

# Задача о вычислении даты православной Пасхи

Л.И. Дружинина

**Имя задачи:** Формула Карла Фридриха Гаусса для вычисления дня Пасхи.

**Автор:** Дружинина Людмила Ивановна, учитель математики средней школы № 45 г. Калининграда.

**Предмет:** Математика.

**Класс:** 9–11.

**Профиль:** Общеобразовательный.

**Уровень:** Общий.

**Текст задачи:** Дата Пасхи может попадать на период от 22 марта до 25 апреля по старому стилю. Это соответствует периоду с 4 апреля по 8 мая по новому стилю. Можно ли утверждать, что Пасха наступает хаотично или же в определённое время? Насколько достоверен

тот факт, что дату Пасхи можно вычислить определённым образом?

а) выделите ключевые слова для информационного поиска;

б) найдите и соберите необходимую информацию;

в) обсудите и проанализируйте собранную информацию;

г) сделайте выводы;

д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

## Возможные информационные источники

*Интернет-ресурсы:*

<http://www.utro.ua/articles/2006/04/169.shtml>

<http://www.datchino.com/christianity/easter-day/pashaliya.htm>

<http://www.wikipedia.org/wiki/Пасха>

## Культурный образец

[ru.wikipedia.org/wiki/Пасха](http://ru.wikipedia.org/wiki/Пасха) (коротко и ясно)

## Вычисление даты православной Пасхи

Православная Пасха рассчитывается по Александрийской Пасхалии.

Полнолуние( $Y$ ) = 21 марта +  $[(19 \cdot [Y/19] + 15) / 30]$ .

где  $[a / b]$  — остаток от деления нацело  $a$  на  $b$ .

Если значение Полнолуние( $Y$ ) < 32, то дата полнолуния будет в марте;

Если значение Полнолуние( $Y$ ) ≥ 32, то следует вычесть 31 день, и получится дата в апреле.

• Формула Гаусса вычисления Пасхи:  $[a/b]$  — остаток от деления;

$a = [19 \cdot [Y / 19] + 15] / 30$  (например,  $[2007/19] = 12$ ,  $a = [(19 \cdot 12 + 15) / 30] = 3$ , Полнолуние(2007) = 21 марта + 3 = 24 марта);

$b = [(2 \cdot [Y / 4] + 4 \cdot [Y / 7] + 6 \cdot a + 6) / 7]$  (например,  $[2007/4] = 3$ ,  $[2007/7] = 5$ , итак для 2007 года  $b = 1$ ).

Если  $(a + b) > 10$ , то Пасха будет  $(a + b - 9)$  апреля ст. стиля, в противном случае —  $(22 + a + b)$  марта ст. стиля. Получаем  $22 + 3 + 1 = 26$  марта (ст. ст.) или  $26$  марта  $+ 13 = 8$  апреля (н. ст.)

Дата Пасхи может попадать в период от 22 марта до 25 апреля по ст. стилю. (В XX–XXI веках это соответствует периоду с 4 апреля по 8 мая по н. стилю). Если Пасха совпадает с праздником Благовещения (7 апреля), она называется Кириопасха (Господня Пасха).

Православные христиане к чудесным свидетельствам Пасхи относят сходжение Благодатного Огня в Храме Гроба Господня в Иерусалиме, которое происходит в Великую Субботу перед православной Пасхой.

**<http://www.utro.ua/articles/2006/04/21/169.shtml> (подробнее, с ист. фактами)**

Празднование Пасхи христианами историки церкви фиксируют ещё во II в. н.э., хотя считают, что в христианских общинах эта традиция утвердилась раньше. Но первое письменное свидетельство, принадлежащее св. Иринею, епископу Лионскому, относится именно ко II веку. С тех времён возник и спор между церквями Рима и Малой Азии относительно времени и содержания праздника. Малоазиатские церкви отмечали Пасху вместе с иудеями 14–15 нисана в память о страданиях и смерти Иисуса, а римские церкви праздновали в воскресенье, следующее за еврейской Пасхой, — как радостное воспоминание о воскресении Спасителя.

Временами противоречия по этому вопросу настолько обострились, что под угрозой оказывалось даже единство церкви.

Споры между церквями продолжались до 325 г., когда Никейский

вселенский Собор склонился к римской практике и постановил, что христиане празднуют Пасху обязательно отдельно от иудеев и непременно в воскресенье, следующее за полнолунием.

Самым сложным является расчёт даты. Пасха (Великдень по-украински) — переходящий праздник, т. е. его дата выпадает на период между 4 апреля и 7 мая (по новому стилю). Это связано с различием между лунным календарём, по которому вели своё летоисчисление семиты, и солнечным (им пользовались римляне, греки и другие народы древнего мира), унаследованным в итоге и нами.

Лунный год короче солнечного на 11,25 суток. Поэтому приходилось периодически добавлять к году лишний месяц. В первые столетия эти исчисления не были урегулированы и совершались на усмотрение влиятельных раввинов. В Талмуде сохраняется послание раввина Гамалиила, учителя апостола Павла: «...Сообщаем вам, что поскольку голуби для жертвы ещё слишком нежные и ягнята слишком молодые, и время авиава (нисана, первого весеннего месяца) ещё не настало, то мы, по соглашению с нашими коллегами, решили, что необходимо прибавить к году 30 дней...»

Таким образом, в каждом году необходимо было особое уведомление о празднике Пасхи.

Из всех практических формул, предложенных для вычисления Пасхи, наиболее удобные и простые принадлежат выдающемуся немецкому астроному, математику и физика Карлу Фридриху Гауссу. Впервые он представил их без доказательств в «*Monatliche Correspondenz*» за 1802 год. Заключаются они в следующем.

Допустим, что число  $a$  — остаток от деления текущего года на 19; число  $b$  — остаток от деления года на 4; число  $c$  — остаток от деления года на 7; число  $d$  — равняется остатку от деления  $19a + 15$  на 30, а число  $e$  — остатку от деления  $2b + 4c + 6d + 6$  на 7. День Пасхи будет  $(22 + d + e)$  марта, или, что то же самое,  $(d + e - 9)$  апреля.

Обратите внимание: расчёты верны для Юлианского календаря, принятого в православной церкви (старый стиль), для Григорианского календаря (новый стиль), нужно прибавлять ещё число 13. Возьмём для примера:  $a = 11$ ,  $b = 2$ ,  $c = 4$ ,  $d = 14$ ,  $e = 5$ . День Пасхи — 10 апреля (по старому стилю) и, соответственно, — 23 апреля (по новому стилю). Интересно в связи с этим знать, что период, равный 532 годам, называют великим индиктионом. Поскольку лунные фазы возвращаются к тем же числам каждые 19 лет, а дни недели (беря во внимание високос) — каждые 28 лет, то через  $19 \times 28 = 532$  года дни Пасхи по Юлианскому календарю повторяются абсолютно точно. Если математические вычисления не являются для кого-то сильной стороной, то «Утро» посчитало даты Пасхи до 2010 г.: в 2007-м — 8 апреля, в 2008 — 27 апреля, в 2009-м — 19 апреля, в 2010-м — 4 апреля.

<http://www.gatchino.com/christianity/easter-day/pashaliya.htm>  
(очень подробно)

### Пасхалия

*Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона*

Пасхалия — собрание правил, на основании которых вычисляется

день празднования Пасхи. На основании предписаний, изложенных в книге Исход, а также лунно-солнечного календаря, окончательно принятого евреями в эпоху второго храма, еврейская Пасха празднуется 15 числа месяца нисана (см. Календарь). Таким образом, у евреев праздник Пасхи является неподвижным. В современном еврейском календаре месяцы уже не устанавливаются, как это было в древности, непосредственным наблюдением лунных фаз, но определяются по циклу. Так как начало каждого месяца совпадает с некоторым, в сущности, фиктивным новолунием (молед), то пятнадцатый день совпадает с полнолунием. Месяц нисан всего ближе подходит к нашему марту, поэтому постановление о еврейской пасхе можно формулировать так, что она празднуется в первое весеннее полнолуние, вычисленное по известным предписаниям.

За исходный пункт еврейского летоисчисления принят так называемый молед создания, или молед месяца тишри первого года, имевший место, по исчислениям евреев, в 3761 году до христианской эры, 7 октября, в 5 часов, 204 хлаким (хлак  $1/1080$  доля часа) после шести часов вечера под меридианом Иерусалима, или, по нашему делению дня, 6 октября, в 11 часов 11 минут вечера. Согласно мнению некоторых раввинов, этот молед наступил в год перед творением, когда, по выражению книги Бытия (1, 2), господствовала *thohu webohu*. Поэтому еврейскими хронологами этот молед называется *moled thohu*. За промежуток времени между двумя новолуниями принято 29 дней 12 часов 793 хлаким, что представляет Гиппархово определение синодичес-

кого месяца Луны. О распределении месяцев и различных видах годов у евреев — см. Календарь.

Так как все изменения происходят в первой половине года, от тишри до нисана, то число дней, протекающих от Пасхи до нового года, всегда равно 163, и поэтому безразлично вычислять день Пасхи или 1 тишри следующего года. Подробные правила вычислений изложены в книге Моисея Маймонида «Kiddusch hachodesch». Следующие замечательные по простоте правила для вычисления дня еврейской пасхи в Юлианском году даны знаменитым математиком Гауссом без доказательства в «Mona-tliche Correspondenz» (изд. Цаха — Zach) за 1802 г. Доказаны эти правила Cysa de Cresy в «Записках Туринской академии наук» (1818). Пусть  $B$  есть число года христианского летоисчисления, т. е.

$$B = A - 3760,$$

где  $A$  число года еврейского летоисчисления. Назовём остаток от деления  $12B + 12$  на 19 через  $a$ ; остаток от деления  $B$  на 4 через  $b$ . Составим величину:

$$M + m = 20,0955877 + 1,5542418a + 0,25b - 0,00317779 4B,$$

где  $M$  целое число, а  $m$  правильная дробь. Наконец, найдём остаток  $c$  от деления величины:

$$M + 3B + 5b + 1$$

на 7. Тогда: 1) если  $c = 2$  или 4, или 6, то еврейская Пасха празднуется  $M + 1$  марта (или, что то же,  $M - 30$  апреля) старого стиля; 2) если  $c = 1$ , притом  $a > 6$  и кроме того  $m > 0,63287037$ , то Пасха будет иметь место  $M + 2$  марта; 3) если зараз  $c = 0$ ,  $a > 11$  и  $m > 0,89772376$ , то день Пасхи будет  $M + 1$  марта; 4) во всех остальных случаях Пасха празднуется  $M$  марта. Отступления, изложенные в первых трёх правилах, носят названия Adu, Gatrad, Batuthakrad, смысл их изъяснен в Талмуде. Вследствие сказанного выше, 1 тишри следующего года наступит  $P + 10$  августа или  $P - 21$  сентября, где  $P$  — день Пасхи в марте. Вообще говоря, достаточно вычислять  $c$  с точностью до второго десятичного знака. Более точное вычисление необходимо только в чрезвычайно редких сомнительных случаях.

Пример: если  $B = 1897$ , то  $a = 14$ ,  $b = 1$ ,  $M + m = 36,04$ , т. е.  $M = 36$ ,  $m = 0,04$ ;  $c = 0$ . День Пасхи: 36 марта или 5 апреля старого стиля. Новый год наступил 15 сентября. Еврейская Пасха празднуется:

	<b>Старый стиль</b>	<b>Новый стиль</b>
1898	26 марта	7 апреля
1899	14 марта	26 марта
1900	1 апреля	14 апреля
1901	22 марта	4 апреля
1902	9 апреля	22 апреля
1903	30 марта	12 апреля
1904	18 марта	31 марта
1905	7 апреля	20 апреля
1906	28 марта	10 апреля
1907	17 марта	30 марта
1908	3 апреля	16 апреля
1909	24 марта	6 апреля
1910	11 апреля	24 апреля
1911	31 марта	13 апреля
1912	20 марта	2 апреля
1913	9 апреля	22 апреля
1914	29 марта	11 апреля
1915	17 марта	30 марта
1916	5 апреля	18 апреля
1917	25 марта	7 апреля
1918	15 марта	28 марта
1919	2 апреля	15 апреля
1920	21 марта	3 апреля
1921	10 апреля	23 апреля
1922	31 марта	13 апреля

Относительно установления праздника Пасхи христианской, дня первоначального её празднования, а также споров, волновавших древние Церкви по поводу этого вопроса. Нужно полагать, что уже в третьем веке благодаря трудам Александрийской церкви, считавшейся наиболее учёной, выработаны были правила, подтверждённые никейским и антиохийским соборами и сохранившиеся в полной силе до нашего времени. Именно: праздновать Пасху после Пасхи еврейской, в первый воскресный день после того полнолуния, которое, будучи вычислено по известным предписаниям, случится в день весеннего равноденствия или непосредственно после него. За день весеннего равноденствия принято было 21 марта. Для вычисления фаз Луны употреблялись так называемые циклы Луны, т. е. периоды, по прошествии которых фазы Луны возвращались приблизительно на те же дни Юлианского года. Таких циклов употреблялось несколько.

Сохранились пасхальные правила еп. Ипполита, которые построены были на шестнадцатилетнем цикле. Римская церковь почти до VI века употребляла 84-летний цикл. Александрийская церковь (еп. Евсевий?) ввела наиболее точный 19-летний цикл, открытый афинянином Метонем и употреблявшийся ещё в календаре греков. Так как Александрийской церкви поручено было соборами следить за правильностью празднования дня Пасхи, то она в конце IV в. вступила в жаркий спор с Римом, указывая на допущенные неправильности, вследствие принятого там 84-летнего цикла. С тех пор 19-летний Метонов цикл вошёл по-

немногу в употребление и в западных церквях, но окончательно утвердился только благодаря трудам Дионисия Малого. Вследствие принятых правил необходимо знать на каждый год воскресные дни в марте и день пасхального полнолуния.

Воскресные дни определяются из того положения, что в году, предшествующем христианской эре (високосном), который иногда неправильно называется нулевым годом нашего летоисчисления, воскресенье падали на 7, 14, 21, 28 марта; далее, в каждый простой год, состоящий из 52 недель и 1 дня, воскресенье отступают по числам на единицу, в високосном же, состоящем из 52 недель и 2 дней, на две единицы. Лунный цикл Метона заключает в себе 19 Юлианских лет в 366,25 дней и почти 235 синодических месяцев Луны в 29,53059 дней. Разность между этими двумя периодами равна 0,0613 дня. Лунные месяцы в этом цикле состоят поочередно из 30 и 29 дней, причём, когда Юлианский год содержит 13 новолуний, то в конце его вставляется добавочный месяц в 30 дней, в конце же последнего, девятнадцатого года цикла — месяц в 29 дней. При этом распределении февраль всегда считается в 28 дней (постоянный календарь), так что лунный месяц, в который приходится 25 февраля, вставной день високосного года, в действительности увеличивается на один день.

Так как январь и февраль составляют 59 дней, то отсюда следует, что одни и те же цикловые фазы Луны придутся на одни и те же числа января и марта. Древние наблюдали собственно не новолуние, но первое появление молодой Луны; промежуток

времени между этим появлением и полнолунием приблизительно равен 13 дням, и потому в П. полнолуние определяется из новолуния прибавкой 13 дней. Пасхальное полнолуние носит название пасхального предела. За первый год цикла Александрийская церковь приняла так называемую эру Диоклетиана (285 по Р. Хр.), когда пасхальное новолуние приходилось 23 марта, а первое новолуние года 23 января; на этот же день по Метонову циклу придёт новолуние в году, предшествовавшем христианской эре. Этот год принят за исходный Дионисием Малым.

Число, показывающее место какого-нибудь года в цикле, называется золотым числом. Происхождение этого названия спорно. Евреи, употреблявшие тоже цикл Метона, принимали его начало на три года позже, чем Александрийская церковь и Дионисий, причём в этом передвинутом цикле новолуние в начальном году падает на 1 января. Этот цикл, под названием пасхального круга Луны, употребляется в П. православной церкви. Для отличия Дионисий называет один из этих циклов (еврейский) *ciclus lanaris*, другой *ciclus decem-povennalis*. Указанное превышение 19 Юлианских лет над 235 синодически месяцами обуславливает отставание новолуний, вычисленных по циклу Метона, от действительных, астрономических. Каждые 310 лет накопляется один день. К нашему времени эта разность составляет более пяти дней, например, пасхальное новолуние 1897 г., вычисленное по циклу, было 27 марта, между тем астрономическое 21 марта вечером.

Из всех практических формул, предложенных для вычисления дня

Пасхи, на основании вышеприведённых правил, безусловно простейшие и удобнейшие принадлежат Гауссу. Они состоят в следующем. Назовём через  $a$  остаток от деления числа года на 19, через  $b$  остаток от деления его на 4, и через  $c$  от деления на 7. Далее, остаток от деления величины  $19a + 15$  на 30 назовём  $d$ , и остаток от деления  $2b + 4c + 6d + 6$  на 7 пусть будет  $e$ . День Пасхи будет  $22 + d + e$  марта, или, что то же самое,  $d + e - 9$  апреля. В этих семи строчках заключается полная П. Юлианского календаря, принятого Православной Церковью.

Пример: для 1897 г.  $a = 16$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0$ ,  $d = 19$ ,  $e = 3$ , день Пасхи 13 апреля. Из выражения  $22 + d + e$  марта видно, что самая ранняя Пасха (при  $d = e = 0$ ) может наступить 22 марта; это ясно и из смысла правил. С другой стороны, наибольшее значение для  $e$  равно шести, и из решения неопределённого уравнения следует, что вследствие условия  $a$  меньше 19,  $d$  не может быть равным 29, а только достигать 28. Поэтому самая поздняя Пасха бывает 25 апреля. Правила празднования дня Пасхи иногда перефразируются следующим образом: Пасху должно праздновать в первое Воскресенье после полнолуния, которое случится не ранее 19 марта, причём день полнолуния определяется по пасхальному кругу Луны согласно церковным предписаниям; если отысканное таким образом мартовское полнолуние случится ранее 19 марта, то Пасху должно праздновать в первое Воскресенье после следующего полнолуния, которое будет через 30 дней, в апреле; в обоих случаях, если полнолуние падёт на Пятницу, Субботу или Воскресенье — Пасху должно праздновать

вать через неделю — в следующее Воскресенье. В этом виде правила сформулированы проф. Савичем. Они совпадают с вышеприведёнными.

При введении в 1582 г. календаря Григорианского основные правила для вычисления дня Пасхи остались те же. Но вследствие произведённых в календаре перемен день Пасхи, вообще говоря, не совпадает с вычисленным по Юлианскому календарю. Нужно заметить, что в Григорианском календаре не соблюдено то правило, что христианская Пасха празднуется после еврейской: иногда она совпадает с еврейской, иногда же приходится на лунацию раньше. В 1582 г. были откинута десять дней (см. Календарь) и, кроме того, постановлено, чтобы года, которыми кончаются столетия, не считались високосными, если только число протекших столетий не делится на четыре; при этом, однако, как в том, так и в другом случае, порядок дней недели остаётся без изменения. Отсюда следует, что воскресные дни будут совпадать с другими числами месяцев, чем в Юлианском календаре.

Ко времени введения Григорианского календаря фазы Луны, вычисляемые по циклу, запаздывали уже на три дня против действительных, поэтому папская комиссия, во главе с Алоизием Лилием, постановила передвинуть лунный цикл на три дня и, кроме того, для избежания накопления ошибки на будущее время, вместо золотых чисел ввести круг эпакт. Эпактой (*επαγειν* — прибавлять) называется рост Луны 1 января, т. е. время, протекшее от последнего новолуния предшествовавшего года, как следствие избытка солнечного года над лунным, состоящим из 354 дней.

В юлианском календаре римской эпактой называется рост Луны 1 января, вычисленный в том предположении, что в начальном году лунного цикла, или при золотом числе нуль, новолуние падает на 1 января, как это происходит в еврейском цикле Луны.

При реформе календаря, вследствие перестановки лунного цикла и пропуска десяти дней, новолуние первого года в лунном цикле перешло с 23 января на 30, а предыдущее упало на 31 декабря; поэтому эпакта первого года в цикле 1. Эпакты последующих годов получают прибавкой каждый раз 11, пропуская чисел кратных 30. Для возвращения к эпакте 1, при переходе к новому циклу, требуется прибавить 12; это называлось *saltus epactae* или *saltus lunae*.

С целью избежания новых погрешностей Лилий ввёл поправки эпакт. Одна из них называется солнечным уравнением и происходит от выбрасывания трёх високосных дней в течение 400 лет и потому каждый раз уменьшает эпакту (уменьшает число дней, протекших от новолуния). Вторая носит название лунного уравнения и имеет целью исправлять невязку 19 юлианских лет с 235 синодическими месяцами Луны; она прибавляется 8 раз в 2500 лет и каждый раз увеличивает эпакту, так как по циклу Метона фазы Луны запаздывают. Обе эти поправки придаются к эпактам в годы, которыми заканчиваются столетия. Таким образом, в 1700 г., когда в первый раз пришлось исправить солнечное уравнение, григорианские эпакты уменьшились на единицу; в 1800 г. приложены обе поправки и эпакты не изменились; в 1900 г. снова эпакты уменьшатся на единицу и затем останутся без изменения



до 2200 г., так как в 2000 г. не будет приложена ни одна поправка, а в 2100 г. обе.

Следует, что практические формулы для вычисления дня Пасхи в Григорианском календаре должны быть значительно сложнее, чем в Юлианском. Тем не менее, Гаусс представил их в следующей изящной форме. Пусть остатки от деления числа года на 19, на 4 и на 7 будут соответственно  $a$ ,  $b$  и  $c$ ; остаток от деления величины  $19a + M$  на 30 будет  $d$ , и остаток от деления величины  $2b + 4c + 6d + N$  на 7 будет  $e$ . Тогда Пасха наступит  $22 + d + e$  марта или  $d + e - 9$  апреля, нового стиля. Величины же  $M$  и  $N$  вычисляются следующим образом. Пусть  $k$  есть число веков в данном году,  $p$  частное от деления  $13 + 8k$  на 25, и  $q$  частное от деления  $k$  на 4. Тогда  $M$  определится как остаток от деления  $15 + k - p - q$  на 30, и  $N$  как остаток от деления  $4 + k - q$  на 7. Здесь нужно иметь в виду, однако, два исключения, именно: когда при  $d = 29$  вычисление даёт для дня Пасхи 26 апреля, нужно взять вместо этого числа 19 апреля и когда, при  $d = 28$ , получим для дня Пасхи 25 апреля, притом  $a > 10$ , то нужно принимать 18 апреля. Называя через  $h$  частное от деления  $a$  на 11 и через  $f$  частное от деления  $d + h$  на 29, кроме того, обозначая  $d - f$  через  $d1$  и считая  $e - 1$  остатком от деления  $2b + 4c + 6d1 + N$  на 7, получим формулу для дня Пасхи:  $22 + d1 + e1$  марта, которая не требует уже никаких исключений.

Пример: для 1897 г.  $a = 16$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0$ ,  $k = 18$ ,  $p = 6$ ,  $q = 4$ ,  $M = 23$ ,  $N = 4$ ,  $d = 27$ ,  $e = 0$ . День Пасхи 18 апреля (нового стиля). Каждая из величин  $M$  и  $N$  постоянна, по крайней мере, в течение целого столетия, и потому удобнее их предвычислить заранее. Их значения будут:

	<b>M</b>	<b>N</b>
От 1800 до 1899 г.	23	4
« 1900 « 1999 «	24	5
« 2000 « 2099 «	24	5
« 2100 « 2199 «	24	6
« 2200 « 2299 «	25	0
« 2300 « 2399 «	26	1
« 2400 « 2499 «	25	1

Формулы, данные Гауссом для Юлианского календаря, получатся как частный случай из формул для Григорианского календаря, полагая постоянно  $M = 15$ ,  $N = 6$ . При помощи формул Гаусса можно для Юлианского календаря решать обратную задачу П.: находить те годы, в которых Пасха падает на заданное число. Общее же решение подобного вопроса для Григорианского календаря, при нынешнем состоянии числового анализа, невозможно. В следующей таблице даны дни празднования Пасхи в Юлианском и Григорианском календарях.

1 — Юлианский календарь ст. стиль, 2 — Григорианский календарь нов. стиль.

Год	1	2
1898	5 апреля	10 апреля
1899	18 апреля	2 апреля
1900	9 апреля	15 апреля
1901	1 апреля	7 апреля
1902	14 апреля	30 марта
1903	6 апреля	12 апреля
1904	28 марта	3 апреля
1905	17 апреля	23 апреля
1906	2 апреля	15 апреля
1907	22 апреля	31 марта
1908	13 апреля	19 апреля
1909	29 марта	11 апреля
1910	18 апреля	27 марта
1911	10 апреля	16 апреля
1912	25 марта	7 апреля
1913	14 апреля	23 марта
1914	6 апреля	12 апреля
1915	22 марта	4 апреля
1916	10 апреля	23 апреля
1917	2 апреля	8 апреля
1918	22 апреля	31 марта
1919	7 апреля	20 апреля
1920	29 марта	11 апреля
1921	18 апреля	27 марта
1922	3 апреля	16 апреля

Из таблицы видно, что Пасха приходится в один и тот же день по обоим календарям в 1906, 1909, 1912, 1915, 1916, 1919, 1920 и 1922 г. Формулы Гаусса для вычисления дня христианской Пасхи помещены были им, без доказательства, в «*Monatliche Correspondenz*» (изд. Zach'om) за 1800 г. Полное доказательство их дано в статье Кинкелина, помещённой в «*Schlomilchs Zeitschrift f u r Mathematik*» (1870). Перевод статьи (Н. Я. Сони́на) напечатан в «Математическом Сборнике Московского Матем. Общества» (т. V, 1870). В П. православной церкви сохранились некоторые термины, требующие разъяснения. В церковных календарях, или месяцесловах, каждому дню года приписана одна из семи славянских букв, называемых вруцелетними буквами. Год в церковной П. начинается с 1 марта; этому дню, на основании некоторых соображений, касающихся библейских дней творения, приписана буква Г; следующим за ним дням — следующие буквы. Буква, которой соответствуют в данном году воскресные дни, называется вруцелетом.

Таким образом, зная вруцелето и имея роспись всех дней года по вруцелетним буквам, легко можно узнать день недели для какого угодно дня года. Так называемый пасхальный круг Луны совпадает с еврейским кругом, т. е. отступает на три года от принятого Дионисием. Новолуние в начальном году этого цикла падает на 1 января. Основанием называется число, показывающее возраст Луны к 1 марта, найденное в предположении пасхального круга Луны. Великим индиктионом называется период в 532 года; так как фазы Луны возвращаются к тем же числам месяцев через 19 лет,

а дни недели (принимая во внимание високос) через 28 лет, то через  $28 \times 19 = 532$  лет все эти элементы придут в прежний порядок, и дни Пасхи по Юлианскому календарю повторяются совершенно точно.

Ключ границ — число дней между 31 марта и днём Пасхи. Так как самая поздняя Пасха бывает 25 апреля, то ключ границ может достигать значения 35. В так называемой зрячей П. ключ границ обозначается, вместо цифр, буквами славянского алфавита. Для каждого года великого индиктиона даётся ключевая буква, и по ней из другой таблицы находится день Пасхи, а также дни других, переходящих праздников, связанных с ней. Из формул Гаусса следует, что ключ границ  $K = d + e + 1$ . Тогда имеем: начало масленицы (мясопуст) в простой год  $K + 24$  января, в високосный  $K + 25$  января; начало великого поста (чистый понедельник) в простой год  $K + 1$  февраля, в високосный  $K + 2$  февраля; Вознесенье  $K + 29$  апреля; Троицын день  $K + 9$  апреля; заговенье Петрова поста  $K + 16$  мая; длительность Петрова поста 43 —  $K$  дней.

Подробные сведения о церковной П. см. у Ильяшева — «Руководство для преподавания П.». Таблица зрячей П. помещается в конце церковной книги, называемой Следованной псалтирю.

(В. Серафимов)

### Методический комментарий

Цель — рассмотреть, как, благодаря выведенной математиком Гауссом универсальной практической формуле, получают объективную информацию о наступлении православ-

ной Пасхи в любом году. Расчёт даты — самый сложный. Это связано с различием между лунным календарём, по которому вели своё летоисчисление семиты, и солнечным, которым пользовались римляне, греки и другие народы древнего мира, унаследованным в итоге и нами.

Обобщаются знания учащихся о числах и действиях над ними. Обращается внимание на исторические факты. Учащиеся знакомятся с биографией выдающегося немецкого астронома, математика и физика Карла Фридриха Гаусса.

Учащиеся продвинутого уровня могут сами практически убедиться в удобстве и достаточной простоте формулы. С этой целью им можно предложить рассчитать день наступления православной Пасхи на не-

сколько лет вперёд. Для сравнения и получения аналогичных расчётов включить уже прошедшую в 2007 году Пасху. Результаты расчётов можно предложить оформить в виде сводной таблицы:

По формуле Гаусса, где число  $a$  — остаток от деления текущего года на 19; число  $b$  — остаток от деления года на 4; число  $c$  — остаток от деления года на 7; число  $d$  — равняется остатку от деления  $19a + 15$  на 30, а число  $e$  — остатку от деления  $2b + 4c + 6d + 6$  на 7, День Пасхи будет  $(22 + d + e)$  марта, или, что то же самое  $(d + e - 9)$  апреля. Обратите внимание, что расчёты верны для Юлианского календаря, принятого в православной церкви (старый стиль), для Григорианского календаря (новый стиль), нужно прибавлять ещё число 13.

	2007	2008	2009	2010
a	12	13	14	15
b	3	0	1	2
c	5	6	0	1
d	3	22	11	0
e	1	1	4	1
День Пасхи по Юлианскому календарю	$22 + 3 + 1 = 26$ (март)	$22 + 22 + 1 = 45$ (март) или $22 + 1 - 9 = 14$ (апрель)	$22 + 4 + 4 = 30$ (март) или $11 + 4 - 9 = 6$ (апрель)	$22 + 0 + 1 = 23$ (март)
День Пасхи по Григорианскому календарю	8 (апрель)	27 (апрель)	19 (апрель)	4 (апрель)