ВОПРОСЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В СВЯЗИ С ВЕЛИКИМИ ПИРАМИДАМИ

Валентин Петрович Грибашев

Татьяна Ивановна Кузнецова, *доцент Центра международного образования МГУ им. М.В. Ломоносова, доктор педагогических наук*

Настоящая работа является продолжением статьи[1], посвящённой геометрической реконструкции памятников архитектуры как методу обучения (на примере древних египетских пирамид). В них геометрическая реконструкция предполагает не только восстановление первоначального облика археологического памятника, но и процесса его создания. Однако проведённые исследования нельзя считать достаточно полными без рассмотрения некоторых спорных вопросов, обсуждаемых в литературе в связи с пирамидами. Именно таким проблемам посвящён предлагаемый здесь материал. В нём меньше геометрических построений и математических расчётов, что не умаляет его общематематическую ценность, более того, усиливает его общекультурную важность.

Насыпь

Геометрическая организация пространства пирамид Джосера и Хеопса, на первый взгляд, проходила неодинаково: в первом случае мы видим продолжение традиции строительства, масштаб древнеегипетских гробниц, имеющих форму лежащего бруса с наклонёнными к центру стенами, третье тыс. до н.э.[2], во втором — принципиально новое архитектурное решение. На самом деле геометрия пирамиды Хеопса в какой-то мере и продолжает геометрию пирамиды Джосера — та же ступенчатость, хотя и закамуфлированная гладкой облицовкой, тот же ритмичный повтор при возведении ступеней. Есть ещё один признак «родства», но он связан уже не столько с геометрической организацией, сколько с технологическим просчётом во время строительства первой пирамиды. И относится он к насыпи: грунт, из которого делалась наклонная насыпь для подвозки материала, к моменту завершения строительства четырёхступенчатой пирамиды (проектная высота) уплотнился настолько, что убрать эту насыпь можно было, только разрезая её на блоки. Вероятнее всего, возникло иное решение: насыпь-монолит оставить и на этом готовом фундаменте достроить пирамиду до высоты шести ступеней. При этом вновь появившуюся насыпь своевременно разрезали на блоки, которые потом были использованы для достройки.

Естественно, при строительстве пирамиды Хеопса такое использование насыпи уже могли включить в проект. Именно это объяснение даёт обоснование сенсационному факту, установленному не далее как в 1981 г. американским профессором-химиком Джозефом Давидовицем, который после тщательного обследования химическими средствами и с помощью микроскопа пяти блоков пирамиды Хеопса установил, что эти блоки имеют искусственное происхождение. При этом в одном из них был обнаружен человеческий волос длиной 21 см, который, по мнению исследователя, упал с головы строителя[3]. Однако Давидовиц после этого сделал неверный вывод о том, что все блоки пирамиды рукотворны. Наиболее решительно против этой новой гипотезы выступил профес-

[1] **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрическая реконструкция памятников архитектуры как метод обучения // Школьные технологии. 2006. № 4.

[2] Советский энциклопедический словарь М., 1979. С. 779.

[3] **Проскуряков С.Б**. Строители пирамид из созвездия Большого Пса. Орёл: Книга, 1992. С. 101–102.

сор-египтолог Римского университета Серджо Донадони, который утверждал, что сердцевина пирамиды Хеопса состоит из блоков известняка-ракушечника, в точности подобного тому, который по сей день добывается в окрестных карьерах. То, что речь идёт о естественных, а не искусственно изготовляемых кусках камня, по-видимому, доказано наличием на них маркировки — «фабричных меток», указывающих, в каком карьере и какой бригадой камнерезов добыт камень, указания на дату или другие обстоятельства. Если принять наш вариант, который объясняет наличие в кладке пирамид как естественных блоков, так и рукотворных, то всё встаёт на свои места.

Приближение числа π

В литературе обсуждается вопрос о том, что отношение периметра основания пирамиды Хеопса к её удвоенной высоте является некоторым приближением числа π. Впервые эту идею выдвинул в 60-х годах XIX века основатель пирамидологии Джон Тейлор, до сих пор её поддерживают его многочисленные современные последователи[4]. Однако с 80-х годов XX века эта идея некоторыми специалистами отвергается. Так, В. Бабенко и В. Гаков делают упор на то, что в соотношении периметра основания Великой пирамиды (так часто называют пирамиду Хеопса египтологи) к её удвоенной высоте нет числа «пи»[5]. Сомнению подвергает этот факт и С.П. Проскуряков, отмечая, что на фоне самой пирамиды Хеопса, как архитектурного и строительного сооружения, наличие числа «пи» в таком, заметном с первого взгляда, соотношении весьма примитивно[6]. В то же время представители цифровой мистики продолжают следовать идее Тейлора.

Проверим справедливость этой идеи в нашем варианте реконструкции пирамиды Хеопса. Для этого составим соответствующее выражение $8a\ /\ 2\ H_{пир.} = 4a\ /\ H_{пир.}$ и вычислим его по данным п. 3[7]: 4 116,555/149,403 $\approx$ 3,12, что даёт приближение числа π с точностью до двух сотых с относительной погрешностью, не превышающей 0,7%!

Нетрудно проверить и для пирамиды Микерина утверждение о приближении числа π: если сделать вычисления, аналогичные только что проведённым для пирамиды Хеопса, то получим число 3,22, которое даёт приближение с точностью до одной десятой, или, точнее — до шести сотых; относительная погрешность 2,4 %. Отсюда видно, что это тоже приближение, но менее точное, чем в пирамиде Хеопса.

Испытание на приближение числа π в рассмотренной реконструкции пирамида Хефрена практически не выдерживает, так как в результате соответствующих вычислений получаем число 2,9689 $\approx$ 3, которое можно рассматривать разве что как приближение с точностью до целых, или, точнее, до двух десятых; относительная погрешность 5,5 %.

Прямоугольный треугольник?

Из построения разреза пирамиды Хеопса описанным методом возникает гипотеза о том, что вспомогательный треугольник мог приниматься строителями за прямоугольный. Из наших вычислений ясно, что это не так, поскольку в нём нет прямого угла. Однако значение $88^\circ 37' 43{,}4''$ очень близко к 90°. Действительно, разница между ними не превосходит $1^\circ 22'\ 16{,}6''$. Чтобы понять, что это достаточно малое расхождение для строительной разметки с помощью шнура, вспомним, что все построения мы проводили с помощью вспомогательного треугольника, рассчитанного при R = 10 м, т. е. с помощью треугольника со сторонами $a \approx$ 8,966 м $\approx$ 8 м 96 см 6 мм, $b \approx$ 11,15354 м $\approx$ 11 м 15 см 3,5 мм, $c \approx$ 14,14213 м $\approx \approx$14 м 14 см 2 мм (см. формулы (1)[8] при R = 10 м). Особо обратим внимание на длину стороны b — сравним её с длиной высоты этого треугольника $H_0 \approx$ 11,15035 м $\approx$ 11м 15 см 0,4 мм. Для этого рассмотрим разность

$$b - H_0 \approx 11{,}15354 - 11{,}15035 = 0{,}00319\ (\text{м}) \approx 3{,}2\ \text{мм}!$$

И это при общей длине разметочного шнура порядка 35 м! ($a + b + c \approx \approx$ 4,262 м). Ясно, что в элементарном треугольнике такую

---

[4] **Снисаренко А.** Гармония и алгебра Великой пирамиды // Техника – молодёжи. 1978, № 12.

[5] **Бабенко В., Гаков Вл.** Четыре истории пирамид // Наука и религия. 1985, № 10.

[6] Там же.

[7] **Грибашёв В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамиды Хеопса (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии. 2008. № 4.

[8] **Грибашёв В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамиды Хеопса (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии. 2008. № 4.

разницу заметить трудно, поэтому, возможно, гарпедонавты (разметчики пирамид) вполне могли считать вспомогательный треугольник прямоугольным.

Оценим его «прямоугольность» с другой стороны, вычислив $c_1 = \sqrt{a^2 + в^2}$ и сравнив полученное значение с c:

$c_1 \approx 14{,}31$ м; $d = c_1 — c \approx 0{,}168$ м; $\delta = \frac{d}{c_1} \cdot 100~\% \approx 1{,}175556~\% \approx 1{,}2~\%$.

Однако, как показали наши построения, и это естественно следует из теории приближений, (см. об абсолютной погрешности) — при проводимом нами многократном построении элементарного вспомогательного треугольника разница увеличивается, и в результате вверху получается внушительный разрыв. Вычислим величину этого разрыва[9], т. е. длину отрезка S_0P_4, умножив её затем на 2.

Высота размеченной с помощью элементарного вспомогательного треугольника части пирамиды равна

$H_{0пир.} = H_0 \cdot 13 \approx 11{,}15035$ м $\cdot$ 13 = 144,95455 м $\approx$ 144,955 м.

Поэтому, используя результаты п. 2.2[10], из прямоугольного треугольника S_0P_4S находим

$| S_0P_4 | = (H_{пир.} — H_{0пир.})/\mathrm{tg}\,\beta \approx 4.44815$ м / 1.28182 $\approx$ 3,47 м,

и, следовательно, разрыв равен 2 $\cdot$ 3,47 м $\approx$ 6, 94 м.

Таким образом, образовалась шахта, разрез которой имеет вид остроугольного равнобедренного треугольника $P_4P_2P_5$ с основанием P_4P_5 (в вершинной части пирамиды) длины 6,94 м, вершиной P_2 в центре основания пирамиды, боковой стороной длины 144,996 м и углом при вершине, величина которого равна $2 \cdot 1^\circ 22' 16{,}6'' = 2^\circ 44' 33{,}2''$.

Так или иначе, элементарный вспомогательный треугольник приближённо мог быть использован гарпедонавтами в качестве прямоугольного.

При построении разреза пирамиды Хеопса у нас естественным образом получился действительно прямоугольный треугольник P_1SP_2. Возможно, что египтяне, если они шли нашим путём, узнали этот прямоугольный треугольник через продемонстрированную нами практику разметки.

А была ли вершина у пирамиды Хеопса?

Из наших рассуждений предыдущего пункта вытекает вопрос: а может быть, вершина пирамиды Хеопса никогда не разрушалась? Может быть, её вообще не было, а в отверстие шахты можно было наблюдать небо, и иногда туда заглядывала звезда …, светило солнце? Ведь не зря именно в годы царствования фараона Хеопса культ фараона-бога достиг своего апогея, и его преемников величали титулом сына Солнца! Ведь именно в это время родилась вера в то, что душа царя возносится в небо, его жизнь проходит между пирамидой на земле и небесами.

В этом плане интересно обратить внимание на статьи о пирамидах, помещённые в словаре Брокгауза — Ефрона[11].

«Пирамиды, древние египетские четырёхгранные, кверху суживающиеся постройки, грандиозные гробницы фараонов» (1).

А в предыдущей статье читаем:

«Пирамида, *геом.,* многогранник, основание которого четырёхугольник (или многоугольник), а все другие грани суть треугольники, вершины которых сходятся в одной точке» (2).

Какой контраст! Такая разница в описаниях явно свидетельствует о том, что, по крайней мере, к 1907 г. (т. е. к году издания цитируемого словаря) вершины у египетских пирамид отсутствовали, иначе осторожные и правдивые историки связали бы цитируемые трактовки понятия «пирамида», а именно, при описании формы древних египетских пирамид (1) сослались бы на соответствующее геометрическое понятие (2).

Там же отмечается, что «теперь» (т. е. к 1907 г.) высота пирамиды Хеопса равна 145 м! Отметим, что «сегодня пирамида Хуфу [Хефрена — *Т. К.*] возвышается над пустыней лишь на 137 м»[12], что подтверждает: разрушающее воздействие издержек цивилизации (таких, например, как загрязнение окружающей среды и вандализм туристов)

[9] **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамиды Хеопса (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии. 2008. № 4., рис.4 б.

[10] Там же.

[11] Малый энциклопедический словарь: В 4 т. / Репринтное. Т.3. С. 966.

[12] **Целлар К.** Архитектура страны фараонов: Жилище живых усопших и богов: Пер. с венг. А.Д. Рагимбекова: / Под ред. В.Л. Глазычева. М.: Стройиздат, 1990. (Научно-попул. б-ка школьника).

докатилось и до египетских пирамид, вынуждая поставить под сомнение истинность высказывания арабского писателя, жившего в XIII веке, часто выдаваемого в качестве египетской пословицы: «Всё на земле боится времени, но время боится пирамид»[13].

Интересно, что рассчитанная нами высота пирамиды Хеопса без верхушки равна $H_{0пир.} \approx 144{,}955$ м, т. е. практически совпадает с длиной высоты 145 м[14]. Приведённые аргументы подтверждают высказанную выше мысль о достаточно большой вероятности того, что вершины у пирамиды Хеопса не было с самого начала.

Если не так, то, возможно, строители не очень-то прочно закрыли отверстие вершиной, которая уже с давних пор, по свидетельствам историков, отсутствует … А это, по крайней мере, странно, поскольку во всех источниках, рассказывающих о строительстве пирамид, высказывается не только утверждение о прочности этих пирамид, но и восхищение ею: «Блоки настолько тщательно пригнаны друг к другу, что в щель между соседними камнями нельзя вставить лезвие ножа! Неудивительно, что при фотографировании кладки линию стыка приходилось обводить краской, иначе на снимках её не было видно… Древние камнерезы знали свойства горных пород, их не останавливали ни твёрдость, ни вязкость камня. Они получали из камня строительные детали и изделия любой формы, и в том числе колоссальные скульптуры. Твёрдый камень в руках египетских мастеров был податливым пластичным материалом»[15].

Вряд ли «древние туристы», вроде Наполеона Бонапарта, могли разобрать вершину на сувениры, да и о посягательствах на цельность пирамид во время военных действий в тех краях тоже не говорится ни в одном источнике. Более того, все, кто видел пирамиды, единодушно испытывали чувство поклонения. Величием гробниц фараонов был поражён молодой генерал Бонапарт, не без основания лелеявший надежду затмить славу знаменитых полководцев всех времён и народов. Перед началом решающей битвы между французскими войсками и мамлюками в 1798 г. он обратился к своим войскам со следующими словами: «Солдаты! Сорок веков смотрят на вас сегодня с высоты этих пирамид!».

Как отмечает А. Морэ[16], французский учёный Жомар, сопровождавший Бонапарта во время египетской экспедиции, так говорит о своих сильных чувствах, которые вызвали у него пирамиды: «Их вершины, виднеющиеся издалека, производили впечатление, сходное с тем, какое испытываешь при виде пирамидальных верхушек высоких гор, стремящихся и врывающихся в небо. Чем ближе подходишь, тем впечатление слабее. Но в непосредственной близости этих правильных громад оно сменяется другим — вы сражены неожиданностью; едва ступив на берег, вы чувствуете себя во власти другого настроения. У самого подножия пирамид охватывает острое могучее ощущение с примесью изумления и подавленности. Верхушка и углы теряются из виду. Испытываемое чувство не есть восхищение перед созданием искусства, оно глубже. Оно навеяно величием и простотой форм, контрастом между человеком и огромностью труда его рук; глаз не в состоянии охватить его, мысль отказывается воспринять. Вот когда начинаешь проникаться всем величием этой громадной гряды отесанных камней, нагромождённых в стройном порядке на баснословную высоту».

Наполеон I, пришедший со своими войсками в Египет с захватническими целями, ещё раз подтвердил весьма нередкий парадокс, заключающийся в том, что «пушки и штыки — лучшее средство для расширения сферы научных интересов». Он сам провёл калькуляцию количества камня в пирамиде Хеопса. «В то время, когда французские войска стояли у Гизы и многие офицеры и солдаты взбирались на пирамиды, чтобы полюбоваться открывающимся видом, Бонапарт был занят вычислениями. Он подсчитал, что из камня пирамид можно построить стену высотой 3 м и толщиной 30 см, опоясывающую Францию»[17]. Именно с его лёгкой руки «после вторжения французов в Египет на Европей-

[13] **Лебединский В.И., Кириченко Л.П.** Книга о камне. М.: Недра, 1989. С. 116. (Научно-популярная библиотека школьника); **Нейхард А.А., Шишова И.А.** Семь чудес древней Ойкумены. М.: Наука, 1990. (Из истории мировой культуры). С. 31.

[14] Малый энциклопедический словарь: В 4 т. Т. 3 / Репринтное.

[15] **Лебединский В.И., Кириченко Л.П.** Книга о камне. М.: Недра, 1989. С. 113. (Научно-популярная библиотека школьника).

[16] **Морэ А.** Во времена фараонов. М., 1913.

[17] **Лебединский В.И., Кириченко Л.П.** Книга о камне. М.: Недра, 1989. С. 113. (Научно-популярная библиотека школьника).

ском континенте возник бум вокруг пирамиды Хеопса и в целом родилась египтология, одна из самых удивительных и увлекательных наук, а вслед за ней и её падчерица — пирамидология …»[18].

Что уж тогда говорить о мирных историках и путешественниках! Так, древнегреческий историк и путешественник Геродот, живший в V веке. до н. э. и объездивший многие страны, был первым учёным, подробно сообщившим собранные им сведения о пирамидах. Первая глава прославленной «Истории» Геродота начиналась словами: «Нижеследующие изыскания Геродот Галикарнасец представляет для того, чтобы от времени не изгладились из нашей памяти деяния людей, а также чтобы не были бесславно забыты огромные удивления достойные сооружения…».

А первые русские путешественники, попавшие в Египет, называли пирамиды «рукотворными горами».

Египетский треугольник?

Из литературы известно, что «это — единственный прямоугольный треугольник, который знали в Древнем Египте»[19]. Рассмотрим теперь наш вспомогательный треугольник, а затем прямоугольный треугольник P_1SP_2[20] (рис. 2 и рис. 4б.) Не являются ли они с достаточно хорошим приближением египетскими треугольниками, т. е. не соотносятся ли длины их сторон как 3: 4: 5?

1. Начнём с вспомогательного треугольника. Вычислим

$t_1 = (a + b + c) / 12$,

а затем абсолютные погрешности

$d_{11} = |a — 3t_1|, d_{12} = |b — 4t_1|, d_{13} = |c — 5t_1|$.

Тогда относительные погрешности можно будет вычислить по формулам:

$\delta_{11} = d_{11}$ 100/a (%), $\delta_{12} = d_{12} \cdot 100/b$ (%), $\delta_{13} = d_{13} \cdot 100/c$ (%).

В соответствии с этими формулами добавим в программу 2[21] следующие строки:

103 t1=(a + b + c)/12 : d11= ABS(a — 3 • t1): d011 = d11 • 100/a: d12 = ABS(b — 4 • t1): d021 = d12 • 100/b: d13 = ABS(c — 5 • t1): d031 = d13 • 100/c

104 PRINT «t1=»;t1»м», «d11=»;d11;«м», «d011=»;d011;«%», «d12=»;d12;«м», «d021=»;d021;«%», «d13=»;d13;«м», «d031=»;d031;«%».

Здесь обозначения относительных погрешностей отличаются от обозначений абсолютных погрешностей дополнительным нулём в начале индекса. После введения в компьютер модуля R = 10 м получаем:

t1 = 2.855119 м d11 =.4004025 м d011 = 4.465908 % d12 =.2669373 м

d021 = 2.393296 % d13 =.1334662 м d031 =.9437492 %

откуда видно, что наибольшая относительная погрешность не превышает 4,47%.

2. Теперь перейдём к прямоугольному треугольнику P_1SP_2 и по аналогии с вспомогательным треугольником вычислим для него

$t_2 = (a + H + = \sqrt{a^2 + H^2}\,)/12$,

а затем абсолютные погрешности

$d_{21} = |a — 3t_2|$,
$d_{22} = |H — 4t_2|$,
$d_{23} = |\sqrt{a^2 + H^2} — 5t_2|$.

Тогда относительные погрешности можно будет вычислить по формулам

$\delta_{21} = d_{21} \cdot 100/a$ (%),
$\delta_{22} = d_{22} \cdot 100/H$ (%),
$\delta_{23} = d_{23} \cdot 100/\sqrt{a^2 + H^2}$ (%).

В соответствии с этими формулами добавим в программу 2[22] следующие строки:

105 t2=(a + H + SQR(a^2 + H^2))/12 : d21= ABS(a — 3 • t2): d021 = d21 • 100/a: d22 = ABS(H — 4 • t2): d022 = d22 • 100/H: d23 = ABS(SQR(a^2 + H^2) — 5 • t2): d023 = d23 • 100/ SQR(a^2 + H^2)

106 PRINT «t2 = »;t2«м», «d21 = »;d21;«м», «d021 = »;d021;«%», «d22 = »;d22;«м», «d022 = »;d022;«%», «d23 = »;d23;«м», «d023 = »;d023;«%».

После введения в компьютер модуля R = 10 м получаем:

t2 = 2.919531 м d21 =.2071607 м d021 = 2.310578 % d22 =.185607 м

[18] **Проскуряков С.Б.** Строители пирамид из созвездия Большого Пса. Орёл: Книга, 1992. С. 9

[19] Энциклопедия для детей. Математика. М.: Аванта+, 1998. Т. 11. С. 23.

[20] **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамиды Хеопса (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии. 2008. № 4. Рис. 2 и 4 б.

[21] **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамиды Хеопса (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии. 2008. № 4.

[22] Там же.

d022 = 1.615025 % d23 = 2.155512E-02 м d023 =.1478799 %,

откуда видно, что наибольшая относительная погрешность не превышает 2,31%, что меньше, чем в случае вспомогательного треугольника. Из сделанных оценок ясно одно: как вспомогательный треугольник, так и треугольник P_1SP_2, являются некоторыми приближениями египетского треугольника, причём, второй — лучше первого. Если полученные проценты приемлемы, то рассматриваемые треугольники (или второй из них) можно считать египетскими, а точнее, родоначальниками египетского треугольника. В таких случаях наш метод построения рассматриваемых треугольников (или только второго треугольника) можно рассматривать как изначальный метод построения египетского треугольника.

3. Переходя к пирамиде Микерина, зададим тот же вопрос: а не является ли полученный при построении пирамиды Микерина прямоугольный треугольник египетским? Проверить это можно аналогично тому, как мы это делали для прямоугольного треугольника пирамиды Хеопса (см. предыдущий п. 2). В результате получим ответ: да, с максимальной относительной погрешностью 4%. А это говорит о том, что рассматриваемый треугольник более «египетский», чем вспомогательный треугольник, но менее «египетский», чем прямоугольный треугольник из пирамиды Хеопса (ср. с результатами из пп. 1 и 2).

4. Испытание соответствующего прямоугольного треугольника, полученного для пирамиды Хефрена, на «египетскость», проведённое по методике п. 2, даёт очень хороший результат — относительная погрешность не превышает 0,6%, который значительно лучше, чем в пирамидах Хеопса и Микерина (ср. с результатами п. 2 и 3).

Египетский прямоугольный треугольник

При реконструкции всех трёх гизских пирамид мы получали различные треугольники — прямоугольные и «почти прямоугольные», и все они были «почти египетскими».

А теперь рассмотрим ещё один вариант реконструкции пирамиды Хефрена. Прежде всего, обратим внимание на то, что при построении половины её основания[23] мы должны 12 раз отложить отрезок с длиной a = 8,966 м, т. е. один раз — отрезок с длиной

$12 \cdot a = 3 \cdot 4 \cdot a = 3 \cdot (4 \cdot a)$.

Последняя запись означает, что нужный отрезок можно получить, если на луче отложить последовательно три раза отрезок длины $a_1 = 4a \approx 35{,}864$ м. Если сравнить эту длину с периметром вспомогательного треугольника, можно заметить удивительную вещь — они различаются всего на 1,596 м! Это значит, что как разметку стороны основания, так и вертикальную разметку можно производить одним шнуром с отмеченными на нём всего-навсего четырьмя отрезками, которым соответствуют точки (узлы), отмеченные (завязанные):

1) в его начале, и на следующих расстояниях от начала:

2) a = 8,966 м,

3) $a + b$ = 8,966 м + 11,154 м = 20,12 м,

4) $a + b + c$ = 20,12 м + 14,142 м = 34,262 м

5) $4a$ = 35,864 м,

т. е. всего пять точек (узлов).

Остаётся сделать всего один шаг — при разметке вертикального разреза на вертикальной оси отложить четыре отрезка длины a_1. Таким образом, получим прямоугольный треугольник, у которого отношение катетов равно

$3a_1/4a_1 = {}^3/_4$.

Легко проверить, что прямоугольный треугольник с такими катетами является египетским.

Ну а теперь спросим себя: а зачем нам это надо — какое отношение имеют наши, может быть, схоластические, рассуждения и диктуемые ими построения к пирамиде Хефрена? Естественно, имеют, если мы выскажем гипотезу о том, что проведённые нами построения дадут наилучшее приближение к известным из литературы размерам, в частности, высоты этой пирамиды. Чтобы проверить это утверждение, найдём вертикальный катет прямоугольного треугольника с горизонтальным катетом, равным половине стороны пирамиды Хефрена:

[23] **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И.** Геометрия пирамид Микерина и Хефрена (геометрическая реконструкция как метод обучения) // Школьные технологии, 2008. № 5, рис. 2.

$4 \cdot 107{,}589/3$ м = 143,452 м $\approx$ 143,5 м. А это значение точно совпадает с единодушно приводимым в источниках.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что, возможно, к моменту строительства пирамиды Хефрена египтяне уже знали точные параметры египетского треугольника. Очень возможно, что помогли им прийти к этому треугольнику все предыдущие описанные нами построения как пирамиды Джосера, так и гизских пирамид, в которых очень часто использовалась кратность числу 12; если присовокупить к этому ещё и естественное стремление рационализировать процесс построения, которое могло получить свою практическую реализацию описанным выше способом, то становится очевидным тот факт, что появление египетского треугольника в самом точном виде было подготовлено всем ходом развития древней науки и практики разметки пирамид.

Методические рекомендации

Как бы там ни было, несомненно, настоящий материал доступен учащимся средней школы, упражняет их ум в необычной ситуации, заставляет их повторить многие положения из геометрии, развить их пространственное воображение, использовать при этом навыки, полученные ими на уроках черчения, применить их знания из информатики. Кроме того, настоящая работа может быть им интересна хотя бы тем, что даёт возможность «активно» соприкоснуться с Великим — с одним (первым!) из семи чудес света, единственным из них, сохранившимся до настоящего времени.

При этом, поскольку сведений о разметке этих шедевров не сохранилось совсем, рассмотренные задачи можно решать с использованием, причём в полную силу проблемного метода. Настоящий материал уникален именно с точки зрения полноценной демонстрации деятельностного подхода к решению задач с помощью проблемного метода. Реализация сочетания этих двух категорий теории обучения готовит учащихся к успешному разрешению жизненных ситуаций в их будущей деятельности, будь то на рабочем месте или в обычной жизни.

Завершая наше исследование, отметим, что в своей работе мы использовали только те методы и средства, которые доступны практически каждому преподавателю, не требующие дополнительных материальных затрат. Даже использование компьютеров может не выходить за рамки программирования, что говорит о том, что наличие компьютерного класса желательно, но не настолько, чтобы его отсутствие могло привести к серьёзной перестройке нашей методики — вспомним, как в далёкие 80-е годы, на заре компьютеризации школы, в большинстве школ царствовал безмашинный вариант. Во всяком случае, для демонстрации результатов запуска программ бывает достаточно одного компьютера. Вообще в применении компьютеров мы руководствовались предостережением С.И. Архангельского, который говорил, что «от педагога требуется умение «не попасть» под влияние техники, а знать её и подчинить своему влиянию. Иначе и преподаватель, и техника зайдут в дидактический тупик. Внешне всё может казаться хорошо, обстановка будет современной, «индустриально-электронной», но качество обучения будет снижаться»[24].

* * *

Настоящее исследование проведено на основе доклада, сделанного авторами на Всесоюзном совещании Комиссии при Московском обществе исторических памятников (Москва, МГУ, ноябрь 1989 г.), и дальнейших разработок, проводимых авторами вплоть до последнего времени[25]. ❑

[24] **Архангельский С.И.** Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы: Учеб.-метод. пособие. М.: Высш. шк., 1980.

[25] **Грибашев В.П.** Гарпедонавты. В 3 ч. // Мир непознанного. Вестник РИА «Новости». М., 1995. № 16 (40). № 17 (41). № 18 (42). **Грибашев В.П., Кузнецова Т.И**. Опыт деятельного подхода к реконструкции памятников архитектуры // Вестник ЦМО МГУ. 2002. № 4. Ч. 3. С. 60–86; Кузнецова Т.И. Модель выпускника подготовительного факультета в пространстве предвузовского математического образования. М.: КомКнига, 2005. (Педагогика, психология, технология обучения).