# О МЕТОДИЧЕСКИХ ПИСЬМАХ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ ПРЕДМЕТОВ С УЧЁТОМ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ 2006 ГОДА

Департамент государственной политики и нормативно-правового регулирования в сфере образования Минобрнауки России сообщает, что в соответствии с решением Учёного совета Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) подготовлены 11 методических писем по преподаванию учебных предметов в средней школе с учётом результатов ЕГЭ 2006 г.

Методические письма обсуждались членами научно-методических советов ФИПИ, в которые входят представители высшего профессионального образования Москвы, Санкт-Петербурга и других регионов, Российской академии наук, Российской академии образования, члены научных редакций профессиональных изданий. Письма согласованы с представителями Научно-методических советов по учебным предметам и утверждены на заседании Учёного совета ФИПИ.

***Директор Департамента*** ***И.И. Калина***

## Методическое письмо «Об использовании результатов единого государственного экзамена 2006 года в преподавании математики в средней школе»

### Извлечения

*Научный руководитель: заместитель директора Федерального института педагогических измерений, кандидат педагогических наук Г.С. Ковалёва.*

*Письмо подготовлено членами федеральной предметной комиссии разработчиков контрольных измерительных материалов для ЕГЭ по математике кандидатами педагогических наук Л.О. Денищевой, Н.Б. Мельниковой, К.А. Краснянской.*

Цели единого госэкзамена по математике — обеспечить итоговую аттестацию выпускников средней (полной) школы по курсу алгебры и начал анализа 10—11-х классов (**курс В**) и дифференциацию выпускников по уровню общей математической подготовки для отбора в вузы. Содержательная область проверки включает материал курса алгебры и начал анализа, который дополняется материалом курса стереометрии, некоторыми вопросами курса математики основной школы, усвоение которых, как правило, проверяется на вступительных экзаменах в вузы (проценты, прогрессии, сведения из курса планиметрии).

При разработке вариантов КИМ 2006 г. была использована та же модель, что и в 2005 году, т.е. в структуру, назначение частей работы, число и сложность включаемых в них заданий не было внесено изменений. На выполнение работы отводилось четыре часа.

В 2006 г. ЕГЭ по математике сдавали 623 493 выпускника из 73 регионов России. По сравнению с 2005 годом (680 154 выпускника из 69 регионов) на четыре увеличилось число регионов, но при этом уменьшилось общее число участников экзамена (увеличилось число регионов, в которых выпускники могли по желанию выбрать другую форму сдачи выпускного и вступительного экзаменов). Число участников экзамена в регионах варьировалось от 213 (Чукотский АО) до 39 801 (Краснодарский край).

Как и в предыдущие годы, основную часть участников экзамена составили выпускники общеобразовательных школ — около 96% (среди них гимназии — 6%, лицеи — 6%, школы-интернаты — 0,6% и кадетские школы — 0,1%), выпускники вечерних школ — около 0,8% (в 2005 г. их было 1,7%), около 0,4% приходятся на выпускников начальных (0,13%) и средних (0,24%) профессиональных училищ. Более четверти участников ЕГЭ 2006 г. (26,9%) составили выпускники сельских школ (в 2005 г. — 29,1%) и выпускники посёлков городского типа — 8,7% (в 2005 г. — 8,7%).

Экзамен в форме ЕГЭ сдавали около 48% выпускников 2006 г. в 73 регионах страны, что позволило получить достоверную информацию как о положительных качествах, так и о недочётах, присущих математической подготовке этой совокупности учащихся.

О состоянии общей математической подготовки[1] участников экзамена можно судить по данным, представленным в таблице 1.

В 2006 г. участники экзамена, продемонстрировавшие различные уровни подготовки[2], распределились в процентном отношении следующим образом: «неудовлетворительный» — 19,6% (2005 год — 22,1 %); «удовлетворительный» — 34,1% (2005 г. — 35,0%); «хороший» — 34,3% (2005 г. — 32,1%); «отличный» — 12,0% (2005 г. — 10,9%). Следовательно, несколько улучшилась подготовка по курсу алгебры и начал анализа в целом.

С большинством алгебраических задач повышенного (C1 и C2) и высокого уровня (C3 и C5), требующих записи решения, справились:

C1 — 19%–29% участников экзамена (2005 г. — 13%–21%);

C2 — 7%–13% (2005 г. — 20%–25%);

C3 — 0,7%–2,3% (2005 г. — 1,3%–2,3%);

C5 — 0,2%–1,0% (2005 г. — 0,26%–0,81%).

Результаты выполнения алгебраических заданий C1, C2, C3 показывают, что удалось более плавно перейти от заданий повышенной сложности к заданиям высокой и самой высокой сложности.

## Курс геометрии основной и старшей школы

В каждый вариант работы включалось три задания по геометрии: два — повышенного уровня и одно — высокого уровня сложности.

С большинством геометрических задач повышенного уровня по планиметрии в 2006 г. по вариантам КИМ справились 7,5%–11,7% выпускников (2005 г. 6,8%–8,6%), по стереометрии результаты несколько лучше — 8,5%–18,3% (2005 г. 10,9%–14,3%).

Как и в предыдущие годы, участники экзамена 2006 года показали невысокие результаты при решении геометрических задач повышенного уровня сложности. Однако надо учитывать, что часть выпускников, не заинтересованных в получении свидетельства о сдаче ЕГЭ по математике для поступления в вузы или ссузы, скорее всего, просто пропустили эти задания.

Стереометрические задачи высокого уровня (C4), рассчитанные на очень хорошо подготовленных учеников,

Таблица 1

**Процент участников экзамена, показавших различные уровни общей математической подготовки в 2005 и 2006 гг.**

| Годы | Неудовлетв. (0–37 баллов) «2» | Удовлетв. (38–53 балла) «3» | Хороший (54–71 балл) «4» | Отличный (72–100 баллов) «5» | 100 баллов | Число участников |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2005 | 21,6% | 40,2% | 31,3% | 6,9% | 0,02% (163 чел.) | 680154 |
| 2006 | 19,4% | 39,5% | 34,0% | 7,1% | 0,017% (109 чел.) | 623493 |

[1] Состояние общей математической подготовки учащихся оценивается на основе результатов выполнения ими всех заданий работы.

[2] Состояние алгебраической подготовки учащихся по курсу алгебры и начал анализа оценивается на основе результатов выполнения алгебраических заданий работы. При этом не учитываются результаты выполнения четырёх заданий: текстовой задачи (B9) и трёх заданий по геометрии (B10, B11 и C4).

в 2006 г. по вариантам КИМ выполнили 0,1%–1,0% участников экзамена (2005 г. — 0,93%–1,05%). По сравнению с 2005 годом несколько снизились результаты выполнения стереометрической задачи высокого уровня: это объясняется более высоким уровнем сложности задачи С4 в 2006 г.

## Рекомендации

### Курс алгебры и начал анализа

Анализ результатов экзамена позволил выделить проблемы в обучении математике, которые явно проявляются при сдаче ЕГЭ выпускниками с «удовлетворительным» уровнем математической подготовки.

1) Есть разделы, темы, вопросы, которые школьники усваивают с трудом. Они допускают грубые ошибки при выполнении заданий базового уровня сложности по темам: преобразование тригонометрических выражений[3], преобразование логарифмических выражений; решение иррациональных уравнений; решение логарифмических и показательных неравенств с основанием 0<a<1; исследование свойств функций элементарными методами (нахождение области определения, множества значений, распознавание чётности (нечётности).

2) Выпускники не усвоили стандартные алгоритмы выполнения изученных преобразований, основные методы решения уравнений и неравенств, элементарные методы исследования свойств функций. Так, например, в преобразовании разности логарифмов в логарифм частного до 25% участников экзамена пишут в ответе логарифм разности, до 10% — разность чисел, стоящих под знаком логарифма, до 15% — частное чисел, стоящих под знаком логарифма уменьшаемого и вычитаемого.

При решении простейших логарифмических неравенств положение ещё более плачевное. Около трети учащихся не учитывают область определения логарифма, ещё треть школьников не меняет знак неравенства на противоположный, когда основание логарифма 0<a<1. При решении иррациональных уравнений около трети школьников не выполняет проверку корней уравнения, полученных при решении уравнения-следствия.

Учащиеся затрудняются в нахождении области определения функции (например $f=\frac{3}{2-\sqrt[4]{x}}$). Около четверти выпускников за область определения заданной функции принимают область определения корня чётной степени; пятая часть экзаменуемых исключает из множества всех действительных чисел только те значения аргумента, при которых знаменатель обращается в ноль.

При выполнении заданий базового и повышенного уровня выпускники допускают много вычислительных ошибок.

3) Очень небольшая часть участников экзамена, получивших «3», справляется только с отдельными заданиями повышенного уровня сложности. Обычно для решения таких задач нужно применить не одну формулу или одно свойство, а две формулы или два свойства, или использовать изученные формулы, свойства в несколько изменённой ситуации.

С заданиями повышенного уровня сложности справляются лишь около половины выпускников, получивших оценку «4». Им оказываются под силу лишь те задания, где надо выполнить более сложные вычисления или преобразования, но школьные «хорошисты» испытывают затруднения в тех заданиях, где нужно изменить стандартный алгоритм решения, согласуясь с данными задачи. Так, при нахождении наибольшего и наименьшего значений сложной функции на заданном отрезке (например, «Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \log_{0,1}(10 - x^2)$ на отрезке $[-3; 1]$») условие задачи «провоцирует» выпускника на применение стандартного алгоритма исследования функции с помощью производной. Однако анализ условия показывает, что в силу монотонности логарифмической функции и с учётом значений функции $y = 10 - x^2$ на отрезке $[-3;1]$ задачу можно решить элементарным методами, найдя разность $y(-3) - y(0)$. Очевидно, что школьный «хорошист» имеет теоретическую базу, достаточную, чтобы справиться с этой ситуацией. Необходимо ставить перед учениками такие проблемы, решение которых выходило бы за рамки стандартных алгоритмов, но ученики могли бы с ними справиться, используя самостоятельно изученный ими материал.

4) Особое беспокойство вызывают проблемы, о которых свидетельствует перепроверка[4] ответов учащихся на задания

[3] Есть положительная динамика в овладении этим материалом (при проверке ограниченного набора формул).

[4] Перепроверка части работ участников ЕГЭ проводится ежегодно. В 2006 г. были также перепроверены работы всех учащихся, получивших максимальную тестовую оценку 100 баллов.

с развёрнутым ответом повышенного уровня сложности, выполнение которых оценивается максимально двумя баллами. При записи решений этих заданий не требуется каких-либо объяснений, так как обычно проверяются известные методы решений. Но вместе с тем выполнение этих заданий требует внимательности, поскольку в одних случаях нужно учесть область определения выражения, в других — проверить найденные корни уравнения — следствия или отобрать значения, исходя из ограничений, данных в условии задачи.

Согласно критериям проверки этих заданий положительно оцениваются (выставляется один или два балла) те работы, в которых очевидно показано владение методом, проверка выполнения дополнительных ограничений, внесённых в ходе решения, учёт условий задачи и т.п. Различие в выставлении одного или двух баллов состоит в том, что на оценку в один балл допускается вычислительная ошибка или описка, не влияющая на дальнейший ход решения задачи. Однако при перепроверке работ выпускников обнаруживается, что эксперты (а это учителя школ) к опискам относят неверно выполненные отдельные действия, входящие в состав стандартных алгоритмов; отсутствие отдельных шагов стандартных алгоритмов и т.п. Надо обратить внимание на математически грамотное оформление записи решения математических задач. Не нужно разучивать со школьниками образцы решений, не нужно «канонизировать» какие-то эталоны, решения у разных учеников могут и должны быть различными: единственным критерием их оценки должна быть математическая грамотность записи решения.

Хотя болевые точки выявлены и рекомендации предложены, но, как показывает опыт, положительных результатов трудно ожидать в течение двух и даже трёх лет, так как в математике особенно сильна преемственность в обучении: чтобы получить высокие результаты в средней школе в 5—6-х классах по математике и в 7—9-х классах по алгебре, у школьников должны быть выработаны умения выполнять вычисления с обыкновенными и десятичными дробями; преобразовывать многочлены, алгебраические дроби, степени с целыми показателями и квадратные корни; решать линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения и неравенства; читать свойства функций по их графикам, исследовать отдельные свойства функций аналитически.

Учителям математики, начинающим работу в 10-м классе и готовящим выпускников к итоговой аттестации, необходимо в начале учебного года получить достоверную информацию об уровне подготовки десятиклассников по основным разделам курса алгебры основной школы и своевременно ликвидировать пробелы в знаниях. Для этого нужно основательно повторить материал курса алгебры 7—9-х классов: преобразования одночленов, многочленов, алгебраических дробей и арифметических квадратных корней (вспомогательный материал: свойства степеней с одинаковыми основаниями, формулы сокращённого умножения, правила сложения (вычитания), умножения многочленов, свойства арифметического квадратного корня, действия с десятичными и обыкновенными дробями); решение линейных и квадратных уравнений и неравенств; решение дробно-рациональных уравнений (вспомогательный материал: теоремы о равносильных преобразованиях уравнений и неравенств, формула корней квадратного уравнения, действия с десятичными и обыкновенными дробями); линейная и квадратичная функции, их свойства и графики: функции вида $y=\frac{k}{x}$ и $y=\sqrt{x}$, их свойства и графики (вспомогательный материал: нахождение значений функции, нулей функции, промежутков знакопостоянства (аналитически и графически), чтение по графику свойств функций, действия с десятичными и обыкновенными дробями).

Помимо вводного повторения целесообразно организовать ещё и индивидуальное повторение, учитывающее пробелы в знаниях и умениях конкретного ученика, и с помощью диагностических работ систематически фиксировать продвижение старшеклассника к уровню запланированных требований.

Систематическое повторение пройденного во многих учебниках обеспечивается системой упражнений для домашней работы. Обычно эти упражнения достаточно объёмны, трудоёмки и требуют письменного выполнения. Одним из возможных альтернатив становятся устные упражнения. С их помощью можно моделировать различные нестандартные ситуации применения тех или иных знаний (теоретического материала)[5], в которых центр тяжести сосредоточен на конструировании нового метода и не осложнён сопутствующими (второстепенными) деталями. Так, подводя учащихся к поиску решения

[5] В КИМ для ЕГЭ такие задания относят к повышенному уровню сложности.

нестандартного уравнения[6], можно в устных упражнениях обсудить сущность соответствующего метода решения, например, на заданиях типа:

— решите уравнение:
$\cos x = x^2 + 1$,

— решите уравнение:
$\sin x = (x - \frac{\pi}{2})^2 + 1$.

Таким образом, учитель сможет связать учебный материал из различных разделов курса, обеспечивая, с одной стороны, систематическое повторение, а с другой стороны, мотивируя более подготовленных учащихся к решению задач повышенной сложности.

## Курс геометрии

Количество геометрических задач среди заданий в вариантах экзаменационной работы в течение трёх последних лет проведения ЕГЭ остаётся постоянным. В каждый вариант включается одна планиметрическая задача (повышенного уровня сложности) и две стереометрические задачи (повышенного и высокого уровня сложности). Обе задачи повышенного уровня — это задания с кратким ответом (нужно записать только полученный ответ). При выполнении стереометрической задачи высокого уровня требуется записать и само решение.

Многие выпускники либо не дали ответа к задачам повышенного и высокого уровня, либо вообще не приступали к их выполнению. Однако надо иметь в виду, что задания по геометрии в вариантах КИМ — повышенного уровеня требований к математической подготовке выпускников; они относятся к «абитуриентским» заданиям, выполнение которых не учитывается при выставлении аттестационных отметок по курсу алгебры и начал анализа. Поэтому многие выпускники вообще не приступают к решению геометрических задач, если они не предполагают поступать в вузы, в которых нужно сдавать экзамен по математике, и участвуют в ЕГЭ для того, чтобы получить аттестационную отметку по алгебре.

Задачи по планиметрии, которые используются на вступительных испытаниях в вузы, как правило, требуют применения сведений из разных разделов курса: нужно ориентироваться во всей совокупности свойств рассматриваемой фигуры, которые могли изучаться в разных классах основной и старшей школы. При совместном с учениками решении задач в классе надо помнить, что цель этой работы — сформировать умения решать подобные задачи.

Как известно, в современных учебниках к теоретическим фактам (теоремам) отнесены в основном только те утверждения, которые необходимы для построения теории. При этом многие утверждения, весьма полезные для решения большого числа задач, даются как задачи на доказательство, а это приводит к тому, что учащиеся не помнят сформулированные в них факты. Вместе с тем владение этими фактами значительно сокращает время, необходимое для решения задачи. Поэтому при повторении, кроме «законных» теорем, нужно повторить и такого рода дополняющие их утверждения.

При повторении курса стереометрии тоже полезно группировать материал вокруг определённых фигур (пирамиды, призмы, конуса и т.п.). Рассматривая те или иные фигуры, необходимо вспомнить свойства фигуры и формулы боковой поверхности и объёма, повторить геометрические факты, которые используются для определения элементов данной фигуры.

Особого внимания требуют вопросы, связанные с вычислением расстояний и углов в пространстве применительно к конкретной фигуре. Они трудны для большинства учащихся, причём даже в тех достаточно типичных ситуациях, которые используются в задачах повышенного уровня. Поскольку речь идёт о задачах повышенного и высокого уровня сложности, на уроках геометрии в массовой школе нет возможности рассматривать множество таких задач. Поэтому можно некоторую их часть использовать для работы со всем классом, но, кроме того, включить их в индивидуальные задания (в классе и для домашней работы) для более подготовленных школьников.

Итоги ЕГЭ 2006 г. позволяют высказать некоторые **общие рекомендации**:

1) Сравнительный анализ результатов выполнения базовых заданий одинаковой тематики в 2002—2006 гг. показал повторяющиеся из года в год типичные ошибки учащихся, о которых сообщается в ежегодных отчётах по результатам проведения ЕГЭ по математике, в сборниках по подготовке к ЕГЭ, опубликованных в открытой печати. Учителям, авторам учебников и разработчикам методических пособий необходимо совершенствовать

[6] В КИМ 2006 г. предлагались уравнения типа $\sqrt{16 - (5x + 2)^2} = 4 + \cos^2 \frac{15\pi x}{4}$.

методику формирования базовых умений, составляющих основу математической подготовки выпускников средней школы.

2) Анализ результатов выполнения базовых заданий по курсу алгебры и начал анализа показал положительную динамику в овладении материалом раздела «Тригонометрия», о существенных недочётах в усвоении которого говорилось в отчётах по результатам ЕГЭ в прошлые годы. Сегодня вызывают тревогу низкие результаты выполнения заданий на решение иррациональных уравнений и логарифмических неравенств. Учителям следует обеспечить более прочное усвоение стандартных алгоритмов решения этих уравнений и неравенств.

3) Геометрическая подготовка выпускников школы продолжает оставаться невысокой, поэтому по-прежнему необходимо усиленное внимание учителей к преподаванию курса геометрии в основной и старшей школе, чтобы ученики, овладевая теоретическими фактами курса, одновременно вырабатывали умения проводить обоснованные рассуждения при решении геометрических задач и математически грамотно записывать полученное решение. НО

# Методическое письмо «Об использовании результатов единого государственного экзамена 2006 года в преподавании физики в средней школе»

*Научный руководитель: заместитель директора Федерального института педагогических измерений, кандидат педагогических наук Г.С. Ковалёва.*

*Письмо подготовлено членами федеральной предметной комиссии разработчиков контрольных измерительных материалов для ЕГЭ по физике кандидатами педагогических наук М.Ю. Демидовой и Г.Г. Никифоровым.*

Единый экзамен по физике проводится с 2001 года. Широкое использование контрольных измерительных материалов ЕГЭ позволяет объективно оценивать подготовленность выпускников и абитуриентов по школьному курсу физики, разрабатывать рекомендации по совершенствованию методики преподавания предмета с учётом результатов единого экзамена.

## Модель экзамена по физике в форме ЕГЭ

Контрольные измерительные материалы (КИМ) для ЕГЭ по физике представляют собой письменную работу, в которой используются задания, различающиеся как по типу, так и по уровню сложности. Кодификатор элементов содержания по физике и спецификация экзаменационной работы составляются на основе документов:

- Обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по физике (приказ Минобразования России от 30 июня 1999 г. № 56);
- Обязательный минимум содержания основного общего образования по физике (приказ Минобразования России от 19 мая 1998 г. № 1236);
- Федеральный компонент государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по физике (приказ Минобразования России от 5 марта 2004 г. № 1089).