

## Математика в школе будущего. Попытка предвидения

Г.Г. Левитас

Школа будущего должна отличаться от современной массовой школы отсутствием подневольного учебного труда. Ученики этой школы будут учиться охотно. Причём это не будет столь полно зависеть от личности учителя, как сегодня. Ведь если взрослый человек занимается любимым делом, то эта любовь далеко не полностью зависит от тех, кто его окружает на работе. Взрослый человек может стремиться поменять в связи с такими внешними обстоятельствами место работы, но не её характер. Полагаю, что дидакты готовы строить школу будущего, лишь если они могут предъявить технологию, обеспечивающую заинтересованность учащихся в самом учебном процессе.

Сколько-нибудь полный и точный ответ на вопрос, какая деятельность интересна человеку, нужно искать в трудах психологов. Однако и на уровне здравого смысла можно сформулировать некоторые полезные соображения. Например, очевидно, что

- деятельность тем более интересна, чем более она осмысленна, логична, системна;
- она тем более интересна, чем более продиктована внутренними, собственными побуждениями (а не указаниями извне).

Современные технологии находят такие варианты организации учебного процесса, при которых ученик вовлекается в процесс познания, даже если он в начале обучения не был заинтересован в этой работе. Например, в технологии ТОГИС:

- сам учебный процесс организован так, что работа идёт непрерывно, без отключений, а потому её логика прозрачна и не требует уяснения на «повторительно-обобщающих уроках»;
- каждый ученик ощущает себя творцом учебного процесса; он принимает решения и меняет их, только если находит это полезным.

К сожалению, до сих пор не удавалось применить ТОГИС на уроках школьной математики. Лучшее, что удаётся применить, — это технология на этих уроках, — учебных циклов (ТУЦ). Однако ТУЦ технология, не позволяющая выстраивать индивидуальные траектории, и её использование приводят лишь к надёжным средним результатам обучения. ТУЦ вполне отвечает требованию 1: логика преподавания по этой технологии прозрачна и системна. Но ТУЦ не отвечает требованию 2: выбор содержания обучения, способов построения материала и типов заданий полностью принадлежит учителю.

Ощущается потребность если не расширить во всём объёме ТОГИС на преподавание математики, то хотя бы попытаться построить некую её модификацию для этого школьного предмета. При этом кажется не только желательным, но и осуществимым сохранение следующих компонентов ТОГИС:

1. Постановка перед учащимися учебной задачи.
2. Обсуждение источников и методов поиска её решения.
3. Обращение учащихся к источникам и поиск решения.
4. Обсуждение полученных решений.
5. Сравнение полученных решений с культурным образцом.

Кажется, не удастся сохранить в качестве источника информации компьютерную сеть, в связи с чем, возможно, не придётся пользоваться и названием ТОГИС (Технология Образования в Глобальном Информационном Сообществе). Но это, так же как и многое из вышесказанного, может проясниться только при наличии серьёзной экспериментальной проверки.

Для подготовки эксперимента необходимо проделать ту работу, о которой говорит В.В. Гузеев:

1) подготовить ресурсное обеспечение (список планируемых результатов, задачник и перечень информационных источников, культурные образцы);

2) спроектировать последовательность процедур и организационную структуру блока уроков (учебного цикла);

3) спроектировать управление познавательной и оценочной деятельностью обучающихся и экспертизу решений задач;

4) спроектировать анализ процесса и его результатов, выделение позитивного опыта и корректировку блока уроков.

При этом нужно отметить, что пункты 3 и 4 этой программы могут быть приняты в тех вариантах, в которых они применяются в ТУЦ.

Остановимся на первых двух пунктах.

1а) Планируемые результаты.

Мы планируем создание таких учебных ситуаций, в которых ученики определяют (правильно угадывают) логику построения курса математики, а также типы заданий, которые им следует научиться решать.

1б) Перечень информационных источников.

Ученики в доступной форме информируются об особенностях науки математики (М.В. Ломоносов, Н.И. Лобачевский, Н. Бурбаки), российского школьного курса математики (П.С. Александров, И.М. Яглом), психологии усвоения элементов школьного курса математики (П.Я. Гальперин, В.Г. Болтянский, П.М. Эрдниев). Учащиеся в поисках решения поставленных задач обращаются к информированным людям, справочной и учебной литературе.

1в) Культурные образцы.

Таковыми являются решения учебных задач, предлагаемые авторитетными людьми и изданиями.

2а) Последовательность процедур:  
 — постановка на дом;  
 — задачи (как правило обсуждение в форме мозгового штурма);  
 — предъявление культурного образца.

2б) Организационная структура блока уроков: учебный цикл, в который вводятся специальные уроки постановки цели. Эти уроки начинают каждый учебный курс и каждую большую тему (проводятся в начале каждого учебного года и после каждой тематической контрольной работы).

Предлагается начать экспериментальное преподавание одновременно в пятом и в седьмом классах по следующим материалам.

### **Изучение курса «Математика» в 5–6-х классах**

Задача в том, чтобы привлечь учащихся к планированию изучения курса, сначала в целом, а затем по всё более мелким деталям (вплоть до планирования состава учебных задач).

#### **Вводное целеполагание**

Планировать курс в целом, исходя из сообщения об основном назначении курса математики 5–6-х классов: учиться работать с числами; учиться сообразовать. Подчёркивается огромное значение и вместе с тем недостаточность того, что изучено в начальной школе. Ставится ГЛОБАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ: понять, как мы будем изучать числа дальше и какие будем решать задачи на сообразительность.

#### **Определение содержания курса математики 5–6**

Первая ЛОКАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ — хотя бы грубо очертить содержание курса. Уча-

щимся предлагается ЗАДАЧА 1: выяснить, с какими числами имеют дело люди. Точнее, им предлагается найти вычислительные примеры, которые они не научились решать в начальной школе. Им предлагается ЗАДАЧА 2: найти жизненные (текстовые) задачи, которые они не умеют решать (не могут сообразить, как их можно решить). Источники могут быть самые разные. Важный источник — учебники математики для 5–11-х классов.

После обсуждения результатов решения задачи 1 (мозговой штурм) следует познакомиться с оглавлением учебника математики 5–6-х классов, по которому они будут работать (КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ). После обсуждения результатов решения задачи 2 (мозговой штурм) следует познакомиться с решением отдельных задач в том же учебнике (КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ).

Вторая ЛОКАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ — хотя бы грубо очертить способы построения курса. Учащимся предлагается ЗАДАЧА 3: установить, из чего именно состоит работа над теми или иными числами. Эта лёгкая задача решается в классе: дети вспоминают, что вначале они изучали числа первого десятка, затем первой сотни и т.д., но всегда учились сравнивать, складывать, вычитать, умножать и делить эти числа. С полученными выводами согласуется перечень основных параграфов учебника. Сразу можно сделать вывод об обязательном и необязательном материале, входящем в учебник. Тут же следует определить отношение к необязательному материалу с точки зрения второй задачи курса: учиться сообразовать.

Затем начинается изучение программы 5–6-х классов по следующим процедурам.

№	Направление по Александрову	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Мета-проблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
1	Ч	Десятичная дробь					Найдите, принесите, покажите примеры вычислений
2	Ч					Что делают с числами при вычислениях	Найдите, принесите, покажите примеры вычислений
3	Ч			Сравнение, сложение, вычитание, умножение, деление десят. дробей			Следующая какая тема?
4	Ч	Проценты					Почему люди держат деньги в банках?
5	Ч			Две задачи о процентах			Найдите примеры применения процентов, кроме денежных расчётов
6	Ч	Обыкн. дробь					Как записывают результаты арифм. действий?
7	Ч			Сравнение, сложение, вычитание, умножение, деление обыкн. дробей			Следующая какая тема?

№	Направление по Александру	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Мета-проблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
8	Ч	Отношение					Рассказ о переписи Правильно ли ответил переписчик?
9	Ч			Три задачи о дробях			В потоке задач
10	Ч			Третья задача о процентах			Сравните задачи о процентах и о дробях
11	Ч	Пропорция					Задача о приготовлении омлета
12						Определение. Адекватные действия	Как узнать, понял ли ученик, что такое дельтоид?
13	Ч		Основное свойство пропорции				Задача о составлении пропорций из данных чисел
14						Теоремы о свойствах понятий	Что было в курсе кроме определений?
15						Действия, адекватные тексту теоремы	Как узнать, понял ли ученик свойство диагоналей дельтоида?
16	Ч		Док-во осн. свойств пропорций				Что надо делать с теоремой?

№	Направление по Александру	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Метапроблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
17	Ч		Обратная теорема о пропорциях				Задача о составлении пропорций из данных чисел
18	Ч	Рациональные числа					Что измеряют люди? Подумать дома (температуру)
19	Ч	Числовая прямая					Как нарисовать числа?
20	Ч			Сравнение, сложение, вычитание, умножение, деление рац. числа			Следующая какая тема?
21	Фиг	Координатная плоскость					Доклад о Декарте

### Изучение курса «Алгебра» в 7–9-х классах

Задача в том, чтобы привлечь учащихся к планированию изучения курса, сначала в целом, а затем по всё более мелким деталям (вплоть до планирования состава учебных задач).

#### **Вводное целеполагание**

Планирование курса в целом можно осуществить, исходя из сообщения о значении математики в образовании человека (Ломоносов) и о принципах выдвижения того или иного материала в состав школьной программы (сохранение воспитывающего потенциала + доступность). Кроме того, совершенно не-

обходимо разъяснить особенности алгебры в составе математики как школьного предмета (развитие моторики, воспитание внимательности, воли, алгоритмического мышления). Нужно сообщить, что школьный курс алгебры в России удивительно устойчив, следовательно, основан на неких закономерностях и заслуживает уважения. Ставится ГЛОБАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ: понять, как мы будем изучать российский курс алгебры. Затем необходимо начать планировать курс.

#### **Определение содержания курса школьной алгебры**

Первая ЛОКАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ — хотя бы грубо очертить содержание курса. Учащимся предлагается ЗАДАЧА 1: выяс-

нить, какие виды (формулировки) заданий по алгебре являются массовыми. Важный источник — содержание вступительных экзаменов. После самого поверхностного знакомства с ними следует привести точку зрения П.С. Александрова на четыре составляющие школьного курса алгебры (КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ).

Вторая ЛОКАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ — хотя бы грубо очертить способы построения курса. Учащимся предлагается ЗАДАЧА 2: выяснить, чем отличаются способы построения математической теории от способов построения других наук. Источники: словари, справочники, энциклопедии, беседы с авторитетными людьми. КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ: статья из Математического энциклопедического словаря. Вывод: математика в школе должна строиться как взаимосвязанная система. В ней присутствие каждого элемента должно быть не случайным. Причины могут быть как внутренними (требования самой системы), так и внешними: потребности окружающей среды. Важный пример: изучение процентов. Однако включение материала по этим последним причинам должно быть строго взвешенным. Например, не нужно включать те элементы, которые изучаются в других науках (если есть

курс экономики, проценты в математике изучать не нужно).

**Вывод по первым двум задачам:** изучаются 1) выражения, 2) функции и графики, 3) уравнения и неравенства, 4) числа, в тесной связи элементов.

Третья ЛОКАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ — предсказать методы и формы изучения математики. Учащимся предлагается ЗАДАЧА 3: выяснить, на какой из других школьных предметов более всего похожа математика. При этом требуется обращать внимание на то, что именно изучается. КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ: слова Лобачевского «Математика — это язык». Учащимся предлагается ЗАДАЧА 4: выяснить, из какого материала строится типичный параграф (пункт) учебника алгебры. КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ: мой текст о строении текста учебника.

Учащиеся обсуждают строение системы заданий, приводящих к усвоению определений, теорем и алгоритмов. КУЛЬТУРНЫЙ ОБРАЗЕЦ: тексты М.Б. Воловича и мои.

**Вывод по третьей и четвёртой задаче:** изучаются последовательно аксиомы, определения, теоремы, алгоритмы в процессе решения адекватных заданий.

Затем изучается программа 7-го класса по следующим процедурам.

№	Направление по Александру	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Мета-проблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
1	В		Выражение				Оценить слова Лобачевского «это язык — Математика». Что в ней буквы, слова, предложения?
2	В		Названия выражений				Как связываются в математике буквы в слова?
3	В		Названия выражений				Как соотносятся четыре действия в математике?
4	В	9 основных свойств сложения и умножения					Какие свойства сложения и умножения вам известны? Подумайте об этом дома
5	В			Свойство нуля при умножении, правило знаков			Нельзя ли вывести какие-нибудь свойства из других?
6	В		Тождество				Синонимы в математике
7	В		Степень				Как коротко записывают сумму и произведение одинаковых чисел?
8	В						Придумать теоремы о произведении и частном степеней с одинаковыми основаниями



№	Направление по Александру	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Мета-проблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
9	В			Действия над степенями с одинаковыми показателями			Придумать теоремы о произведении и частном степеней с одинаковыми показателями
10	В			Теорема о степени степени			Придумать теорему о степени степени
11	В		Одночлен				Придумать <sup>1</sup>
12	В				Классификация одночленов: число переменных, степень, коэффициент		Классификация одночленов
13	В		Стандартный вид				Как облегчить классификацию?
14	В		Многочлен				Придумать
15	В				Классификация многочленов: число переменных, степень		Классификация одночленов

<sup>1</sup> Слово «Придумать», напечатанное курсивом, означает, что пока задачи нет. Если она не будет придумана, этот вопрос учитель изложит как данность.

№	Направление по Александрову	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Метапроблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
16	В		Стандартный вид				Как облегчить классификацию?
17	В				Действия над одночленами и многочленами		Что делают с выражениями?
18	В			Формулы сокращённого умножения			Поток задач
19	В		Делимость многочленов				Не встречались ли множества с такими же свойствами?
20	В		Делимость двучленов $anbn$				Поток задач
21	УиН		Уравнение, корень, равносильность				Анализ решённых текстовых задач
22	УиН				Правило переноса и деления		Анализ решённых уравнений
22	УиН		Линейное уравнение				Анализ решённых уравнений
23	УиН				Решение линейных уравнений		Как решить линейное уравнение?

№	Направление по Александрову	Определения	Теоремы	Алгоритмы	Методы	Мета-проблемы, логика	Постановочные задачи, вопросы
24	ФиГ		Линейная функция				Придумать
25	ФиГ			Теорема о графике линейной функции			Придумать способ построения и все возможные эскизы
26	УиН		Уравнение с двумя переменными				Как перевести на мат. язык условия данных задач?
27	УиН		Система уравнений с двумя переменными				Как перевести на мат. язык условия данных задач?
28	УиН		Графическое решение систем линейных уравнений				Как решить эти задачи?
29	УиН		Неграфическое решение систем линейных уравнений				Как решить системы с плохими коэффициентами?