

РАСЧЁТ ВЕРОЯТНОСТИ ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА НА ЗАДАНИЕ ТЕСТА В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ EXCEL

Роман Дубинка

г. Барановичи, Республика Беларусь
xxxroman@bk.ru

В данной статье рассмотрен процесс расчёта вероятности верного ответа на задание по трёхпараметрической модели в среде Microsoft Excel при помощи логистической функции, а так же построение кривой характеристики задания и ее анализ.

Ключевые слова: *Item Response Theory, Microsoft Excel, item characteristic curve, Мастер функции, трёхпараметрическая модель.*

В математической теории измерений (Item Response Theory) для определения вероятности верного или неверного ответа на задание используются модели, основывающиеся на логистических функциях. Первая логистическая функция была получена в 1844 году и использовалась для моделирования роста растений и животных. В конце 1950-х она впервые была использована для характеристики заданий, главным образом по причине своей простоты¹.

В математической теории измерений существует 3 модели для построения графика задания. Эти модели базируются на математических уравнениях, устанавливающих зависимость между вероятностью правильного ответа и уровнем подготовленности испытуемых. Построение таких моделей требует много времени, а так же навыков в математике, что делает данные модели труднодоступными для использования на практике. Появление первых ЭВМ значительно упростило эту задачу, к тому же стало возможным быстрое построение и анализ соответствующих графиков.

На сегодняшний день существуют специализированные программы, позволяющие проводить анализ большого объёма данных и одним щелчком мыши строить графики, однако они не всегда являются доступными для обычного пользователя. В отличие от специализированных программ (*SPSS, Statistica, Winstep, RUMM*), табличный процессор **Microsoft Excel** является наиболее удобным для решения подобных задач, т.к. он является универсальным (вы-

1

Frank B. Baker.
The Basics of Item
Response Theory.: ERIC
Clearinghouse on
Assessment and Evaluat.
2001.

Hambleton Ronald K.
Fundamentals of item
response theory / Ronald
K. Hambleton,
H. Swaminathan,
H. Jane Rogers.: Sage
Publications. 1991.

числяет значения и строит графики логистических функций всех трёх моделей), доступным и легко интегрирующимся с другими программами.

При помощи логистической функции найдем в **Excel** вероятности правильных отве-

тов на 6 заданий при уровне подготовленности испытуемых в интервале $(-3;3)$ с шагом, равным 1, т.е. для $q = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Ниже приведена таблица, в которую занесены параметры, характеризующие задания².

Задание	Уровень трудности (b)	Дифференцирующая способность задания (a)	Параметр коррекции на угадывание (c)
1	1,0	1,8	0,00
2	1,0	0,7	0,00
3	1,0	1,8	0,25
4	-0,5	1,2	0,20
5	0,5	1,2	0,00
6	0,0	0,5	0,10

Запускаем **Microsoft Excel**, для этого щелкаем левой клавишей мыши по кнопке меню **Пуск**

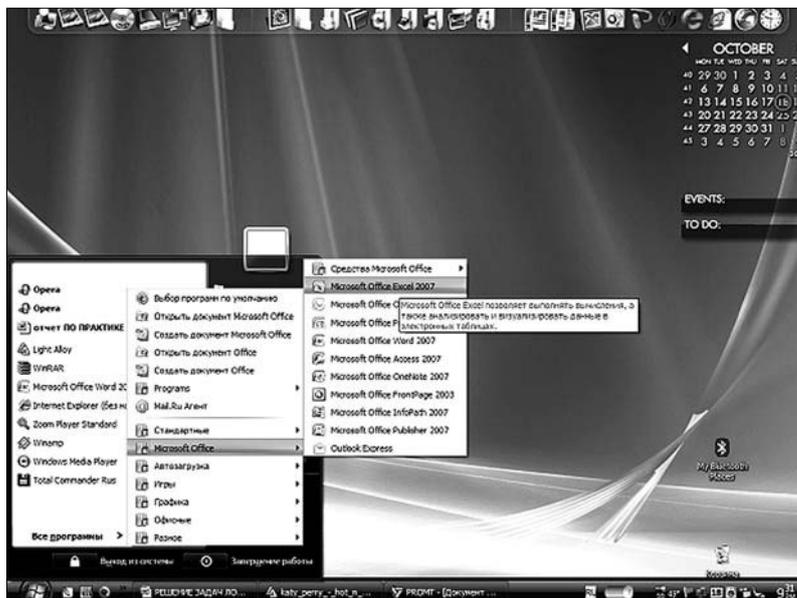


ИЛИ



в левом

нижнем углу экрана. Из раскрывшегося списка меню выбираем *Все программы (Программы) \ Microsoft Office \ Microsoft Office Excel 2007.*



Кафедра
педагогических
измерений

ИЗМЕРЕНИЯ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
КАТЕГОРИЙ

ПЕД
измерения

В открывшемся окне *Кни-га1* переходим к переносу данных из *таблицы 1*. Помещаем курсор в ячейку **A1**, щёлкнув по ней левой клавишей мыши,

и вводим заголовок первого столбца «**Задание**», автоматически текст начнет вводиться и в строке формул, поэтому текст вводить и при помощи неё.

A1		Задание				
	A	B	C	D	E	
1	Задание					
2						

Чтобы перейти к заполнению следующей ячейки, необходимо нажать клавишу *Enter* и при помощи курсорных клавиш выделить ячейку **B1** либо просто щёлкнуть по ней левой клавишей мыши. Таким обра-

зом, заполняются все ячейки диапазона «**A1:D7**», в который переносятся все данные из исходной *таблицы*, в результате чего таблица в **Excel** будет иметь следующий вид.

	A	B	C	D
1	Задание	b	a	c
2	1	1	1,8	0
3	2	1	0,7	0
4	3	1	1,8	0,25
5	4	-0,5	1,2	0,2
6	5	0,5	1,2	0
7	6	0	0,5	0,1

Если сравнить полученную таблицу с исходной, то можно заметить, что в **Excel** некоторые ячейки не отображают десятые и сотые: ячейки, в которых числа являются целыми и после запятой стоят нули. Чтобы исправить этот недочет, являющийся формальным, следует выделить диапазон ячеек «**B2:D7**», щёлкнуть правой

клавишей мыши на выделенном диапазоне и из раскрывшегося списка меню выбрать **Формат ячеек**.

На первой вкладке диалогового окна **Формат ячеек** из списка необходимо выбрать *Числовой* и установить в графе *Число десятичных знаков* «2». Завершить изменение формата, щёлкнув по кнопке *Ок*.

ПЕД
измерения

Теперь необходимо создать заголовок будущей таблицы, в которую будут помещаться результаты вычислений. Её можно создавать как на этой странице, так и на новой. Исходя из условия задания, следует найти $P(q)$ для $q = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, — поэтому заносим соответствующие числа в ячейки диапазона «F1:R1». С целью обеспечения удобства работы с таблицей рекомендуется уменьшить шири-

ну столбцов, для этого выделяем столбцы «F1:R1», разместив видоизменившийся курсор мыши над названием столбца **F1**, зажимаем левую клавишу мыши и перемещаем курсор до ячейки **R1**, на выделенном диапазоне столбцов щёлкаем правой клавишей мыши и из раскрывшегося списка меню выбираем **Ширина столбца**. В пустое поле вводим значение 3,86 и щёлкаем по кнопке **Ок**.

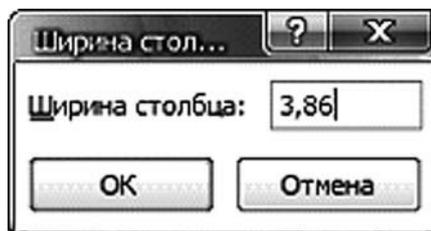
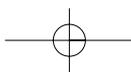


Таблица примет следующий вид.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Задание	b	a	c		-3	-2	-1	0	1	2	3
2		1	1,00	1,80	0,00							
3		2	1,00	0,70	0,00							
4		3	1,00	1,80	0,25							
5		4	-0,50	1,20	0,20							
6		5	0,50	1,20	0,00							
7		6	0,00	0,50	0,10							



Приступаем к выполнению вычислений. Для этого помещаем курсор в ячейку **F1** и начинаем набирать формулу расчёта вероят

ности³ $P(\theta) = c + \frac{1-c}{1+e^{-1.7a(\theta-b)}}$ на языке **MS Excel**.

Ставим знак «=» что бы начать формулу и щёлкаем левой клавишей мыши по ячейке **D2**, в которой расположено значение параметра *c* для первого задания, она должна выделиться синей рамкой. Открываем скобку и сразу же закрываем её, чтобы упростить работу и не путаться с закрытием скобок, которых будет много, в конце. Помещаем курсор между скобок при помощи курсорных клавиш на клавиатуре либо мыши и ставим двойные скобки еще раз.

СТЕПЕНЬ ▾ () * / ^ ⟨ ⟩ =D2+(|)

Перемещаем курсор ввода значений внутрь скобок и вводим разность «**>**», выводим курсор вправо за скобку, где вводим знак деления «**/**» и опять ставим две скобки.

СТЕПЕНЬ ▾ () * / ^ ⟨ ⟩ =D2+(1-D2)/()

Помещаем курсор внутрь скобок и вводим значение, находясь в знаменателе формулы «**1+()**». Теперь необходимо найти значение «**>**», т.е. экспоненту, хотя в математике этот термин не приемлем и используется чаще при вычислениях на ЭВМ. Перемещаем курсор внутрь скобок суммы «**1+()**» и вызываем мастер функций.

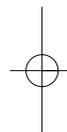
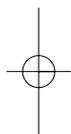
СТЕПЕНЬ ▾ () * / ^ ⟨ ⟩ =D2+(1-D2)/()

Что бы вызвать **Мастер функций**⁴ щёлкаем левой клавишей мыши по значку  на панели инструментов между полем с именем ячейки (названием формулы) и строкой формул. Из раскрывающегося списка *Категория* выбираем **Математические**, а затем при помощи полосы прокрутки следует найти и выбрать в списке функций **EXP**.

Для продолжения щёлкаем **Ок**. В диалоговом окне **Аргументы функции** в поле **Число** вводим значение степени, в которую возводится число *e*, при помощи ссылок на соответствующие ячейки в таблице вводим значение «**>**», щёлкаем левой клавишей мыши по ячейке **C2**, вводим знак произведения «*****», открываем скобку, щёлкаем по ячейке **F1**, знак разности, щёлкаем по ячейке **B2** и закрываем скобку.

Кафедра педагогических измерений

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ
КАТЕГОРИИ

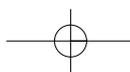


3

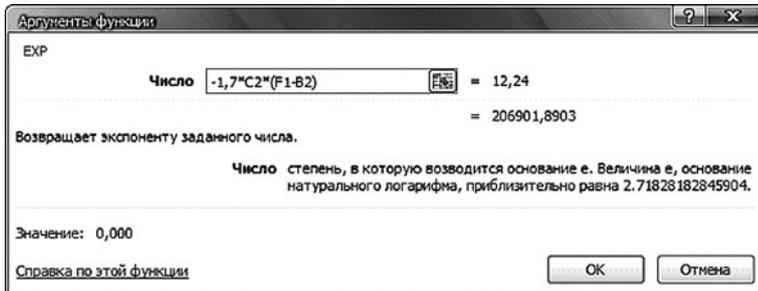
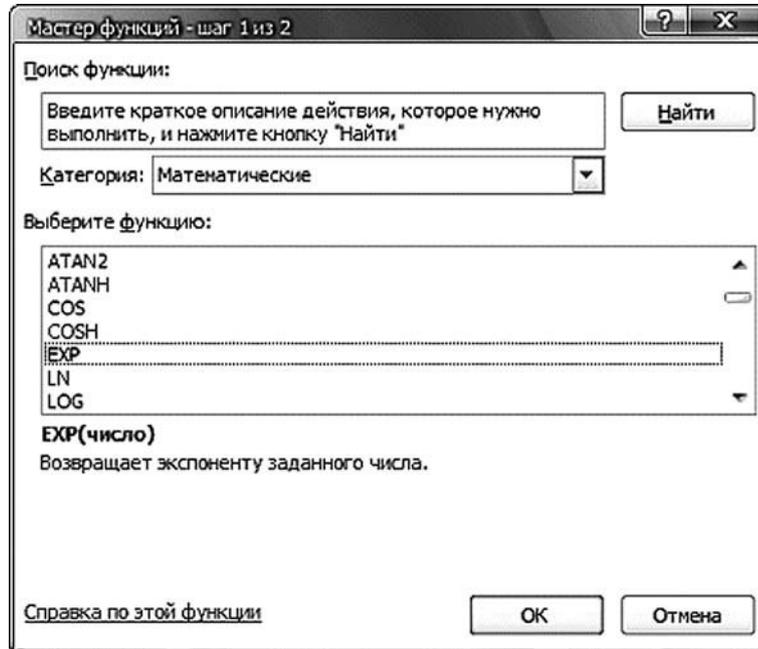
Deborah Harris.
An NCME Instructional Module Comparison of 1-, 2- and 3-parameter models.: American College Testing Program

4

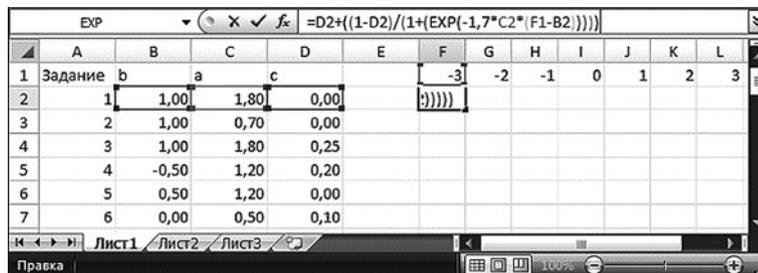
Опытные пользователи могут вводить необходимую функцию непосредственно в строку формул и не использовать Мастер функции.



ПЕД
измерения



В диалоговом окне можно увидеть и значение, получаемое в результате вычислений. Для завершения создания функции щёлкните *Ок*.



Полученную формулу необходимо скопировать в оставшиеся ячейки. Однако при простом копировании и перетягивании произойдет автоматическое смещение ссылок на ячейки, поэтому прежде, чем производить копирование, необходимо зафиксировать в формуле ссылки на ячейки при помощи знака «\$». Часть ячеек фиксируется по горизонтали, а часть по вертикали. Вот что происходит при обычном растягивании формулы на соседнюю ячейку.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Задание	b	a	c								
2		1	1,00	1,80	0,00							
3		2	1,00	0,70	0,00							
4		3	1,00	1,80	0,25							
5		4	-0,50	1,20	0,20							
6		5	0,50	1,20	0,00							
7		6	0,00	0,50	0,10							

Ссылки на ячейки автоматически смещаются в сторону смещения функции, однако необходимо чтобы значение a, b, c оставались постоянными для первого задания (второй строки), а изменялось бы только значение q — массив ячеек «F1:R1». Поэтому дополняем формулу.

$$=SD2+((1-SD2)/(1+(EXP(-1,7*SC2*(F1-8B2))))))$$

Однако формула будет копироваться как по горизонтали, так и по вертикали, поэтому следует закрепить ячейки со значением q. Для этого добавляем ещё один символ «\$» в ссылку F1.

$$=SD2+((1-SD2)/(1+(EXP(-1,7*$C2*(F$1-8B2))))))$$

Можно переходить к копированию формулы в остальные ячейки. Щёлкаем левой клавишей мыши по ячейке с формулой, подводим курсор мыши к правому нижнему углу ячейки и, когда он примет вид чёрного крестика, зажимаем левую клавишу мыши и перемещаем курсор вправо, таким образом, что бы выделить массив «F2:R2», и отпускаем клавишу мыши.

Не снимая выделение с массива «F2:R2», повторяем копирование формулы по направлению вниз.

Кафедра
педагогических
измерений

ИЗМЕРЕНИЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
КАФЕДРА

ПЕД
измерения

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Задание	b	a	c		-3	-2	-1	0	1	2	3
2		1	1,00	1,80	0,00	0,000						
3		2	1,00	0,70	0,00							
4		3	1,00	1,80	0,25							
5		4	-0,50	1,20	0,20							
6		5	0,50	1,20	0,00							
7		6	0,00	0,50	0,10							

Чтобы рассчитать вероятность неправильного ответа на задание, достаточно отнять от единицы вероятность правильного ответа. Произведем расчёты в Excel. Помещаем курсор в ячейку F9 и вводим формулу «=1-F2». Теперь просто копируем формулу с помощью её растягивания на оставшиеся ячейки диапазона «F9:L14».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Задание	b	a	c		-3	-2	-1	0	1	2	3
2		1	1,00	1,80	0,00	0,000	0,000	0,002	0,045	0,500	0,955	0,998
3		2	1,00	0,70	0,00	0,008	0,027	0,085	0,233	0,500	0,767	0,915
4		3	1,00	1,80	0,25	0,250	0,250	0,252	0,284	0,625	0,966	0,998
5		4	-0,50	1,20	0,20	0,205	0,236	0,412	0,788	0,964	0,995	0,999
6		5	0,50	1,20	0,00	0,001	0,006	0,045	0,265	0,735	0,955	0,994
7		6	0,00	0,50	0,10	0,165	0,239	0,369	0,550	0,731	0,861	0,935
8												
9						1,000	1,000	0,998	0,955	0,500	0,045	0,002
10						0,992	0,973	0,915	0,767	0,500	0,233	0,085
11						0,750	0,750	0,748	0,716	0,375	0,034	0,002
12						0,795	0,764	0,588	0,212	0,036	0,005	0,001
13						0,999	0,994	0,955	0,735	0,265	0,045	0,006
14						0,835	0,761	0,631	0,450	0,269	0,139	0,065

Построение двухпараметрической модели осуществляется аналогично трёхпараметрической. Разница заключается в логистической функции. Вероятность правильного ответа в двухпараметрической модели рассчитывается по формуле:

$$P(\theta) = c + \frac{1-c}{1 + e^{-1,7a(\theta-b)}}$$



В Excel, при тех же исходных данных, что рассматривались выше для трехфакторной модели, данная формула будет выглядеть следующим образом: $=1/(1+(EXP(-1,7* \$C2*(F\$1-\$B2))))$, а таблица с рассчитанными значениями вероятностей примет вид:

		СТЕПЕНЬ												
		=1/(1+(EXP(-1,7* \$C2*(F\$1-\$B2))))												
▲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Задание	b	a			-3	-2	-1	0	1	2	3		
2	1	1,00	1,80			2)))	0,000	0,002	0,045	0,500	0,955	0,998		
3	2	1,00	0,70				0,008	0,027	0,085	0,233	0,500	0,767	0,915	
4	3	1,00	1,80				0,000	0,000	0,002	0,045	0,500	0,955	0,998	
5	4	-0,50	1,20				0,006	0,045	0,265	0,735	0,955	0,994	0,999	
6	5	0,50	1,20				0,001	0,006	0,045	0,265	0,735	0,955	0,994	
7	6	0,00	0,50				0,072	0,154	0,299	0,500	0,701	0,846	0,928	
8														
9							1,000	1,000	0,998	0,955	0,500	0,045	0,002	
10							0,992	0,973	0,915	0,767	0,500	0,233	0,085	
11							1,000	1,000	0,998	0,955	0,500	0,045	0,002	
12							0,994	0,955	0,735	0,265	0,045	0,006	0,001	
13							0,999	0,994	0,955	0,735	0,265	0,045	0,006	
14							0,928	0,846	0,701	0,500	0,299	0,154	0,072	

И рассмотрим последнюю из трёх моделей, используемых для построения кривой заданий, — однопараметрическую, её предложил датский математик *Georg Rasch* (Georg Rasch) в 1960-х⁵. Логистическая функция в данной модели имеет вид:

$$P(\theta) = \frac{e^{(\theta-b)}}{1 + e^{(\theta-b)}}$$

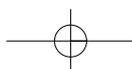
Целевая функция в Excel, а так же таблицы с рассчитанными вероятностями верного и неверного ответов для однофакторной модели представлены на следующем рисунке.

		СТЕПЕНЬ												
		=EXP((F\$1-\$B2))/(1+(EXP((F\$1-\$B2))))												
▲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Задание	b	a			-3	-2	-1	0	1	2	3		
2	1	1,00				2)))	0,047	0,119	0,269	0,500	0,731	0,881		
3	2	1,00					0,018	0,047	0,119	0,269	0,500	0,731	0,881	
4	3	1,00					0,018	0,047	0,119	0,269	0,500	0,731	0,881	
5	4	-0,50					0,076	0,182	0,378	0,622	0,818	0,924	0,971	
6	5	0,50					0,029	0,076	0,182	0,378	0,622	0,818	0,924	
7	6	0,00					0,047	0,119	0,269	0,500	0,731	0,881	0,953	
8														
9							0,982	0,953	0,881	0,731	0,500	0,269	0,119	
10							0,982	0,953	0,881	0,731	0,500	0,269	0,119	
11							0,982	0,953	0,881	0,731	0,500	0,269	0,119	
12							0,924	0,818	0,622	0,378	0,182	0,076	0,029	
13							0,971	0,924	0,818	0,622	0,378	0,182	0,076	
14							0,953	0,881	0,731	0,500	0,269	0,119	0,047	

Для удобного наглядного представления рекомендуется построить график зависимости вероятности правильного ответа на задание от способностей испытуемого — кривая характеристики задания (item characteristic curve). Построим графики характерис-

Кафедра педагогических измерений

ИЗМЕРЕНИЯ И ОЦЕНКИ

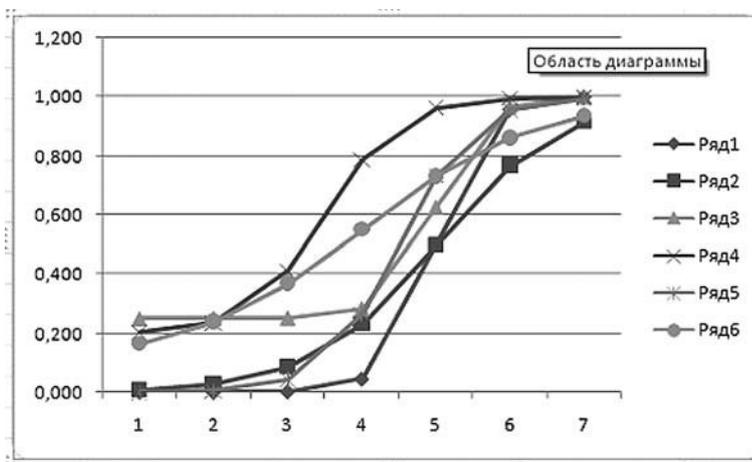


ПЕД
измерения

тики 6 заданий трехфакторной модели, на основе рассчитанных данных вероятностей правильного ответа на них в Excel.

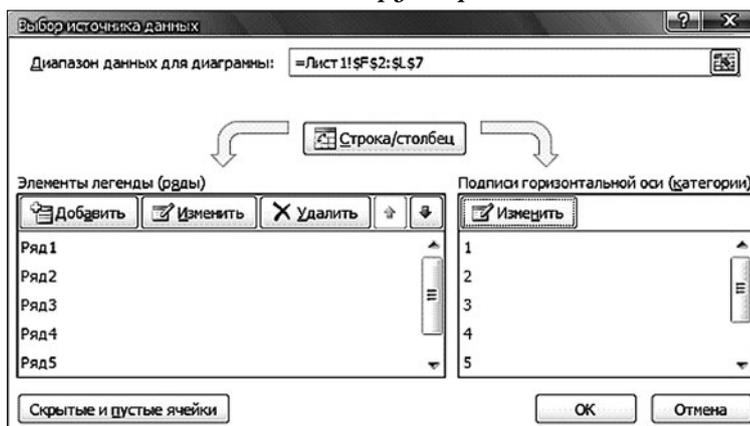
При построении графика воспользуемся кнопкой **График**, расположенной на вкладке меню **Вставка**, предварительно выделив массив ячеек «F2:L7». Из раскрывающегося подменю

выбрать **График с маркерами**. Программа автоматически построит график и разместит его под таблицей с данными.

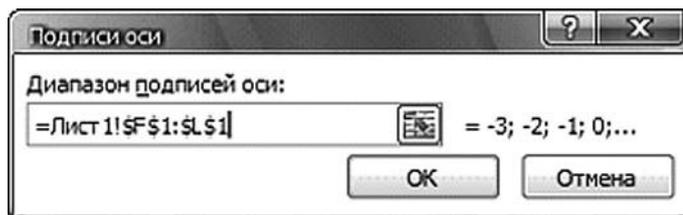


Однако на горизонтальной оси графика вместо указания уровня обученности стоят цифры от 1 до 7. Чтобы исправить этот

недостаток, щёлкните по значку **Выбрать данные** на дополнительной вкладке меню **Конструктор**.

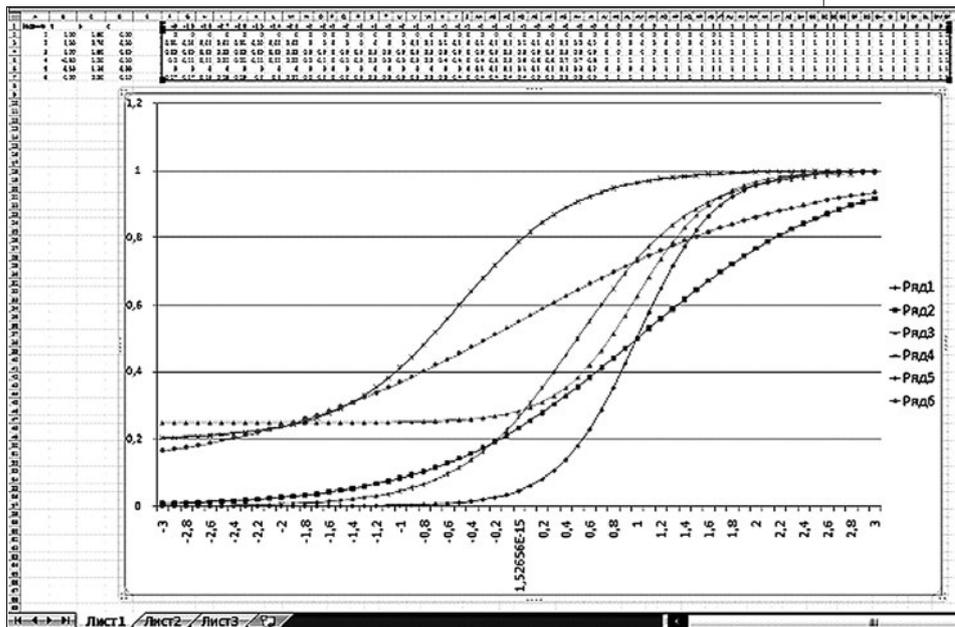


В диалоговом окне **Выбор источника данных** в поле **Подпись горизонтальной оси** щёлкнуть по кнопке **Изменить** и выделить ячейки «F1:L1», в которых расположены значения уровня обученности.



Щёлкнуть по кнопке **Ок** в диалоговом окне **Подпись оси**, а затем и в диалоговом окне **Выбор источника данных**.

Чтобы сгладить углы графика, необходимо уменьшить интервал между значениями уровня обученности q в таблице. Если уменьшить шаг с 1 до 0,1, то график примет следующий вид.



Из данного графика видно, что наиболее лёгким является **задание 4**, т.к. график расположен выше остальных, соответственно, вероятность ответа на него выше, чем на остальные задания. Наименьшую различающую способность имеет **задание 6**, его график

Кафедра
педагогических
измерений

ИЗМЕРЕНИЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
КАФЕДРА

ПЕД
измерения

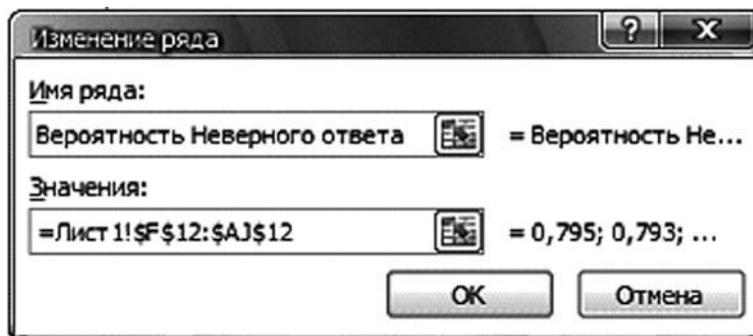
практически прямой и вероятность правильного ответа на него при различном уровне обученности изменяется в меньшей степени, чем у остальных заданий.

Так же можно проанализировать вероятность правильного ответа в рамках каждого отдельного уровня обученности: как видно из таблицы, наибольшая вероятность правильного ответа при уровне обученности $q = 0$ — на задание 4, для него $P(\theta) = 0,788$.

Аналогично строятся графики вероятности неправильных ответов. Однако построение графика, на котором отображены вероятности верного и неверного ответа на задание, происходит немного иначе. На первом этапе строится график вероятности правильного ответа, а затем на дополнительной вкладке **Конструктор**

необходимо щёлкнуть по кнопке .

В открывшемся диалоговом окне щёлкнуть по кнопке , а затем ввести название второго графика в поле **Имя ряда**. В поле значения необходимо занести массив ячеек со значениями вероятностей неверных ответов соответствующего задания. Чтобы добавить массив ячеек в поле **Значения**, щёлкните по кнопке , расположенной справа от пустого поля, выделите левой клавишей мыши массив соответствующих ячеек, щёлкните по кнопке , чтобы вернуть окно в исходный вид и завершите ввод новых значений щелчком по кнопке **Ок** в данном и следующем диалоговом окне.

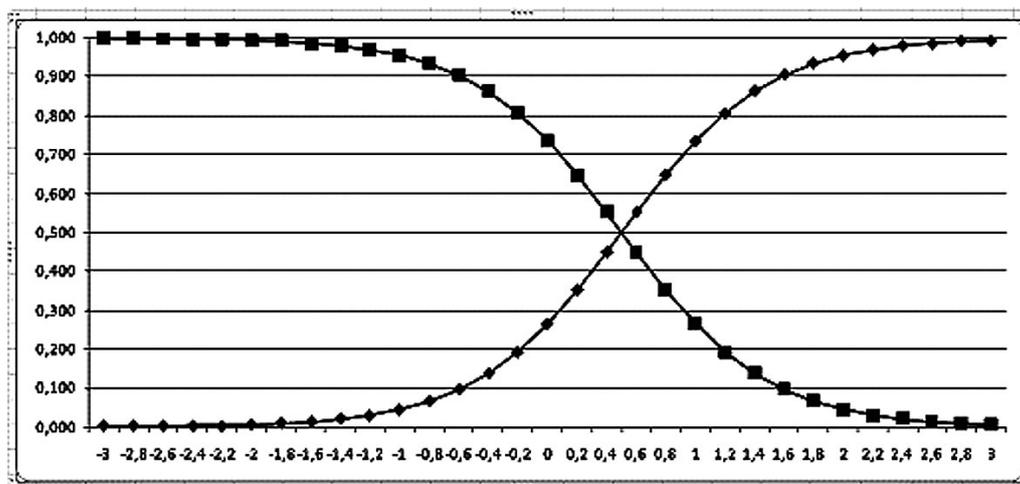


В результате на одном графике получатся две кривые, например, для 5 задания из таблицы, приведённой в начале статьи, график будет нижеследующий.

Таким образом, табличный процессор Microsoft Excel позволяет: реализовать основные функции статистических пакетов и

Кафедра
педагогических
измерений

ИЗМЕРЕНИЯ
ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ
КАЧЕСТВ



других специализированных программ; быстро и удобно производить расчёт основных показателей качества тестовых заданий, а также представлять полученную информацию в удобном для восприятия и последующего анализа виде.