антон	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0
Василий	5	5	2	3	5	5	5	2	5	5	4,2	1,56
Денис	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0
Константин	4	4	5	3	4	4	5	3	4	4	4	0,4
Михаил	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3,5	0,25
Сергей	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0

Понять смысл этих значений поможет пример. Из таблицы 4 видно, что оценки принадлежат разным людям. А полученные каждым учеником оценки могут быть охарактеризованы двумя биометрическими значениями: средним арифметическим и дисперсией.

Среднее арифметическое — сумма всех членов совокупности, делённое на их общее число. При этом среднее значение не учитывает характер самих значений. Сравните, например, средние значения — «оценок за четверть» — Константина и Сергея: они равны.

Второй важной характеристикой является *дисперсия*. Дисперсия (от латинского *dispersio* — рассеивание) — степень «разброса» всех значений вокруг среднего значения. Действительно, чем больше такой разброс в оценках, например у Василия, тем дисперсия больше. Сравните, например, дисперсии оценок, полученных Константином и Сергеем.

Как правило, выборочные характеристики не совпадают по абсолютной величине с соответствующими генеральными параметрами. Величина отклонения выборочного показателя от его генерального параметра называется *статистической ошибкой* этого показателя, или *ошибкой репрезентативности*. Статисти-

ческие ошибки — это не ошибки, допускаемые при измерении биологических объектов: они возникают исключительно в процессе отбора вариант из генеральной совокупности и к ошибкам измерений отношения не имеют.

Величина ошибки репрезентативности измеряется *средним квадратическим отклонением*, которое является не только характеристикой варьирования того или иного признака, но и служит мерой «ошибки» отдельных вариантов, если они используются в качестве оценки генеральных параметров. Следует отметить также, что величина статистической ошибки уменьшается при увеличении числа наблюдений.

При вычислении этих значений целесообразно пользоваться компьютерной техникой — начиная от элементарных программ (BASIC) и кончая электронными таблицами Excel. Тем не менее — «на всякий пожарный случай» — надо уметь вычислять эти параметры «вручную». Как правильно это сделать, видно из следующего примера.

Исследователь зарегистрировал 64 значения какого-либо признака (например, число жилок в каком-то участке крыльев стрекоз) и поместил их в табл. 5.

Таблица 5

Пример регистрации изучаемых признаков в виде таблицы

8	10	6	10	8	5	11	7	10	6	9	7	8	7	9	11
8	9	10	8	7	8	8	11	7	10	8	8	5	11	8	10
12	7	5	7	9	7	5	10	8	9	7	12	8	9	6	7
8	7	11	8	6	7	9	10	6	7	6	12	8	10	6	11

Разнесём эти данные по вариантам — построим вариационный ряд и определим вспомогательные данные, они потребуются в дальнейшем (табл. 6):

Таблица 6

Разнесение зарегистрированных данных по вариантам

Варианты (чему равно значение признака) $X(i)$	Частоты (сколько особей с таким значением) $P(i)$	$X(i) \cdot P(i)$	$X(i)^2$	$X(i)^2 \cdot P(i)$
1	2	2	1	2
5	4	20	25	100
6	7	42	36	252
7	13	91	49	637
8	15	120	64	960
9	7	63	81	567
10	9	90	100	900
11	6	66	121	726
12	3	36	144	432
Сумма:	64 (n)	528 (a)	—	4574 (b)

Среднее значение определяют по формуле:

$$\bar{X} = \frac{a}{n} \quad (1)$$

$$\bar{X} = \frac{528}{64} = 8,25.$$

Дисперсию выборки определяют по формуле:

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \left(b - \frac{a^2}{n} \right); \quad (2)$$

$$S_x^2 = \frac{1}{64-1} \left(4574 - \frac{528^2}{64} \right) = 3,46.$$

Среднее квадратичное отклонение представляет собой квадратный корень из дисперсии и равен для нашего случая: $S_{\bar{x}} = 1,86$.

Ошибку к средней определяют по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n-1}}; \quad (3)$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{1,86}{\sqrt{64-1}} = 0,235.$$

Результат записывают в виде: $\bar{X} = 8,25 \pm 0,235$.

Часто приходится иметь дело с альтернативными признаками, для которых вычисляют относительные частоты (или доли). Рассмотрим пример. Среди 408 отловленных особей насекомых какого-либо вида (n) оказалось 208 самцов (m). Численность альтернатив выражается в долях единицы, или в процентах. Допустим, что p — доля самцов. Для её вычисления следует использовать формулу (4 — в долях единицы, 5 — в процентах):

$$p = \frac{m}{n}; \quad (4)$$

$$p = \frac{m}{n} \cdot 100\%; \quad (5)$$

$$p = \frac{208}{408} = 0,5098;$$

$$p = \frac{208}{408} \cdot 100\% = 50,98\%.$$

Очевидно, частота встречаемости самок: $q=0,4902$, или 49,02%.

Среднеквадратичное отклонение для альтернативных признаков определяется по формуле 6 (если доли выражались в долях единицы) и по формуле 7 (если доли были вычислены в процентах):

$$s_p = \sqrt{p(1-p)}; \quad (6)$$

$$s_p = \sqrt{p\%(100-p\%)};$$

$$s_p = \sqrt{0,52 \cdot 0,49} = 0,50; \quad (7)$$

$$s_p = \sqrt{51\% \cdot 49\%} = 50\%.$$

Статистическую ошибку определяют по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}. \quad (8)$$

Сравнение средних значений по t-критерию Стьюдента

При сравнении средних показателей по *t*-критерию Стьюдента исходят из предположения, что возможные различия возникли случайно («нулевая гипотеза»). Параметр *t* вычисляют по формуле:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2}}, \quad (9)$$

где $S_{\bar{X}_i}^2$ — **квадрат стандартной (статистической) ошибки** для каждой из средних значений (не дисперсия выборки S_x^2), и сравнивают с табличными значениями для определённых чисел свободы и при необходимом уровне значимости.

При сравнении выборочных долей следует использовать аналогичную формулу (10):

$$t = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{S_{p_1}^2 + S_{p_2}^2}}. \quad (10)$$

Пример. Вычислить достоверность различий, если среднее значение и ошибка к нему уровня гамма-фона на разных участках территории равны:

$$\bar{X}_1 = 8,25 \pm 0,235 \quad (n=64) \quad \text{и} \quad \bar{X}_2 = 15,22 \pm 0,452 \quad (n=25).$$

Подставив в формулу эти значения, получаем значение *t*, равное $-13,68$. Число степеней свободы определяется суммой числа замеров за вычетом двух наблюдений: для нашего случая $n_1 = 64$, $n_2 = 25$:

$$k = 64 + 25 - 2 = 87.$$

Находим в табл. 7 строку для наиболее близкого табличного значения в сторону уменьшения (в нашем случае $k = 60$). Для разного уровня значимости существуют определённые критические значения:

уровень значимости <i>p</i>	0,05	0,01	0,001
критическое значение	2,00	2,66	3,46

Наше вычисленное значение $-13,68$ — больше любого из приведённых в таблице значений. В этом случае «нулевая гипотеза» может быть нами отвергнута как при уровне значимости 95 процента, при 99, так даже и при 99,9 процента. Говоря более простым языком: 99,9 процентов результатов замеров уровня мощности дозы гамма-фона для исследуемых участков территории отличаются друг от друга (первый участок имеет существенно меньший уровень радиации, чем второй, и эти различия статистически достоверны при максимально возможном уровне значимости).

В большинстве исследований принято использовать 95-процентный уровень значимости. В наиболее ответственных случаях принимают уровень значимости 99 процентов, и даже иногда 99,9 процента.

Таблица 7

Критические значения *t*-критерия Стьюдента для трёх уровней значимости (β) и чисел свободы (k)

Числа степеней свободы (k)	Уровни значимости в процентах		
	95	99	99,9
16	2,12	2,92	4,04
18	2,10	2,88	3,92
20	2,09	2,85	3,85
30	2,04	2,75	3,65
40	2,02	2,70	3,55
60	2,00	2,66	3,46
120	1,98	2,62	3,37
> 120	1,96	2,58	3,29
$P \leq$	0,05	0,01	0,001

Сравнение выборочных дисперсий по *F*-критерию Фишера

Можно проводить сравнения, используя выборочные дисперсии (*F* — критерий Фишера). Для его определения следует большую дисперсию разделить на меньшую и сравнить с табличным значением:

$$F = \frac{S_{\max}^2}{S_{\min}^2}. \quad (11)$$

Пример. Оценить достоверность различий по *F*-критерию Фишера, если:

$$S_{x_1}^2 = 2,37, \quad n = 28;$$

$$S_{x_2}^2 = 5,12, \quad n = 37.$$

Вычисляем отношение большей дисперсии к меньшей:

$$F = \frac{5,12}{2,37} = 2,16.$$

Находим критическое значение *F*-Фишера для определённой численности выборок по табл. 8. Численность выборки для большей дисперсии у нас равна 37, для меньшей — 28. Округляем их в сторону уменьшения (30 и 20). В таблице находим колонку — 30 и строку — 20. В клетке, где они пересекаются, мы видим два числа: 2,0 (для уровня значимости 5%), и 2,8 (для уровня значимости 1%).

Наше вычисленное значение оказалось больше табличного при 5%-ном уровне значимости. Отсюда можно сделать вывод, что данные выборки достоверно отличаются друг от друга при 5%-ном уровне значимости по *F*-критерию Фишера (по дисперсиям).

Таблица 8

Критические значения двустороннего F-критерия Фишера при разных числах свободы (k_1 и k_2) и уровнях значимости 5% (верхняя строка) и 1% (нижняя строка)

		K_1 — степени свободы для большей дисперсии					
		10	20	30	40	50	100
K_2 — степени свободы для меньшей дисперсии	10	3,0 4,9	2,8 4,4	2,7 4,3	2,7 4,2	2,6 4,1	2,6 4,0
	20	2,4 3,4	2,1 2,9	2,0 2,8	2,0 2,7	2,0 2,6	1,9 2,5
	30	2,2 3,0	1,9 2,6	1,8 2,4	1,8 2,3	1,8 2,2	1,7 2,1
	40	2,1 2,8	1,8 2,4	1,7 2,2	1,7 2,1	1,7 2,1	1,6 1,9
	50	2,0 2,7	1,8 2,3	1,7 2,1	1,6 2,0	1,6 1,9	1,5 1,8
	100	1,9 2,5	1,7 2,1	1,6 1,9	1,5 1,8	1,5 1,7	1,4 1,6

□