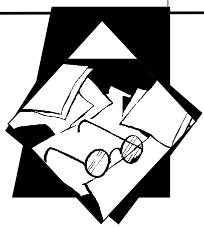


МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ И РЕКОМЕНДАЦИИ

В разделе публикуются методики и рекомендации, имеющие как общеметодологический, так и узкопредметный характер. Материалы этого раздела призваны помочь в практической организации учебного исследования самому широкому кругу воспитателей — как профессиональным педагогам (и школ, и учреждений дополнительного образования), так и родителям.

Школа начинающего исследователя

Продолжаем занятия в ШКОЛЕ НАЧИНАЮЩЕГО ИССЛЕДОВАТЕЛЯ ПРИРОДЫ. На занятиях Вы познакомитесь с основами работы в полевых условиях, а также основными правилами анализа и представления исследовательского материала. Вам будет предложена возможность знакомства с различными методиками изучения природы

Использование математических методов в биологических исследованиях школьников

Хайтов Вадим Михайлович,
кандидат биологических наук, заведующий лабораторией экологии морского бентоса (гидробиологии) Санкт-Петербургского городского Дворца творчества юных, г. Санкт-Петербург

Сорокалетию исследовательских экспедиций Лаборатории экологии морского бентоса (гидробиологии) посвящается

Практически любая учебно-исследовательская работа учащегося, оформленная и представленная в окончательном виде — переплетенная рукопись или публикация, доклад, постер — всё это результат «симбиоза» действий школьника и руководителя. Мне неизвестны случаи, когда бы сколько-нибудь приемлемое по качеству исследование было проведено без «взрослого» руководства. Степень самостоятельности ребенка при проведении работы может быть самой разной: от практически полного непонимания того, что от него хотят, до абсолютной самостоятельности юного исследователя, когда роль руководителя заключается лишь в постановке проблемы и редактировании окончательного текста.

Неудачи чаще всего обусловлены неправильно построенными взаимоотношениями в системе «руководитель-подопечный». В подавляющем большинстве ответственность за те или иные провалы ребят ложится на нас — учителей. К сожалению, зачастую в основе неверных представлений учащихся лежат ошибочные взгляды педагогов. Так, например, на вопрос, что такое ошибка среднего, ребята (а значит и руководители) отвечают, что это погрешность измерения. Абсолютно неправильно! Если ученик так считает, то он совершенно не понимает того, чем занимался. Значит, в этом виноваты мы — педагоги.

Одной из самых распространенных причин снижения оценок наших воспитанников на конкурсах оказывается неправильное применение тех или иных методов сбора и обработки материала при проведении биологических исследований. К проверке и оценке работ на олимпиадах и конкурсах привлекаются, главным образом, профессиональные биологи-исследователи, а у таких людей особенно остро выражено неприятие небрежного отношения к методологии исследования. Кроме того, в последнее время в связи с ростом количества работ, связанных с теми или иными природоохранными проектами, обозначилась и еще одна проблема — полное игнорирование общепринятых методов регистрации и фиксации научных фактов. Более того, авторы подобных работ (а это значит, в первую очередь, их руководители) зачастую попросту не задумываются о том, что ***только безукоризненно оформленные данные*** будут приняты как доказательства неблагоприятного экологического состояния объекта. Чиновники — люди грамотные, и они не будут тратить средства на спасение той или иной экосистемы, если в качестве доказательства ее неблагополучия получат лишь эмоциональные фразы, тем более от детей.

Биология — наука обширная, и надо четко определить, о каких методах пойдет речь. Если несколько упростить ситуацию, то можно выделить всего три типа данных, с которыми работают биологи:

1 — словесное представление данных — записи наблюдений;

2 — графическое представление данных — рисунки;

3 — численные представления данных.

Первый тип представления наблюдений, как правило, оказывается предварительным. Все словесные описания, в конечном итоге, должны быть представлены в виде численных характеристик или в виде формализованных схем.

и будут даваться задания по их освоению. Материалы занятий будут полезны не только школьникам, но и педагогам, желающим организовать исследовательскую деятельность в своих школах, школьных лесничествах, кружках и клубах.
Ведет занятия в школе Николай Харитонов, заведующий отделом Московского городского программно-методического центра дополнительного образования детей (nikol-2@yandex.ru).
Тема очередного занятия: Математические методы в биологии.

Биология — наука, использующая различные методы представления данных: записи наблюдений, рисунки, численные данные (результаты учетов, измерений, взвешиваний и т.п.). В первой части статьи о математических методах в биологических исследованиях обсуждается, как математика может примяться в биологии, какие типы численных данных могут быть в биологии, какие типы математических задач существуют в биологических исследованиях школьников, каковы принципы сбора материала. В статье даны некоторые правила чтения математических формул.

Второй тип — рисунок — оказывается основным для морфологических работ, доля которых в исследовательском творчестве школьников минимальна.

Данные третьего типа — числовые данные (результаты учетов, измерений, взвешиваний и т.п.).

Современное научное исследование немыслимо без применения компьютеров. Они приносят огромную пользу и... не меньший вред, особенно начинающему исследователю. Зачастую вместо понимания сути того или иного метода авторы демонстрируют компьютерные знания. Например, в ответ на вопрос о том, каким методом был проведен тот или иной анализ, можно услышать, что «так посчитал компьютер». Более того, внедрение вычислительной техники привело к тому, что стали плодиться работы, вся суть которых сводится лишь к массовым обсчетам каких-либо числовых показателей без серьезного обсуждения того, что же, собственно, получилось с точки зрения биологии.

Бесспорно, компьютером нужно уметь пользоваться (рекомендую освоить Microsoft Excel и Statistica for Windows). Однако все это лишено смысла, если ребенок не понимает, в чём суть метода, заложенного в основу той или иной программы.

Зачем нужны математические методы в биологии?

Многие науки прошли путь от использования чисто описательных методов к математическим методам. Так было и с физикой, и с химией, и с экономикой. Биология сейчас тоже стремительно движется к тому, чтобы стать наукой, активно использующей математический аппарат. По сути дела, некоторые биологические дисциплины (генетика, экология и др.) уже давно оперируют не словом, а числом, поэтому начинающий биолог-исследователь должен как можно раньше втягиваться в мир математических методов. Для чего же они используются в биологии?

На мой взгляд, можно выделить три основных области применения математических методов.

Первая область — **моделирование**. Математическая модель призвана имитировать поведение параметров биологических систем в заданных условиях. Бесспорно, биологи стремятся к построению моделей для как можно большего количества процессов и явлений. Однако зачастую эти процессы и явления могут быть обнаружены только после серьезной аналитической работы, поэтому вторая область применения математики в биологии — это **анализ** разнообразных явлений. Третья область — это **доказательство** наличия тех или иных закономерностей с помощью математических методов.

О способах выражения признаков

Биолог в своих исследованиях всегда анализирует некоторые признаки объектов. Он может изучать форму или окраску плодов, численность животных на определенной территории, видовой состав биоценозов, частоту встречаемости какого-либо свойства организмов в популяции. Это признаки тех систем, с которыми он работает. В работе с ними очень важно четко представлять себе то, как эти признаки должны быть выражены в материалах, которые далее лягут в основу исследования.

Есть огромное количество способов представления данных. Например, окраску цветка можно охарактеризовать так: розовый, ярко-красный, темно-красный. Далее с этими описаниями можно работать, даже существуют некоторые математические методы, которые позволяют провести вполне грамотное исследование на базе такого материала. Однако если аналогичные изыскания захочет провести кто-то другой, то ему будет крайне сложно сопоставить свои данные с полученными вами: люди могут иметь иные представления о том, что является «ярко-красным» или «розовым». Желательно применять такие способы выражения признаков, которые могут быть воспроизведены другими исследователями. Например, в случае с окраской цветков это могут быть длины волн отраженного света.

При изучении биоценозов лучше, не употреблять выражения типа «много» или «мало», а указывать численность особей того или иного вида на определенной площади.

Понятно, что далеко не всегда можно дать строгую численную оценку признака, однако к этому надо стремиться. Степень объективности исследования (а, стало быть, и его качество) во многом определяется тем, насколько корректно используются числовые данные.

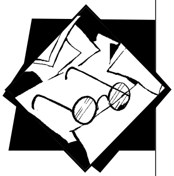
Также обсуждаются следующие вопросы: что такое варьирование биологических признаков, что такое вероятность, каковы принципы обработки выборок, что такое статистическая достоверность.

Типы числовых данных

Есть три основных типа числовых данных: *количественные*, *балловые* и *качественные*.

Исследователь, выбирая тот или иной метод сбора данных, должен четко представлять себе, какой тип показателей он получит. В противном случае ему придется уже постфактум искать пути преобразования своих данных, что, в конечном итоге, приводит к огрублению и снижению достоверности результатов. Кроме того, каждый тип величин требует своего подхода к обработке.

Количественные данные. Как правило, это результат измерений, подсчетов, взвешиваний и т.п. Примерами такого рода данных могут служить измерения длины тела животных, площади листьев, площади проективного покрытия растений на учетной площади, подсчет числа особей в пробе, вес овощей, число семян в плодах и т.д. Это самый распространенный тип величин.



Балловые оценки. Эти величины используются, когда вместо реальных измерений даются балловые оценки. Например, если нет возможности измерить тело организма, но есть возможность визуального изучения и разделения объектов на группы, то каждой группе может быть присвоен балл. Так, при изучении деревьев в лесу далеко не всегда можно их все измерить, поэтому здесь удобнее применять приблизительную оценку (скажем, размер крупных деревьев оценивается в три балла, размер средних — в два, а мелких — в один балл). Однако балловые оценки не следует путать с любыми другими цифровыми обозначениями. Например, поведенческие реакции животного можно обозначить номерами: реакция 1, реакция 2 и т.д., но это не будут баллы. Баллы всегда можно ранжировать от меньшего значения к большему.

Этот тип данных наиболее грубый, но, вместе с тем, наиболее гибкий. Именно поэтому ему следует отдавать предпочтение при работе с материалом, о характере которого мало что известно. К сожалению, в самостоятельных работах школьников к этому типу прибегают крайне редко. Многие авторы совершенно неоправданно привлекают количественные данные там, где их использование некорректно.

Качественные данные. Они получаются в результате учета наблюдений по альтернативной схеме: *белый-черный*, *да-нет*, присутствует-отсутствует, что может быть обозначено как «+/–» или «1/0». Примеры такого рода достаточно часто встречаются в практике самостоятельных работ школьников. Особенно активно такие оценки используются в гидробиологических и орнитологических исследованиях, когда производится оценка встречаемости каких-то видов на достаточно обширной территории: вид встречен («**да**», «**+**», «**1**») или не встречен («**нет**», «**–**», «**0**»).

Типы задач, наиболее часто решающихся в школьных самостоятельных работах

Опыт работы со школьными научно-исследовательскими работами по биологии говорит о том, что вне зависимости от конкретных целей и задач тех или иных работ можно выделить всего четыре типа элементарных задач, которые решаются в ходе исследования. К их числу относятся:

1. *Выявление различий между выборочными показателями*. Примерами такого рода задач могут быть следующие: сравнение плотности поселения вида в двух разных местообитаниях; сравнение размеров листьев на освещенных и затененных участках; выявление межгодовых изменений встречаемости вида; выявление различий в успеваемости разных групп школьников.

2. *Описание структуры популяций* (например, размерно-возрастной анализ популяций; фенетико-генетический частотный анализ структуры популяции; выявление отклонений от ожидаемого частотного распределения).

3. *Описание взаимосвязи величин и явлений* (например, выявление связи между обилием вида и температурой окружающей среды; ответ на вопрос, «существует ли взаимосвязь между размером тела и плодовитостью животного?»).
4. *Поиск закономерностей многообразия объектов* (например, группирование геоботанических описаний при построении карт распространения растительности; классификация видов по их экологическим характеристикам; выявление закономерности варьирования размерно-возрастной структуры популяции).

В дальнейшем мы рассмотрим каждый тип задач и предложим некоторые **типовые**[1] варианты их решения, но предварительно необходимо обсудить еще одну важную проблему, а именно — принципы сбора материала, поскольку в зависимости от того, как собраны те или иное данные, следует применять те или иные методы его обработки.

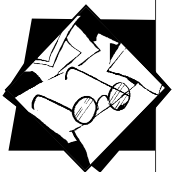
Основные принципы сбора материала

Утверждение, что метод сбора материала должен быть адекватен поставленной цели, очевидно. Однако при знакомстве с самостоятельными исследованиями школьников приходится сталкиваться с тем, что под внешним соответствием целей и методов скрываются просчеты, которые заставляют поставить под сомнение достоверность результатов. В основе большинства просчетов лежит неправильное использование *выборочного метода* или нечеткое понимание его основ.

Выборочный метод основан на том, что некоторое множество объектов описывается на основании изучения лишь незначительного их количества. Например, узнать вес тел всех рыб, обитающих в отдельно взятом водоеме, невозможно — это долго и дорого. Поэтому для характеристики популяции вылавливается лишь небольшое количество особей, вес которых измеряется. Это и есть *выборка* из *генеральной совокупности*. Мы, изучая выборку, пытаемся судить о свойствах всей генеральной совокупности. Практически все статистические методы основаны на том, что с помощью анализа тех или иных выборочных показателей мы оцениваем ее показатели.

Выборочный метод имеет свои правила. Правило первое: любая выборка должна быть случайной. В упомянутом примере с рыбой было бы неверно собирать материал с помощью сачка, «прицельно» вылавливая приглянувшуюся рыбешку. В этой ситуации исследователь может машинально вылавливать особей, скажем, более крупных. Понятно, что в результате оценка веса особей, обитающих в водоеме, будет сильно завышена. К сожалению, работы, связанные с природоохранными проектами, буквально переполнены примерами нарушения принципа случайности выборки. Находя большое количество организмов с какими-то аномалиями, мно-

1 В каждом конкретном случае могут быть разные формулировки задачи, но принцип решения будет более или менее одинаковым.



гие авторы склонны бить тревогу, утверждая, что это результат «неблагоприятной экологии». Вместе с тем, может оказаться (и очень часто так и бывает), что частота такой аномалии в изучаемом месте ничуть не превосходит фоновое значение, просто исследователь, имея изначальную установку на то, что в данном районе что-то не так, будет подсознательно отбирать «нужные» факты.

Для того чтобы избежать подобных искажений, необходимо предпринять *рандомизацию*[2] выборки. Методов рандомизации очень много, и зависят они от характера конкретного материала. Например, при описании популяции растений (размер колосков злаков, площадь листьев деревьев, количество цветков в соцветии и т.п.) площадки, на которых проводятся измерения, должны располагаться неупорядочено. Для этого можно воспользоваться стрельбой из лука с завязанными глазами — где стрела упадет, там и проводить измерения. Или такой вариант: расположить все учетные площадки равномерно по территории, занятой популяцией.

Есть и более сложные (но вместе с тем более корректные) методы рандомизации. В некоторых случаях используют таблицу случайных чисел. Например, исследователь поставил задачу описать суточную активность птиц в период насиживания яиц. Он выбрал для наблюдения десять гнёзд и решил описывать активность их обитателей каждые 15 минут. В этой ситуации было бы неправильно навещать все десять объектов, поскольку птицы могут изменить свое поведение в ответ на вторжение. Поэтому корректнее было бы посещать часть из этих гнезд (например, три гнезда), выбранных случайно. Этот случайный выбор номера гнезда и поможет сделать таблица случайных чисел.

Второе правило работы с выборкой гласит: выборка должна быть *репрезентативной*, или *представительной*. Это означает, что она должна отражать структуру генеральной совокупности. Например, исследователь поставил перед собой задачу охарактеризовать частоту заражения рыб в пруду каким-нибудь паразитом. При этом он, зная о правиле случайной выборки, ловил рыб сетью, выбирая из нее всех пойманных особей. Однако размер ячеи этой сети он выбрал такой, что в сеть не попадает молодь. Конечно же, в этой ситуации он получит искаженные представления о распространении паразита в популяции хозяина. В данном случае выборка не отражает структуры всей генеральной совокупности. Сбор материала надо планировать так, чтобы в выборку попадали все представленные в генеральной совокупности разновидности объектов и в тех соотношениях, в которых они представлены в ней.

Зачастую о структуре генеральной совокупности мы ничего не знаем. Значит, выполнить это правило, казалось бы, нельзя. Однако при выполнении правила случайной выборки и при достаточно большом ее объеме (количестве изученных объектов) мы с высокой вероятностью выполним это правило. В связи с этим,

2 Рандомизация — от английского «random» — случайный.

важным требованием при работе с выборочным методом оказывается большой объем выборки. При этом, чем более изменчив изучаемый признак, тем больше должен быть объем. К сожалению, многие объекты после их попадания в выборку, не могут быть возвращены в генеральную совокупность (зачастую они попросту погибают), что иногда оказывается несовместимым с природоохранными намерениями авторов, поэтому объем материала в таких ситуациях должен быть оптимальным (ни чрезвычайно большим, ни недопустимо маленьким). К сожалению, формально определить требуемый объем выборки практически невозможно[3], здесь нужен опыт.

3
Однако существуют некоторые методы, позволяющие определить требуемый объем выборки, но они исходят из знаний о масштабах варьирования признака в генеральной совокупности. То есть, для их использования необходимы предварительные исследования.

Некоторые правила чтения формул

Как бы мы ни стремились к тому, чтобы сделать это пособие наиболее доступным для неспециалистов, нам все-таки не удастся избежать формул. Многие их пугаются и, увидев какой-нибудь знак, вроде такого «е», в ужасе закрывают книгу. Вместе с тем, страшного здесь ничего нет. Давайте научимся читать формулы. Для этого надо освоить следующую таблицу.

Некоторые непривычные обозначения, используемые в статистических формулах (приведены лишь те обозначения, которые встречаются в данной статье)

Обозначение	Пояснение
σ	Греческая буква «сигма»
ν	Греческая буква «ню»
Σ	Знак суммы. Он означает, что все величины, стоящие под этим знаком, надо сложить. Например, Σx_i означает, что надо просуммировать все величины x_i, то есть, если у нас есть четыре числа, то $\Sigma x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$
Нижние индексы – x_i	Обозначают номер числа. Например, в ряду чисел 1, 2, 45, 15, 24 $x_3 = 45$. Иногда применяются двойные индексы, например $x_{i,j}$ это означает номер числа в двумерном множестве, где i – номер столбца, а j – номер строки. В двумерном массиве 1 2 3 2 8 4 2 5 9 $x_{2,3} = 5$. Иногда нижние индексы применяются не для обозначения номера числа в массиве, а для обозначения близких по смыслу величин. Например, m_p означает ошибку р, а m_x – ошибку х

∞	Знак бесконечности. Мы его будем использовать в смысле «очень большой» или «очень много»
[ ]	Квадратные скобки. Обозначают некоторый интервал значений. Например, выражение [1;10] означает, что мы рассматриваем все числа от 1 до 10 включительно
$\in$	Знак принадлежности. Выражение $X \in [1;10]$ означает, что величина X принадлежит промежутку от 1 до 10 включительно. То есть X может быть любым числом из интервала [1;10]
$\rightarrow$	Знак «стремится». Этот знак означает, что величина стремится при некоторых условиях принять какое-то значение. Например, выражение $\sigma \xrightarrow[N \to \infty]{} S$ надо читать так: «сигма стремится к значению S, когда N стремится к бесконечности»
$\cdot$	Знак умножения
$\lvert a-b \rvert$	Знак модуля. Он означает, что величина рассматривается без учета знака. Например, 10 – 15 = 5, но ...
$\pm$	Плюс-минус. В одном выражении кратко записывается два. Например, выражение $x \pm m_x$ означает, что мы одновременно рассматриваем два случая $x + m_x$ и $x - m_x$
$\sqrt{}$	Знак квадратного корня. Обозначает действие обратное возведению в степень. Например, если $a^2 = b$, то ...
$\log_a(x)$	Знак логарифма числа x по основанию a. Обозначает следующее действие: если $a^b = x$, то $\log_a(x) = b$. То есть логарифм — это степень, в которую надо возвести число a, чтобы получить число x
$\lg(x)$	Знак десятичного логарифма числа x, то есть логарифм числа x по основанию 10

Особо обратим внимание на следующую особенность формул — в разных книгах одни и те же статистические показатели могут обозначаться разными буквами. Кроме того, некоторые формулы после нехитрых преобразований приобретают несколько иной вид. Всего этого бояться не надо! Необходимо внимательно разобраться с тем, что вы видите в той или иной работе.

Что такое варьирование биологических признаков?

Одним из главнейших свойств биологических систем является изменчивость, или, как говорят в статистике, *варьирование*. Если мы хотим охарактеризовать дальность прыжка какого-то животного, даже имеющего вполне определенный набор физических параметров, то заметим, что при прочих равных условиях это животное будет прыгать каждый раз на разные расстояния. Если вы посадили семена какого-нибудь растения, обладающие одинаковым весом, и условия их произрастания будут более или менее однородные, то, все равно, проростки могут иметь разную высоту. Биологическая изменчивость — это не результат погрешностей измерения, а самостоятельное явление, которое надо учитывать и изучать.

Что такое вероятность?

Вероятности обычно измеряют в процентах или долях от единицы. Если вероятность равна 100% (1), то событие неизбежно. Например, вероятность того, что брошенный камень упадет на землю, равна 100%[4]. Если же значение вероятности равно нулю, то событие абсолютно невозможно.

Важно помнить, что если событие имеет вероятность P, то вероятность того, что событие не произойдет равно 100% – Р или, если выражать вероятность в долях от единицы, то $1 - P$. Например, если вероятность того, что рост произвольно взятого человека попадает в интервал [1,5 м; 2,0 м] равна 80%, то вероятность того, что рост произвольно взятого человека не попадает в этот интервал, равна 20%.

Принципы обработки выборок

В основе науки статистики лежит представление о *распределении величины*. За этими словами стоит очень простая вещь — ***вероятность встретить в генеральной совокупности то или иное значение величины***. Например, вероятность встречи в толпе людей карлика или гиганта низка, а вероятность встречи с человеком среднего роста — значительно выше. Связь между значением анализируемой величины и вероятностью встречи такого значения в генеральной совокупности и называется распределением. Собственно говоря, исследователя, занимающегося изучением какого-либо признака, и интересует то, как выглядит распределение. Если он знает, как связано значение признака и вероятность встречи данного значения, то он может предсказать, как часто он будет встречать в природе объекты, обладающие теми или иными свойствами.

Связь между величинами обычно выражается формулой (функцией) или графиком. Любая функция имеет свои параметры, от значений которых зависит то, какая именно зависимость будет наблюдаться. Так, например, уравнение прямой $y = kx + b$ имеет два параметра: k и b (рис. 1). От значения параметров зависит то, как будет выглядеть связь между X и Y в том или ином случае.

4
Строго говоря, это не совсем так. Существует очень низкая вероятность того, что все молекулы камня начнут двигаться в одну сторону, противоположную направлению падения, тогда камень взлетит. Однако вероятность этого события пренебрежимо мала.

Наиболее часто в биологии исходят из того, что связь между величиной и ее вероятностью отражается так называемым *нормальным распределением*[5].

Нормальное распределение имеет два параметра X и S[8] (рис. 2). Первый параметр равен тому значению величины, вероятность которого наибольшая. Второй параметр описывает размах варьирования величин, степень их разброса в генеральной совокупности. Если все величины в совокупности оказываются одинаковыми, то параметр S=0. Правда, в этой ситуации мы уже не получим нормального распределения, так как параметр S стоит в знаменателе дроби (см. пояснения к рис. 2).

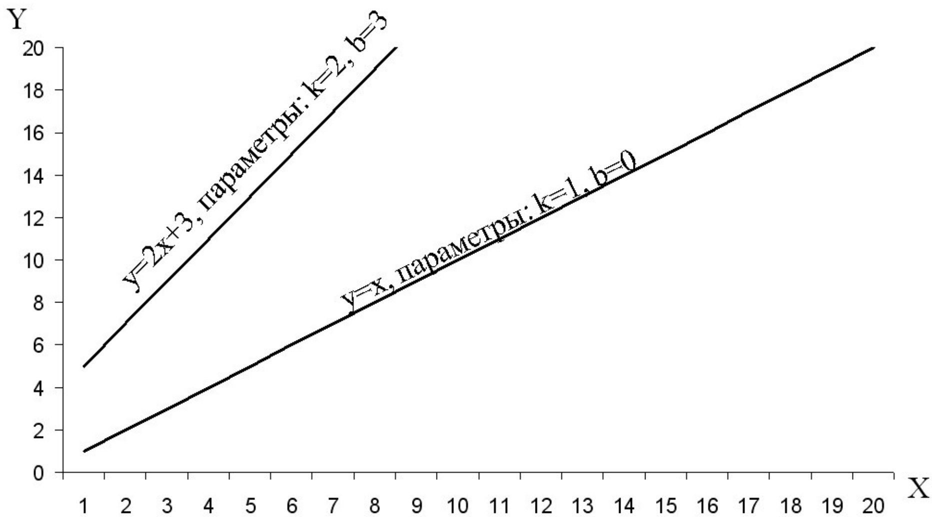


Рис. 1. Пример простейшей функции, устанавливающей связь между двумя величинами x и y. Прямая линия — это график функции $y = kx + b$. При разных значениях параметров k и b зависимость выглядит по-разному.

5
Однако, это далеко не всегда так. Существуют такие признаки, которые подчиняются другим типам распределения. Строгий анализ таких величин требует дополнительных ухищрений и особого математического аппарата. К сожалению, в данной статье мы не можем остановиться на всех тонкостях работы с такими признаками.

Для того чтобы описать генеральную совокупность, к чему, собственно, и стремится исследователь, необходимо вычислить параметры распределения изучаемой величины в генеральной совокупности. Если эти параметры известны, то можно вычислить, с какой вероятностью мы встретим в данной генеральной совокупности интересующее нас значение признака. Однако эти параметры напрямую измерить нельзя, так как для этого пришлось бы провести изучение всей **генеральной совокупности.** Поэтому производят **оценку** генерального показателя на основе выборки.

Для оценки параметра X используют *среднее арифметическое* значение величины в выборке.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}.$$

В этой формуле $\bar{x}$ — среднеарифметическое значение, x_i — конкретные значения величины, измеренной в выборке, N — объем выборки (количество объектов, попавших в выборку).

Другой параметр распределения (S) оценивается так называемым *среднеквадратичным отклонением*, которое вычисляется по следующей формуле.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{N}}{N-1}}.$$

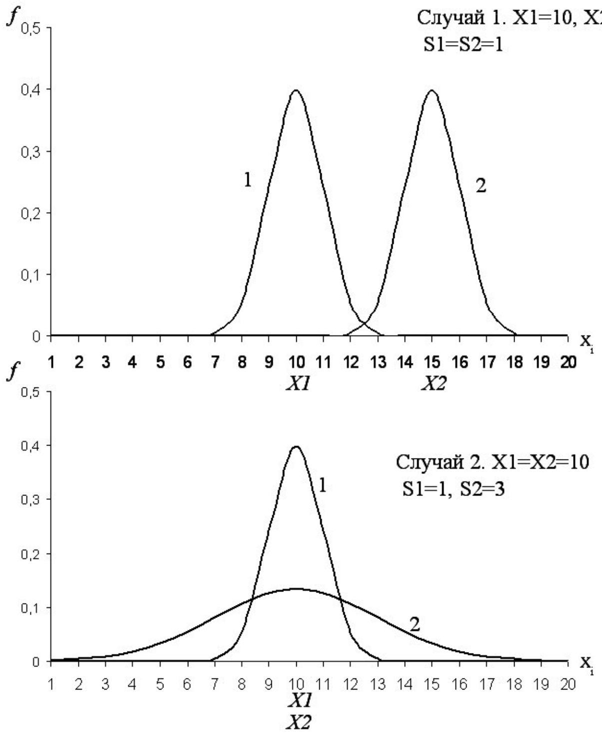
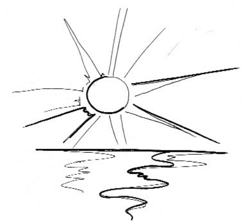


Рис. 2. График функции нормального распределения при разных параметрах X и S.

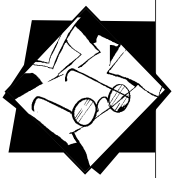


Пояснения:

Функция нормального распределения:

$$f = \frac{1}{S\sqrt{2}\pi} e^{-\frac{(x_i - X)^2}{2S}},$$

где f — вероятность встретить в генеральной совокупности величину x_i, X и S — параметры распределения. Числа e (основание натурального логарифма) и π — константы. Число e = 2,7182; π = 3,14159.



Второй вариант формулы для вычисления сигмы существенно проще для расчетов вручную.

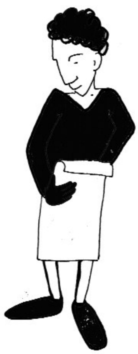
Оба эти показателя имеют очень важное свойство — при очень большом объеме выборки эти показатели равны соответствующим генеральным параметрам. Иными словами:

$$\bar{x} \xrightarrow[N \to \infty]{} X,$$

$$\sigma \xrightarrow[N \to \infty]{} S.$$

Это означает, что чем больше объем выборки, тем точнее мы оцениваем с помощью выборочных показателей генеральные параметры.

Вычислить выборочные оценки достаточно просто, но все дело в том, что эти величины оценивают генеральные параметры лишь приблизительно, поскольку объем выборки, который имеется в нашем распоряжении, всегда во много раз меньше объема генеральной совокупности. Однако нам бы хотелось оценить генеральные параметры как можно точнее. Для этого применяют так называемые *интервальные оценки*.



Для начала рассмотрим интервальную оценку параметра X. Его приблизительная **(точечная)** оценка, как мы уже знаем, — это средняя арифметическая ($\bar{x}$). Для получения интервальной оценки необходимо ввести величину, которую называют *ошибкой среднего***.** Она вычисляется по следующей формуле:

$$m_x = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

Математиками было показано, что ошибка среднего обладает двумя важными свойствами.

Первая особенность заключается в том, что генеральный параметр X с вероятностью 95% находится в пределах интервала. Строго говоря, такая запись не совсем верна. Правильнее было бы написать так: значение t = 1,96 появляется тогда, когда объем выборки превосходит 120 объектов. Если выборка меньше, то значение t будет иным. Иными словами, для вычисления параметров интервальной оценки необходимо учитывать объем выборки. Для простоты объяснения далее мы будем пренебрегать этой особенностью. Однако для более строгого анализа объем надо учитывать обязательно!

Указанные выше свойства ошибки позволяют утверждать, что с вероятностью 95% генеральный параметр X не может быть выше величины $+1{,}96 \cdot m_{\text{х}}$ и не может быть меньше $-1{,}96 \cdot m_{\text{х}}$. Упомянутый интервал называется *доверительным интервалом* (рис. 3), а вероятность попадания генерального параметра X в доверительный интервал называется *доверительной вероятностью* ($P_{\text{дов}}$). Эта вероятность показывает, **насколько мы можем быть уверены** в том, что искомый параметр находится в пределах доверительного интервала. Степень нашей **неуверенности** в этом будет отражать величина, равная 100% – $\text{Р}_{\text{дов}}$ (если вероятность выражена в долях от единицы, то 1 – $P_{дов}$). Такая величина называется *уровнем значимости*. Так, например, мы ошибаемся, утверждая, что X принадлежит интервалу $[-1{,}96\cdot m_X; +1{,}96\cdot m_X]$ при уровне значимости 5%, или 0,05. Чем меньше уровень значимости, тем выше наша уверенность, или, как говорят, *достоверность оценки*.

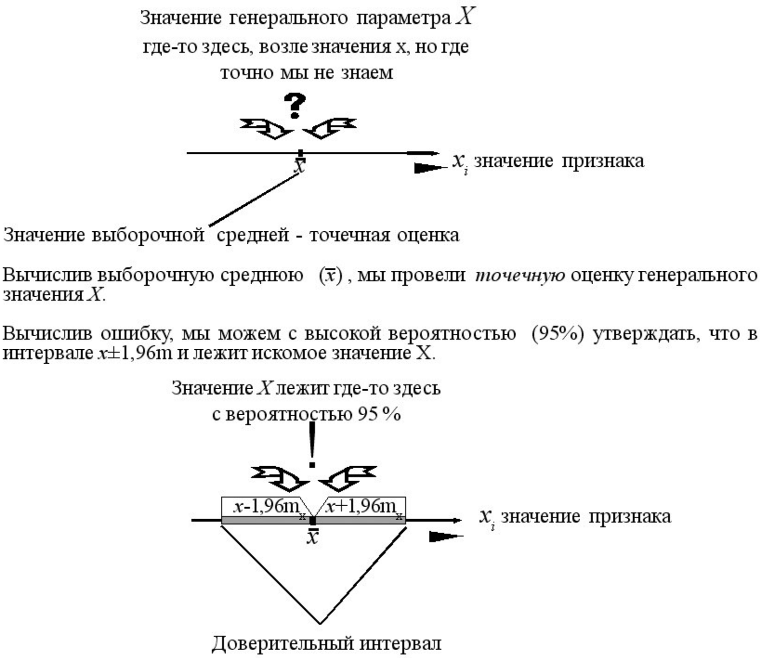
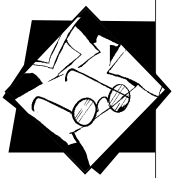


Рис. 3. Соотношение точечной и интервальной оценки генерального параметра *X*.

Если расширить границы доверительного интервала, например, умножить ошибку (m_X) не на 1,96, а на 2,58 (при том же объеме выборки), то вероятность того, что X попадет в интервал $\pm 2{,}58\cdot m_X$ увеличится. В этом случае доверительная вероятность будет равна 99%, а, стало быть, вероятность того, что мы ошибаемся (уровень значимости), утверждая, что X $[-2{,}58\cdot m_X; +2{,}58\cdot m_X]$, будет равна лишь 1%.

В большинстве биологических исследований принимается, что исследователю достаточно быть уверенным на 95%, чтобы сделать обоснованные выводы или считать, что допустима неверная оценка с вероятностью в 5%.

Вторая особенность статистической ошибки заключается в том, что при увеличении объема выборки значение ошибки уменьшается. То есть это означает, что чем больше объем выборки, тем уже становится доверительный интервал, а, стало быть, мы точнее оцениваем значение X.



Подобно интервальной оценке генерального параметра X существует и интервальная оценка для параметра S. Она называется *ошибкой среднеквадратичного отклонения*, а ее значение вычисляется по следующей формуле:

$$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2 \cdot N}}.$$

Все свойства ошибки среднего справедливы и для ошибки среднеквадратичного отклонения. То есть $m_\sigma \xrightarrow[N\to\infty]{} 0$ и с вероятностью 95% генеральный параметр $S \in [\sigma - 1{,}96 \cdot m_\sigma; \sigma + 1{,}96 \cdot m_\sigma]$.

Все сказанное выше относилось к количественным данным, когда выборка представлена рядом чисел. А как надо рассуждать в случае качественных данных? Напомним, что в этом случае регистрируется лишь наличие или отсутствие признака у объекта. Как правило, исследователя, работающего с такими данными, интересует встречаемость того или иного признака. Например, ему нужно узнать, с какой вероятностью можно встретить больную особь в популяции или с какой частотой встречаются цветки правильного и неправильного строения.

Во всех упомянутых случаях исследователь должен помнить, что его целью является оценка *генеральной встречаемости* ($P_{\text{ген.}}$), то есть, доля особей с тем или иным признаком в генеральной совокупности. Как уже отмечалось, такая доля практически не может быть вычислена, поэтому применяется приблизительная величина — p. Она вычисляется следующим образом:

$$p = \frac{n}{N} \cdot 100\%.$$

В этой формуле p — выборочная встречаемость, N — объем выборки (число изученных объектов), n — число объектов, имеющих анализируемый признак. Отметим, что это выражение вызывает у школьников недоумение: они замечают, что рост знаменателя должен приводить к уменьшению значения дроби. Однако надо помнить, что при увеличении объема выборки (N) увеличивается и количество особей, несущих анализируемый признак (n), а, стало быть, увеличивается и числитель.

Выборочная оценка встречаемости, как и средняя арифметическая — это точечная, приблизительная оценка генеральной величины, поэтому для более точной оценки надо вычислить интервальную оценку — *ошибку встречаемости*. Этот показатель вычисляется по следующей формуле:

$$m_p = \frac{\sigma_p}{\sqrt{N}}.$$

То есть он вычисляется аналогично ошибке среднего. Вместе с тем, σ_p вычисляется несколько иначе:

$$\sigma_p = \sqrt{p \cdot (100 - p)}.$$

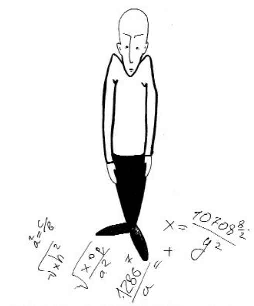
Таким образом, ошибка встречаемости может быть вычислена по формуле.

Эта величина обладает всеми теми же свойствами, что и ошибка среднего. То есть $m_p \xrightarrow[N\to\infty]{} 0$ и с вероятностью 95% $P_{\text{ген.}} \in [p-1{,}96\cdot m; p+1{,}96\cdot m]$.

А как быть с балловыми оценками? С ними сложнее. Баллы — это «суррогаты», которыми исследователи пользуются для того, чтобы описать некоторую трудную для измерения величину. При работе с баллами не применяют точечные и интервальные оценки генеральных параметров распределения (по крайней мере, в том виде, в котором мы обсуждали выше). Тем не менее, существуют методы, с помощью которых можно сделать обоснованное заключение о свойствах генеральной совокупности, изученной с помощью балловых оценок.

Понятие статистической достоверности

В ходе работы исследователь должен выяснять некоторые объективно существующие закономерности. Зачастую нельзя четко сказать о том, какая закономерность объективна, а какая — нет, поэтому в науке используют понятие *достоверности*. Под достоверным утверждением понимается такое высказывание, которое с *высокой вероятностью может оказаться истинным*.



Рассмотрим такой пример. Исследователь поставил своей целью изучить благотворное воздействие некого лекарственного препарата. Для этого он взял двух больных животных. Одному ввел препарат, а другому — нет. В результате он установил, что первое животное выздоровело, второе — погибло. Полученный результат совпал с предположением исследователя о целебных свойствах препарата. Можно ли теперь применять этот препарат для лечения людей? Нет! Для чистоты эксперимента и получения достоверных результатов нужно изменить объем экспериментальной базы (в данном случае — увеличить количество подопытных животных). И самое главное, необходимо применить *методы статистического анализа*. О том, как применять такие анализы, мы и поведем разговор в следующих номерах журнала.

(Продолжение следует)