Задача о Наполеоне и математике

Г.В. Белова

Автор. Белова Галина Валентиновна, учитель средней школы № 34 г. Петрозаводска.

Предмет. Математика.

Класс. От 5 до 11 классов.

Тема. Равносторонний треугольник.

Профиль. Общеобразовательный.

Уровень. Минимальный.

Текст задачи. В геометрии известны задача Наполеона, теорема Наполеона, головоломка Наполеона. Французский император Наполеон Бонапарт был учёным-математиком.

Оцените достоверность этого утверждения:

• *выделите ключевые слова для информационного поиска.*

• *найдите и соберите необходимую информацию.*

• *обсудите и проанализируйте собранную информацию*

• *сделайте выводы*

• *сравните ваши выводы с выводами из культурного образца.*

Возможные информационные источники:

1) http://www.unesco.kz/asp/165/triangl/ раздел теория

2) http://kvant.mccme.ru/1991/05/ravnostoronnij_treugolnik.htm

3) http://schools.techno.ru/sch758/NEWGEOM/AGAPBOR/INDEX.HTM

4) Савин А. П. Энциклопедический словарь юного математика для среднего и старшего школьного возраста. «Задача Наполеона». М.: Педагогика, 1985. С. 298.

Культурный образец для сопоставления

Французский император Наполеон Бонапарт был любителем математики. Он находил время заниматься ею для собственного удовольствия, чувствовал в ней красоту и объект, достойный приложения остроумия и изобретательности. Одно из свидетельств тому — несколько составленных им геометрических задач.

Вот как можно сформулировать одну из них. На сторонах произвольного треугольника ABC внешним образом построены как на основаниях равносторонние треугольники. Доказать, что центры этих треугольников также являются вершинами равностороннего треугольника.

Задача имеет довольно изящное решение. Пусть M, N, K — центры равносторонних треугольников. Выполним дополнительное построение: соединим точки M, N, K с ближайшими (к каждой из них) двумя вершинами треугольника ABC и между собой.

По свойствам равностороннего (правильного) треугольника AM = MB, BN = NC, CK = KA; угол AMB равен углу BNC равен углу CKA равен 120 градусам, а их сумма равна 360 градусам. Выделим шестиугольник AMBNCK, а внешние к нему невыпуклые четырёхугольники отбросим. Получим фигуру, изображённую на рис. 2.

Отрезая теперь от упомянутого шестиугольника треугольники MAK и NCK, перемещая их в плоскости в положение, которое указано на рис. 3, получаем четырёхугольник MDNK.

Отрезок MN делит его на два равных (по трём сторонам) треугольника. Углы DNK и DMK равны 120 градусам каждый. Поэтому углы NMK и MNK равны 60 градусам каждый.

Следовательно, треугольник MNK равносторонний, что и требовалось доказать.

...

Задачи

1. На сторонах произвольного треугольника ABC как на основаниях построены правильные треугольники ABC_1, BCA_1, CAB_1 так, что вершины A_1 B_1, C_1 лежат вне треугольника ABC. Пусть O_1, O_2, O_3 — центры треугольников BCA_1, CAB_1, ABC_1 соответственно. Треугольник $O_1O_2O_3$ называется внешним треугольникам Наполеона. Докажите, что внешний треугольник Наполеона правильный (Задача Наполеона).

2. Найдите площадь внешнего треугольника Наполеона треугольника ABC, если стороны треугольника ABC равны a, b, c.

3. На сторонах треугольника ABC построены правильные треугольники ABC_1, BCA_1, CAB_1 так, что вершины A и A_1, B и B_1, C и C_1 лежат по одну сторону от прямых BC, AC и AB соответственно. Центры O_1, O_2, O_3 треуголь-

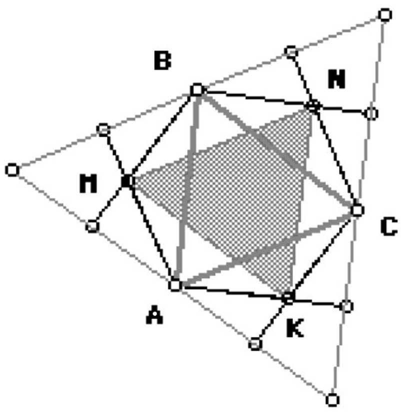


Рис. 1

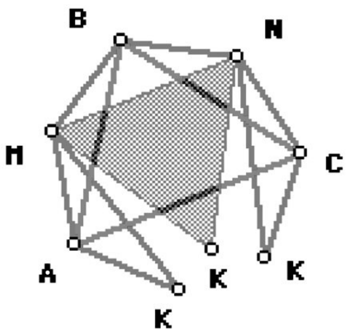


Рис. 2

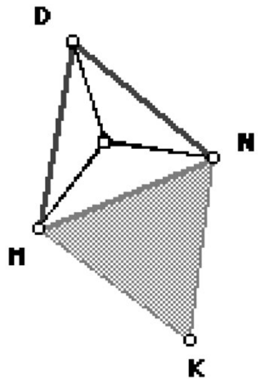


Рис. 3

ников BCA_1, CAB_1, ABC_1 являются вершинами треугольника, который называется внутренним треугольником Наполеона. Докажите, что внутренний треугольник Наполеона правильный (Задача Наполеона).

4. Найдите площадь внутреннего треугольника Наполеона треугольника ABC, если стороны треугольника ABC равны a, b, c.

5. Докажите, что разность площадей внешнего и внутреннего треугольников Наполеона треугольника ABC (см. задачи 42–45) равна площади самого треугольника ABC.

…

Чертежи для исследований

http://www.unesco.kz/asp/165/triangl/

http://kvant.mccme.ru/1991/05/ravnostoronnij_treugolnik.htm

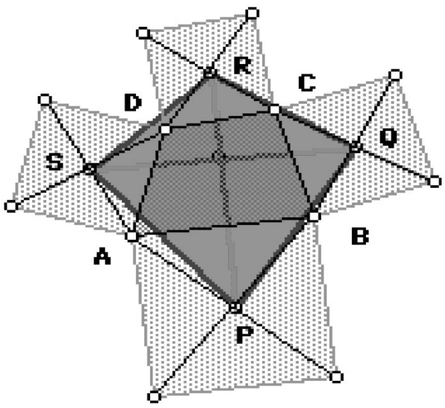
Е. Андреева

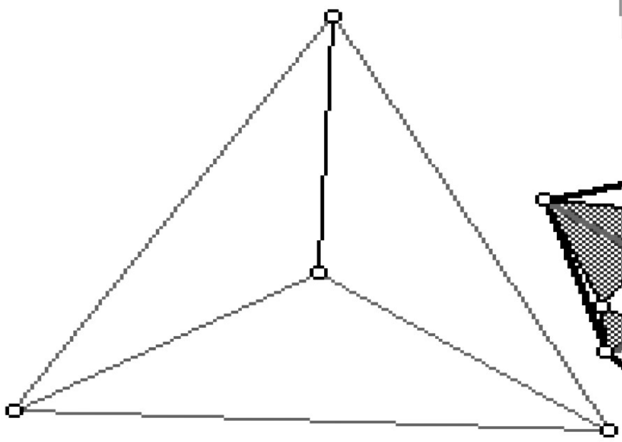
Головоломка Наполеона

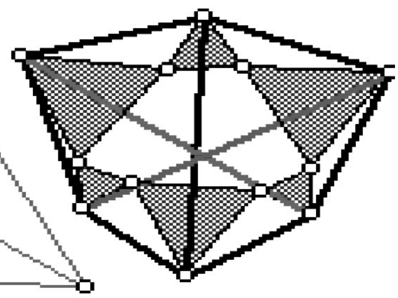
Очевидцы рассказывают, что среди прочих математических, шахматных и тактических задач по военному искусству император Наполеон любил задавать своим офицерам и эту головоломку: какие плоские геометрические фигуры можно построить из девяти предложенных в россыпь деталей?

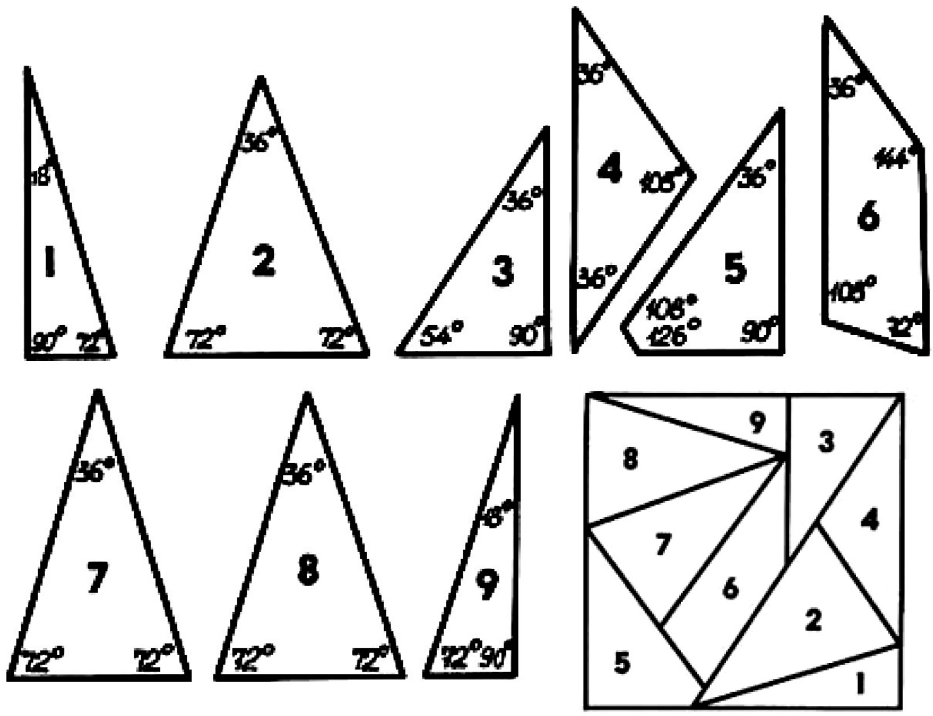
Простую с виду задачу решить удавалось не каждому. Маршал Даву, говорят, сумел собрать из предложенных деталей квадрат, а Мюрат — и квадрат, и прямоугольник. Позже нашелся полковник, построивший звезду. Но никто до сих пор не сумел построить из этих деталей треугольник, ромб или трапецию… Да и есть ли решение вообще?

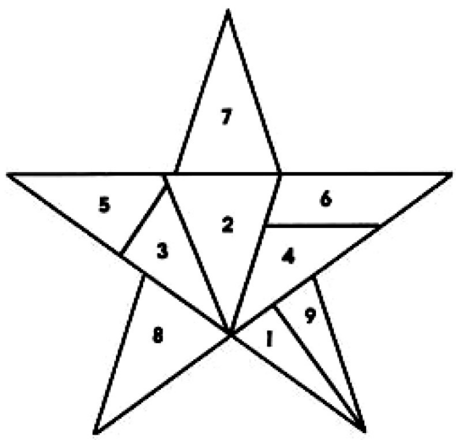
Попытка — не пытка. Попробуйте и вы решить загадку Наполеона. Если

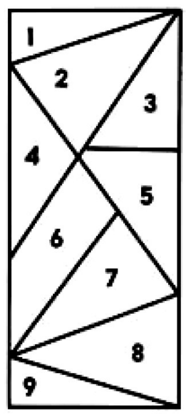












даже попытка окажется безрезультатной — не огорчайтесь! В ваших руках окажется головоломка, которая всегда скрасит ваш досуг.

Деталей, напомним, девять: семь треугольников и два четырехугольника. Проще всего вырезать их из листа фанеры или пластика толщиной 3…6 мм. Подойдет прямоугольный кусок размером 94 х 40 или 141 х 60 мм. Поточнее разметьте его, как показано на рисунке. По линиям разметки лобзиком аккуратно выпилите заготовки. Края подровняйте плоским напильником и мелкой наждачной бумагой. Каждую деталь промаркируйте цифрами от 1 до 9. Головоломка готова. Из готовых деталей не составит труда построить по нашим рисункам квадрат и звезду, не говоря уж о прямоугольнике.

Но прежде чем браться за решение головоломки, обратите внимание на одну особенность углов в деталях треугольной и четырехугольной формы: 18, 36, 90, 108, 126, 144о. Заметили — они кратны цифре 18? Почему? Может, именно в этой кратности скрыта подсказка?

Методический комментарий

Для усвоения математического содержания задачи учащиеся должны иметь представление о равностороннем треугольнике, уметь пользоваться циркулем.

На первом уровне трудности задачи достаточно, чтобы учащиеся повторили построение из задачи Наполеона, поняли её содержание и предложили возможное её использование в жизни (составили свои задачи). Этот уровень доступен ученикам 5–6-х классов.

На втором уровне добавляется изучение-исследование свойств равностороннего треугольника, с целью определить возможный уровень знаний Наполеона по геометрии на момент работы над своей задачей. Этот уровень доступен учащимся 7–9-х классов. Задача может быть встроена в учебный процесс в теме «Треугольник».

На третьем уровне учащимся предлагается доказать теорему Наполеона самостоятельно, найти и разобрать известные доказательства этой теоремы, сопоставить их со своим. Школьникам предлагается исследовать аналогичные свойства для треугольников всех видов и других геометрических фигур. Этот уровень доступен учащимся 9–11 классов.

Уровень изучения предмета	**5–6-е классы**	**7–9-е классы**	**9–11-е классы**
базовый	1 уровень решения задачи + 2 уровень отдельные учащиеся	1 или 1+2 уровни задачи	1+2 +3
продвинутый	1 уровень решения задачи + 2 уровень отдельные учащиеся	1+2	1+2+3
профильный	1+2	1+2+3 для отдельных учащихся	1+2+3